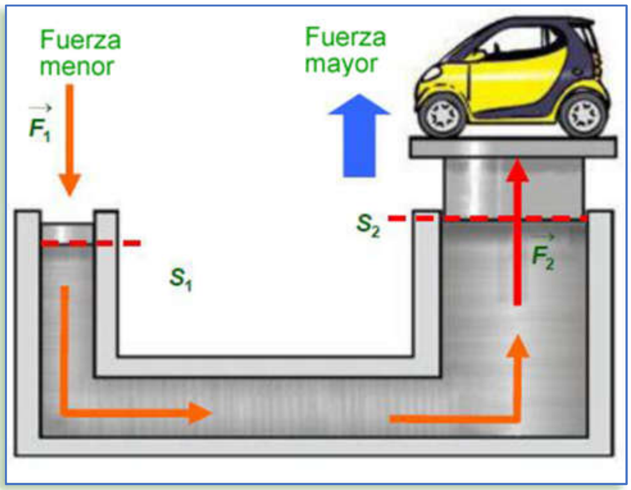
Departamento de
Física y Química
I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez
Casablanca

Tema 4

Mecánica de fluidos



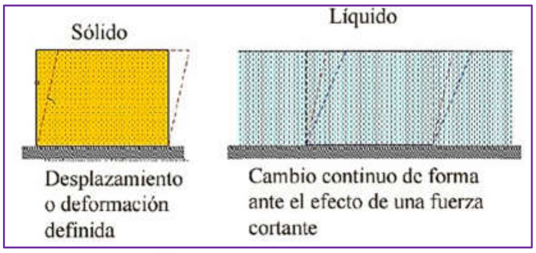
Temario Física y Química 4º ESO

Tema 4

4.1.- Introducción

La Mecánica de Fluidos estudia las leyes del movimiento de los fluidos y sus procesos de interacción con los cuerpos sólidos. La Mecánica de Fluidos como hoy la conocemos es una mezcla de teoría y experimento que proviene por un lado de los trabajos iniciales de los ingenieros hidráulicos, de carácter fundamentalmente empírico, y por el otro del trabajo de básicamente matemáticos, que abordaban el problema desde un enfoque analítico. Al integrar en una única disciplina las experiencias de ambos colectivos, se evita la falta de generalidad derivada de un enfoque estrictamente empírico, válido únicamente para cada caso concreto, y al mismo tiempo se permite que los desarrollos analíticos matemáticos aprovechen adecuadamente la información experimental y eviten basarse en simplificaciones artificiales alejadas de la realidad.

La característica fundamental de los fluidos es la denominada *fluidez*. Un fluido cambia de forma de manera continua cuando está sometido a un esfuerzo cortante, por muy pequeño que sea éste, es decir, un fluido no es capaz de soportar un esfuerzo cortante sin moverse durante ningún intervalo de tiempo. Unos líquidos se moverán más lentamente que otros, pero ante un esfuerzo cortante se moverán siempre.



Por el contrario, en un sólido se produce un cambio fijo γ para cada valor de la fuerza cortante aplicada. En realidad, algunos sólidos pueden presentar en cierto modo ambos comportamientos, cuando la tensión aplicada está por debajo de un cierto umbral presenta el comportamiento habitual, mientras que por encima de un cierto umbral el sólido puede plastificar, produciéndose una deformación más continua para una fuerza fija, de forma parecida a como ocurre en un fluido.

4.2.- Fluidos. Densidad

Un fluido es una sustancia capaz de fluir, como líquidos y gases y carece de forma fija de forma que adopta la forma del recipiente que lo contiene. Ambos sin embargo tienen coeficientes de compresibilidad muy diferentes. Por ejemplo, un gas se comprime fácilmente mientras que los líquidos son prácticamente incompresibles.

Aunque los fluidos poseen una estructura discreta (se componen de moléculas que se mueven) vamos a considerar los fluidos como medios continuos sin espacios huecos en ellos.

4.2.1.- Densidad

La densidad de un cuerpo es la relación que existe entre la masa y el volumen de dicho cuerpo. La densidad se calcula mediante la siguiente expresión:

$$Densidad = \frac{masa}{volumen} \qquad d = \frac{m}{v}$$

Como es un cociente entre masa y volumen, sus unidades serán el Kg/m^3 en el sistema internacional, pero también podemos encontrarnos la densidad expresada en gr/l, gr/cm^3, gr/ml ……..

Ejemplo: *Sea un cilindro de polietileno de altura 10 cm y de radio 5 cm cuya densidad es de 0,35 g/l. (1 punto x 2)*

a) ¿Cuál es la masa del cilindro?

Calculamos primero el volumen en litros: $V_{cil} = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 250\pi \ cm^3 = 785,4 \cancel{cm^3} \cdot \frac{1l}{10^3 \cancel{cm^3}} = 0,7854 \ l$ *y después su masa:* $m = V \cdot d = 0,7854 \ \cancel{l} \cdot 0,35 \frac{g}{\cancel{l}} = 0,275 \ g = 275 \ mg$

b) Si doblamos el radio, ¿Cuánto varía su masa?

Si doblamos el radio: $m_1 = V \cdot d = \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot d \quad \leftrightarrow \quad m_2 = V \cdot d = \pi \cdot (2R)^2 \cdot h \cdot d = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot d = 4 \cdot m_1$ *la masa se cuadriplica.*

4.3.- La Presión

El efecto de una fuerza no depende sólo de su intensidad sino también de la superficie sobre la que se ejerce. Sí ésta es muy grande, el efecto de la fuerza se reparte por toda ella; si por el contrario, es pequeña, la intensidad de la fuerza se concentrará en ésta y su efecto aumenta. En este caso decimos que la fuerza ejerce mayor presión. Por ejemplo, una persona se hunde menos en la nieve si calza botas provistas de esquís o de raquetas porque la superficie sobre la que reparte su peso es mayor.

Se define *Presión* como el cociente entre la fuerza aplicada y la superficie: $P = \frac{F}{S}$

Es una magnitud escalar y su unidad en el SI es el **Pascal** (1 Pa = $1N/m^2$)

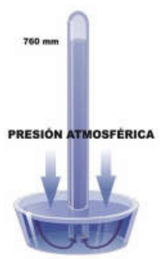
Aunque además de ésta, en física y química se suelen utilizar, otras tres unidades de presión, la atmósfera, el bar y el milímetro de mercurio ó Torricelli (Torr).

1atm = 101.325 Pa **1 atm= 760 mm Hg = 760 Torr** **1 atm =1,01325 bar**

Ejercicio: Pasar cada una de las siguientes presiones a las otras tres: 700 Torr, 300KPa, 0,5 atm y 3,75 bar

4.3.1.- La presión atmosférica

La presión atmosférica, se debe al peso del aire que tenemos encima. De forma análoga a los líquidos, los gases ejercen una presión debido a su peso, con la diferencia de que sólo cuando la altura de gas es muy grande, es cuando esta presión "hidrostática" adquiere importancia, como por ejemplo en la atmósfera. La atmósfera ejerce una presión sobre todos nosotros debido a la gran altura que alcanza.



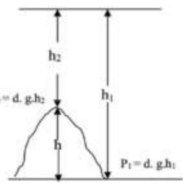
El científico italiano ***Evangelista Torricelli*** diseñó en 1643 un experimento para medir la presión atmosférica. Utilizó un largo tubo de vidrio cerrado por uno de sus extremos y lleno de mercurio. Lo puso boca abajo sobre un recipiente que también contenía mercurio. El mercurio comenzó a salir del tubo, pero se detuvo cuando la altura del mercurio era de **760 mm**. Si el tubo era más grueso, la altura era la misma. Por encima del mercurio quedaba un espacio vacío, sin aire.

La presión del aire de fuera es la que sostenía al mercurio dentro del tubo. Utilizando la fórmula de la presión hidrostática, podemos encontrar cuál es la presión atmosférica en unidades internacionales:

$$p = d \cdot g \cdot h = 13.600 \cdot 9,81 \cdot 0,76 = 101.325 \ Pa$$

El valor medio de la presión de la atmósfera terrestre (1 atm) es de 1013.25 hectopascales o milibares a nivel del mar, la cual está medida a una latitud de 45°.

Ejemplo: ***Si a nivel del mar la presión es de 760 mm y en una montaña 635 mm. Calcular la altura de la montaña sobre el nivel del mar. Suponer que la densidad del aire es constante e igual a 1,3 g/litro***



Partiendo de la expresión: P=d·g·h, si la aplicamos a nivel del mar y en lo alto de la montaña tendremos:

$$P_1 = d \cdot g \cdot h_1 \qquad P_2 = d \cdot g \cdot h_2$$

Y como lo que deseamos calcular es h_{mont}, es decir la altura de la montaña desde el nivel del mar:

$$h_{mont} = h_1 - h_2$$

Restando las dos expresiones anteriores de la presión, se obtiene:

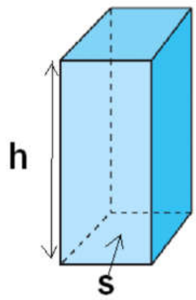
$$P_1 - P_2 = d \cdot g \cdot h_1 - d \cdot g \cdot h_2 = d \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = d \cdot g \cdot h_{mont}$$

Y despejando la altura:

$$h_{mont} = \frac{P_1 - P_2}{d \cdot g} = \frac{(760 - 635) mmHg}{1{,}3 g \cdot l^{-1} \cdot 9{,}81 N \cdot m^{-1}} = \frac{16.665 Pa}{1{,}3 Kg \cdot m^3 \cdot 10 N \cdot m^{-1}} = \frac{16.665 \cancel{N} \cdot m^{-2}}{1{,}3 \cancel{Kg} \cdot m^{-3} \cdot 10 \cancel{N} \cdot \cancel{Kg^{-1}}} = 1.282\ m$$

Por tanto, *la altura de la montaña es de 1.282 metros.*

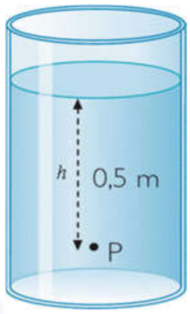
4.3.2.- La presión hidrostática



Supongamos que tenemos un recipiente rectangular, de base "S" y altura "h" lleno de un líquido de densidad "d". Calculamos la presión ejercida por el líquido en la base del recipiente sabiendo que la fuerza que ejerce el líquido sobre el fondo será el peso del líquido F = peso del líquido = m · g

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}$$

Además, como la masa del líquido está relacionada con el volumen y la densidad mediante la expresión: m = d · V, tenemos que:



$$P = \frac{mg}{S} = \frac{d \cdot V \cdot g}{S}$$

Y como el volumen del recipiente viene dado por V = S · h:

$$P = \frac{d \cdot V \cdot g}{S} = \frac{d \cdot \cancel{S} \cdot h \cdot g}{\cancel{S}} = d \cdot g \cdot h$$

Podemos decir que la ***presión hidrostática*** ejercida por un líquido es directamente proporcional a la altura (profundidad) "h" y a la densidad del líquido "d".

Ejemplo: ***Si la altura del agua dentro de una bañera es de 25 cm y el tapón de la misma tiene un radio de 2 cm, calcula:***
- ***a) La presión que soporta el tapón.***
- ***b) La fuerza mínima que hay que ejercer para quitar el tapón. Dato: densidad del agua= 1000 kg/m³***

a) La presión que soporta el tapón viene dada por la expresión:

$$P = d \cdot g \cdot h = 1.000 \cancel{kg} \cdot m^{-3} \cdot 9{,}81 N \cdot \cancel{kg^{-1}} \cdot 0{,}25 m = 2.452{,}5 N \cdot m^{-1} = 2.452{,}5\ Pa$$

b) Sabemos que la presión está relacionada con la fuerza mediante la expresión: $P = \frac{F}{S}$

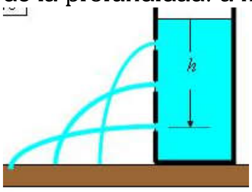
Despejando la fuerza y sustituyendo valores llegamos a:

$$F = P \cdot S = P \cdot \pi \cdot R^2 = 2.452{,}5 Pa \cdot \pi \cdot (0{,}02 cm)^2 = 3{,}08\ N$$

Por tanto, el tapón soporta 2,45 kPa y para quitar el tapón hemos de ejercer como mínimo 3,08 N

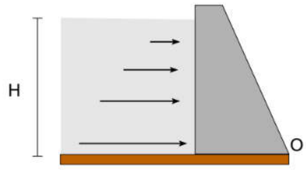
4.3.3.- Presión sobre las paredes laterales

La presión no solo se ejerce sobre el fondo del recipiente sino sobre cualquier objeto que se encuentre dentro del recipiente e incluso sobre las paredes, Dichas fuerzas son perpendiculares a las superficies y dependen de la profundidad: a mayor profundidad, mayor será la presión y mayor será la fuerza correspondiente.



Ya que la presión la ejerce el líquido que está ENCIMA del punto considerado, la altura "H" será la que hay desde la superficie libre del líquido hasta dicho punto, y NO a la altura desde dicho punto hasta el fondo del recipiente.

Como la Fuerza depende de la profundidad, es por esto que los embalses de agua tienen la forma que vemos a la derecha, en la que en la parte más baja son más anchos que en su parte alta.

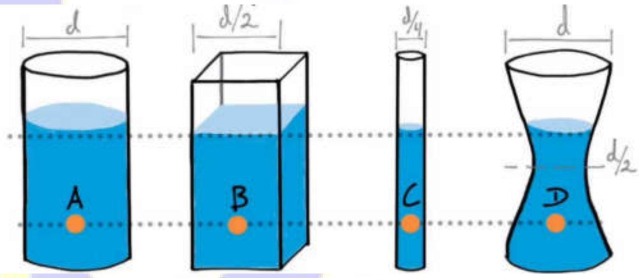


4.3.4.- Paradoja Hidrostática

Como acabamos de deducir, la presión sobre el fondo del recipiente depende de la altura que alcance el líquido que contenga. La fuerza que se ejerce sobre el fondo de una vasija dependerá exclusivamente de la superficie de la misma y no afectará, por tanto, a la forma del recipiente o vasija.

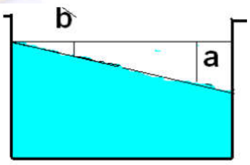
En los cuatro casos la presión en el fondo del recipiente es la misma, aunque el peso del líquido que contiene es diferente, este efecto se conoce con el nombre de paradoja hidrostática.

Se debe a que el peso del líquido es distinto de la fuerza que se ejerce sobre el fondo. El peso será distinto para cada recipiente y dependerá de la cantidad de líquido que contenga. Este peso se reparte entre la fuerza que se ejerce sobre el fondo y la fuerza que se ejerce sobre las paredes laterales del recipiente.



4.3.5.- Superficie libre de un líquido

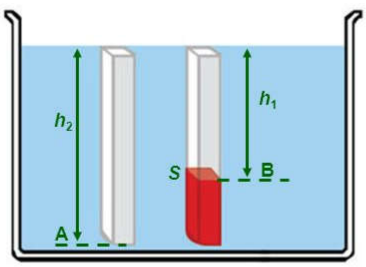
Supongamos que un líquido tiene una inclinación respecto a la horizontal, dos puntos *a* y *b* de su superficie están situados a diferente altura. Como no hay líquido sobre ellos la única presión existente es la que ejerce la atmósfera y esta es la misma en ambos puntos:



$$P_a = P_b \quad \rightarrow \quad \cancel{d}\,\cancel{g}\cdot h_a = \cancel{d}\,\cancel{g}\cdot h_b \quad \rightarrow \quad h_a = h_b$$

Por lo que, para que se cumpla esta condición, los dos puntos han de estar a la misma altura, por lo que la superficie del líquido ha de ser horizontal.

4.4.- Principio fundamental de la hidrostática. Vasos comunicantes



Supongamos dos puntos (A y B) del interior de un líquido que están a diferente profundidad. Como la columna de líquido que tienen encima es distinta, estarán sometidos a diferentes presiones.

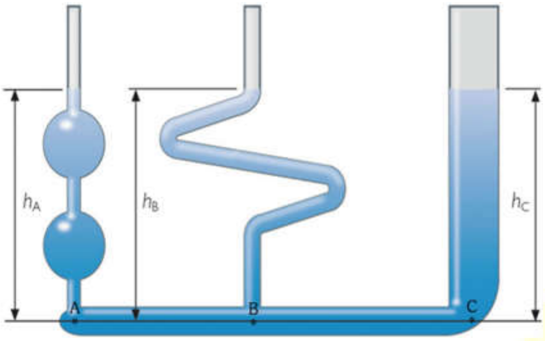
La diferencia de presión entre ambos puntos viene dada por:

$$P_2 - P_1 = d_{líquido} \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

4.4.1.- Vasos Comunicantes

Como hemos visto, la superficie libre de un líquido es plana y horizontal, aunque la divida en diferentes partes o porciones. De esta manera cuando tenemos diferentes vasijas conectadas por la base, se observa que todas las superficies están en la misma horizontal.

Este fenómeno se conoce como el ***principio de los vasos comunicantes.***

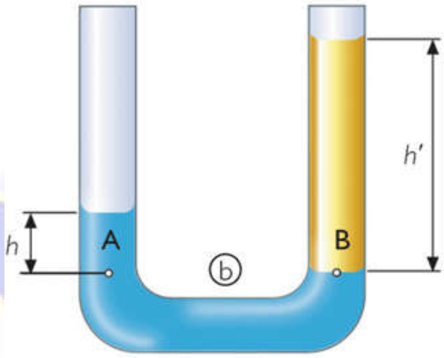


Los vasos comunicantes son dos o más recipientes conectados por su parte inferior. Al llenarlo de un líquido, este debe alcanza la misma altura según nos dice el principio fundamental de la hidrostática.

Si tenemos varios puntos, A, B y C, que se encuentren a la misma altura con respecto a la base del recipiente, en ellos la presión soportada es la misma:

$$P_a = P_b = P_c$$

$$\cancel{d}\cancel{g}\cdot h_a = \cancel{d}\cancel{g}\cdot h_b = \cancel{d}\cancel{g}\cdot h_c \quad \rightarrow \quad h_a = h_b = h_c$$



Para el caso de dos líquidos no miscibles la altura alcanzada por los líquidos es inversamente proporcional a las densidades de ambos.

Para dos puntos que se encuentren a la misma altura del recipiente, ocurre que:

$$P_A = d_A \cdot g \cdot h_A \qquad P_B = d_B \cdot g \cdot h_B$$

Como ambas han de ser iguales:

$$P_A = P_B$$

Operando un poco llegamos a:

$$d_A \cdot g \cdot h_A = d_B \cdot g \cdot h_B \quad \rightarrow \quad d_A \cdot \cancel{g} \cdot h_A = d_B \cdot \cancel{g} \cdot h_B \quad \rightarrow \quad d_A \cdot h_A = d_B \cdot h_B$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Así que midiendo la altura de líquido que hay sobre dos puntos que están a la misma altura, A y B, el principio fundamental de la hidrostática nos permite saber la densidad de uno de los líquidos conocida la densidad del otro.

***Ejemplo:* Unos vasos comunicantes contienen en cada rama dos líquidos diferentes. En una de ellas hay agua, de densidad 1.050 Kg/m³, y en la otra un aceite de 860 Kg/m³ de densidad. El agua alcanza una altura de 33 cm. ¿Qué altura alcanzará el aceite en su rama?**

Como hemos visto en la teoría, para dos puntos que se encuentran a la misma altura del recipiente las presiones son iguales, e igualando ambas expresiones llegamos a la expresión:

$$d_{Agua} \cdot h_{Agua} = d_{Aceite} \cdot h_{Aceite}$$

Así que despejando la altura del aceite:

$$h_{Aceite} = \frac{d_{Agua} \cdot h_{Agua}}{d_{Aceite}} = \frac{1.050\, \cancel{kg \cdot m^{-3}} \cdot 33\ cm}{860\, \cancel{kg \cdot m^{-3}}} = 40,29\ cm$$

Así que la altura del aceite es de 40,3 cm.

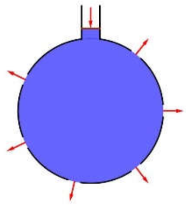
4.5.- Principio de Pascal

En física, el principio de Pascal o ley de Pascal, es una ley enunciada por el físico y matemático francés Blaise Pascal (1623-1662) que se resume en la frase:

"Cualquier presión P ejercida sobre un fluido incompresible (líquido) encerrado en un recipiente indeformable se transmite por igual (en todas las direcciones y con la misma intensidad) a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene"

Otra forma de enunciarlo sería:

"Todo cambio de presión aplicado sobre la superficie de un líquido, contenido en un recipiente indeformable, se transmite por igual a todos los puntos de este líquido".



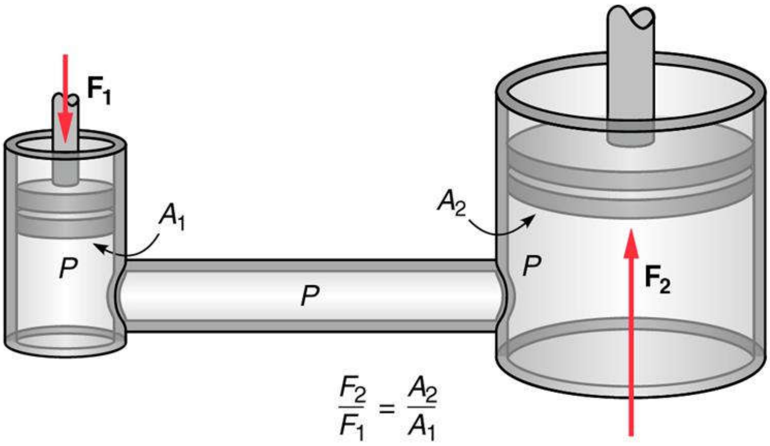
El cambio de presión será igual en todas las direcciones y actúa mediante fuerzas perpendiculares a las paredes que lo contienen.

El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma presión

4.5.1.- La Prensa hidráulica

Una aplicación tecnológica inmediata del principio de Pascal, es la prensa hidráulica. Su finalidad consiste en modificar el valor de una fuerza, pudiéndose, tal como veremos a continuación, aumentar considerablemente el valor de la misma.

La ***prensa hidráulica*** consta de dos cilindros, provistos de sus correspondientes émbolos. El cilindro pequeño, llamado *bomba*, se comunica a su vez con un recipiente auxiliar que contiene aceite. Al aplicar una fuerza sobre un émbolo, se produce una presión que se transmite a través del fluido hasta el otro émbolo. Según el principio de Pascal la presión debe ser igual en ambos émbolos. Si designamos por A_1 y A_2 las superficies del émbolo pequeño y del émbolo grande, respectivamente.



La fuerza F_1 que se aplica sobre el émbolo pequeño origina una fuerza sobre en otro émbolo F_2. La relación entre ambas se puede obtener mediante el siguiente razonamiento.
La fuerza F_1 creará una presión en ese émbolo igual a:

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1}$$

Según el principio de Pascal, esta presión se trasmite íntegra a todos los puntos del líquido. En consecuencia, la presión se cumplirá $P_1 = P_2$, de modo que puede escribirse:

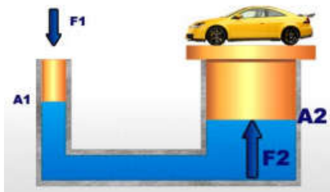
$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Por lo tanto, las fuerza que aparece sobre el segundo émbolo es distinta a la ejercida sobre el primero. Ambas fuerzas serán directamente proporcionales a las respectivas superficies de dichos émbolos.

De acuerdo con esto, si se dispone de una prensa hidráulica tal que la superficie del émbolo grande es 100 veces mayor que la del émbolo pequeño, la fuerza que es necesario realizar en éste será 100 veces inferior a la que actúe sobre aquél.

Ejemplo: ***Con una grúa hidráulica se quiere levantar un coche de masa 1000 Kg. Si la superficie del émbolo menor es de 10 cm^2 y la del émbolo mayor es de 3 m^2, ¿qué fuerza debe aplicarse?***

Para calcular la fuerza, utilizamos el principio de pascal: $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$



Despejando F_1, llegamos a: $F_1 = \frac{F_2}{S_2} \cdot S_1 = \frac{1000\,\cancel{kg} \cdot 10 N \cdot \cancel{kg^{-1}}}{3\,\cancel{m^2}} \cdot 10 \cdot 10^{-4}\,\cancel{m^2} = 3{,}34\ N$

Por tanto, para levantar un coche de 1000 kg hemos aplicar una fuerza de 3,35 N en el émbolo menor.

4.6.- Principio de Arquímedes

4.6.1.- Arquímedes Vs Herón. El problema de la Corona de Oro

En el siglo III a.C., el rey Herón II gobernaba Siracusa. Siendo un rey ostentoso, pidió a un orfebre que le crease una hermosa corona de oro, para lo que le dio un lingote de oro puro. Una vez el orfebre hubo terminado, le entregó al rey su deseada corona. Entonces las dudas comenzaron a asaltarle. La corona pesaba lo mismo que un lingote de oro, pero ¿y si el orfebre había sustituido parte del oro de la corona por plata para engañarle?

Ante la duda, el rey Herón hizo llamar a Arquímedes, que vivía en aquel entonces en Siracusa. Arquímedes era uno de los más famosos sabios y matemáticos de la época, así que Herón creyó que sería la persona adecuada para abordar su problema.

Arquímedes desde el primer momento supo que tenía que calcular la densidad de la corona para averiguar así si se trataba de oro puro, o además contenía algo de plata. La corona pesaba lo mismo que un lingote de oro, así sólo le quedaba conocer el volumen, lo más complicado. El rey Herón II estaba contento con la corona, y no quería fundirla si no había evidencia de que el orfebre le había engañado, por lo que Arquímedes no podía moldearlo de forma que facilitara el cálculo de su volumen.
Un día, mientras tomaba un baño en una tina, Arquímedes se percató de que el agua subía cuando él se sumergía. En seguida comenzó a asociar conceptos: él al sumergirse estaba desplazando una cantidad de agua que equivaldría a su volumen. Consecuentemente, si sumergía la corona del rey en agua, y medía la cantidad de agua desplazado, podría conocer su volumen.

Sin ni siquiera pensar en vestirse, Arquímedes salió corriendo desnudo por las calles emocionado por su descubrimiento, y sin parar de gritar ¡Eureka! ¡Eureka!, lo que traducido al español significa "¡Lo he encontrado!". Sabiendo el volumen y el peso, Arquímedes podría determinar la densidad del material que componía la corona. Si esta densidad era menor que la del oro, se habrían añadido materiales de peor calidad (menos densos que el oro), por lo que el orfebre habría intentado engañar al rey.

Así tomó una pieza de plata del mismo peso que la corona, y otra de oro del mismo peso que la corona.

Llenó una vasija de agua hasta el tope, introdujo la pieza de plata y midió la cantidad de agua derramada. Después hizo lo mismo con la pieza de oro. De este modo, determinó qué volumen equivalía a la plata y qué volumen equivalía el oro.

Repitió la misma operación, pero esta vez con la corona hecha por el orfebre. El volumen de agua que desplazó la corona se situó entre medias del volumen de la plata y del oro. Ajustó los cálculos y determinó de forma exacta la cantidad de plata y oro que tenía la corona, demostrando así ante el rey Herón II que el orfebre le había intentado engañar.

Toda esta historia no aparece en ninguno de los libros que han llegado a nuestros días de Arquímedes, sino que aparece por primera vez en "*De architectura*", un libro de Vitruvio escrito dos siglos después de la muerte de Arquímedes. Esto durante años ha hecho sospechar de la veracidad de los hechos, tomándose generalmente más como una leyenda popular que como un hecho histórico.

De hecho, si asumimos que la corona pesaba un kilo, con 700 gramos de oro y 300 gramos de plata, la diferencia de volumen desplazado por la pieza de oro y la corona habría sido únicamente 13 centímetros cúbicos. Este volumen es visible, pero no fácilmente medible dadas las circunstancias. Suponiendo que lo que se medía era la elevación del nivel del agua en la tinaja con una superficie de unos 300 centímetros cuadrados (suficientemente generosa), la diferencia del nivel del agua entre la pieza de oro puro y la corona sería de menos de medio milímetro, algo difícilmente medible con los instrumentos de la época.

En cualquier caso, aunque esta no fuera la historia real, Arquímedes dejó documentos escritos en los que describía a la perfección el principio que lleva su nombre.

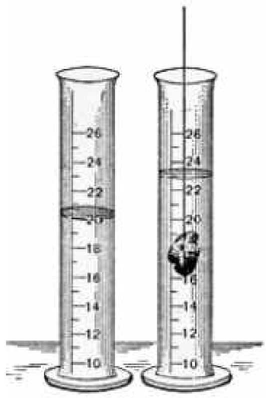
4.6.2.- Principio de Arquímedes

El principio de Arquímedes consiste en que los cuerpos que se sumergen en el seno de un fluido experimentan un empuje vertical y hacia arriba que es igual al peso del fluido desalojado.

Esta fuerza sobre la que hablaba Arquímedes es llamada empuje hidrostático o de Arquímedes.

Todo cuerpo sumergido en un fluido, experimenta una fuerza vertical y hacia arriba (fuerza de empuje, E) cuyo módulo es igual al peso del volumen de fluido que desaloja.

Arquímedes llegó a esta conclusión cuando intentaba determinar el volumen de distintos cuerpos sólidos, lo cual es conocido como medición de volumen por desplazamiento. Esto se explica de una forma simple: el volumen de un cuerpo es igual a la cantidad de espacio que ocupa, o lo que es lo mismo a la cantidad de líquido que es capaz de desplazar.



La fórmula del principio de Arquímedes es:

$$E = m{\cdot}g = d_{liq}{\cdot}g{\cdot}V$$

Donde E representa al empuje d es la densidad del fluido, V representa el volumen del fluido desplazados, g la aceleración de la gravedad y m es como siempre la masa.

¿Qué pasa cuando un cuerpo es introducido en un líquido?

Cuando introducimos un cuerpo en un líquido, se pueden presentar varias posibilidades:

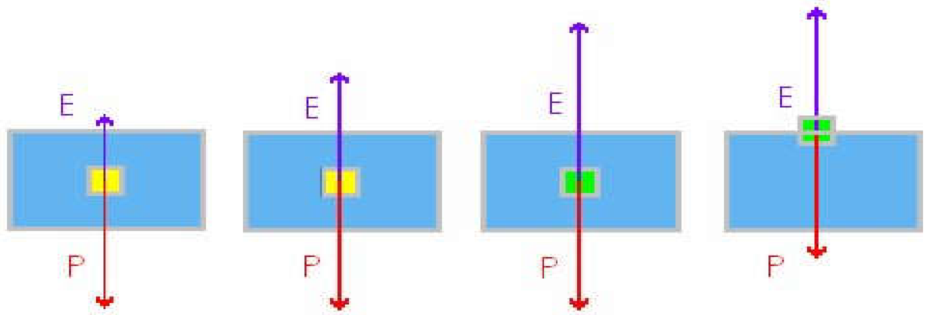
1. *El peso del objeto completamente sumergido es mayor que el empuje. En este caso, la resultante es una fuerza vertical hacia abajo que hace que el cuerpo se hunda.*

2. *El peso y el empuje son iguales en módulo. Entonces, la resultante es nula. El cuerpo se encontrará en equilibrio y se mantendrá en la posición en que se ha colocado.*

3. *El peso del objeto sumergido es menor que el empuje. La resultante es una fuerza vertical hacia arriba que hace emerger el cuerpo.*

4. *El equilibrio se alcanza cuando el objeto se mantiene parcialmente sumergido, lo suficiente para que sean iguales su peso y el empuje correspondiente. (empuje de la parte sumergida)*

Esto es a lo que llamamos flotabilidad de los cuerpos.



P > E — **Se Hunde**

P = E — **Equilibrio**

P < E — **Asciende**

P = E$_{\text{parte sumergida}}$ — **Flotación**

A la hora de representar el empuje, se suele dibujar desde el centro de gravedad del cuerpo. Sin embargo, generalmente el centro de gravedad del cuerpo no coincide con el punto de aplicación del empuje, motivo por el cual el cuerpo flotando se mueve (cabeceo). Para que el equilibrio sea total se debe de cumplir que el empuje y el peso estén en la misma vertical, pues de lo contrario el cuerpo giraría y podría volcar en el caso de una embarcación. El equilibrio estable se da cuando el centro de gravedad está más bajo que el centro de empuje.

Ejemplo: ***Un bloque de corcho de 200 cm³ se sumerge completamente en agua sosteniéndolo con la mano.***

A) ¿Qué fuerza debe hacer la mano para evitar que el corcho ascienda?

Sabemos que cuando un cuerpo está sumergido, sobre él actúan dos fuerzas; la primera el peso, y la segunda el empuje y además ambas son de la misma dirección, pero de sentidos opuestos.
Para evitar que un cuerpo no ascienda, la suma de todas las fuerzas que actúen sobre él ha de ser nula. Por tanto, si nos fijamos en el dibujo y aplicando la segunda ley de Newton, tendremos:

$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad P + F - E = 0 \quad \rightarrow \quad F = E - P$$

El empuje viene dado por la expresión: $E = V_l \cdot d_l \cdot g$ y el peso por la expresión: $P = m \cdot g = V_c \cdot d_c \cdot g$, así que, según esto, la fuerza que tenemos que ejercer será:

$$F = E - P = V_l \cdot d_l \cdot g - V_c \cdot d_c \cdot g = V \cdot g \cdot (d_l - d_c) = 200 \cdot 10^{-6}\, \cancel{m^3} \cdot 9{,}81 N \cdot \cancel{kg^{-1}} \cdot \left(1000\, \cancel{kg} \cdot \cancel{m^{-3}} - 250\, \cancel{kg} \cdot \cancel{m^{-3}}\right) = 1{,}47 N$$

Luego hemos de ejercer una fuerza de 1,47 N.

B) ¿Cómo se modifica la respuesta del apartado anterior si sumergimos el corcho en mercurio?

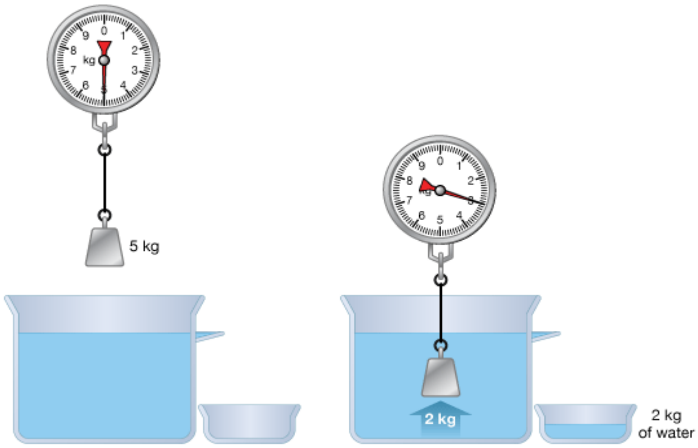
Se modifica de forma significativa, porque como la densidad del mercurio es casi 14 veces más grande que la del agua, ahora debemos de hacer mucha más fuerza:

$$F = E - P = V \cdot g \cdot (d_l - d_c) = 200 \cdot 10^{-6}\, \cancel{m^3} \cdot 9{,}81 N \cdot \cancel{kg^{-1}} \cdot \left(13.600\, \cancel{kg \cdot m^{-3}} - 250\, \cancel{kg \cdot m^{-3}}\right) = 26{,}19 N$$

Con mercurio hemos de ejercer 26,19 N.

4.6.3.- Peso Aparente

Cuando un cuerpo está totalmente sumergido en un fluido, este experimenta un empuje que tiene sentido opuesto al peso del objeto. La fuerza resultante por lo tanto es inferior al peso que tendría el cuerpo en el aire, a este peso (en el agua) se le denomina *peso aparente*.



El peso Aparente se calcula mediante:

$$P_a = P - E = mg - V_{liq} \cdot d_{liq} \cdot g$$

***Ejemplo:* Una esfera de madera, de densidad 0,6 g/cm³, tiene una masa de 240 g. Si se introduce completamente en agua, calcula:**

a) El empuje que sufrirá.

Primero calculamos el volumen de la esfera a partir de los datos:

$$d = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{d} = \frac{240\,\cancel{g}}{0{,}6\,\cancel{g} \cdot cm^{-3}} = 400\ cm^3 = 0{,}4\ l = 4 \cdot 10^{-4} m^3$$

Como la esfera está totalmente sumergida, el volumen del cuerpo será igual al volumen de agua desplazado.

$$E = V_{liq} \cdot d_{liq} \cdot g = 4 \cdot 10^{-4}\ \cancel{m^3} \cdot 1.000\ \cancel{kg} \cdot \cancel{m^{-3}} \cdot 9{,}81\ N \cdot \cancel{kg^{-1}} = 3{,}92\ N$$

Sufrirá un empuje de 3,92 N

b) La fuerza que hará ascender el trozo de madera.

Como el empuje es mayor que el peso de la esfera, el cuerpo ascenderá desde donde se mantiene sumergido. La fuerza que lo hará ascender será su peso aparente, resultante de las dos fuerzas verticales que actúan sobre el cuerpo.

$$P_a = P - E = mg - E = 2{,}35N - 3{,}92N = -1{,}57\ N$$

Donde el signo menos indica que el cuerpo asciende hasta la superficie donde flotará.

c) La aceleración que experimenta durante la subida.

Utilizando la segunda ley de Newton y sabiendo que la resultante de las fuerzas es el peso aparente, llegamos a:

$$\sum F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad E - P = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{P_a}{m} = \frac{1{,}57N}{0{,}24kg} = 6{,}54\ m \cdot s^{-2}$$

Ecuación en la que hemos despejado la aceleración del movimiento de ascenso y nos ha dado 6,54 m/s²

d) Empuje que experimentará cuando flote en la superficie.

Una vez que el cuerpo llega a la superficie y flota, el empuje disminuye ya que parte del cuerpo ya no se encuentra sumergido. Cuando está en equilibrio flotando, el peso del cuerpo y el empuje se igualan:

$$P = E \quad \rightarrow \quad E = m \cdot g = 0{,}24kg \cdot 9{,}81N \cdot kg^{-1} = 2{,}35\ N$$

El empuje es de 2,35 N.

f) Volumen de la esfera fuera del agua cuando flota.

El volumen sumergido cuando la esfera está flotando se determina a partir del empuja en esta nueva situación:

$$E = V_{liq} \cdot d_{liq} \cdot g \quad \rightarrow \quad V_{liq} = \frac{E}{d_{liq} \cdot g} = \frac{2{,}35N}{10^3\ Kg \cdot m^3 \cdot 9{,}8N \cdot kg^{-1}} = 2{,}40 \cdot 10^{-4} m^3 = 240 cm^3$$

Así que le volumen no sumergido será la diferencia con el volumen total de la esfera:

$$V_{fuera\ del\ agua} = 400\ cm^3 - 240\ cm^{-3} = 160\ cm^{-3}$$

Por tanto, sobresalen del agua 160 cm³ de la esfera.