

## Algoritmo de resolución de Problemas con sistemas no lineales

- Para resolver problemas de este tipo seguiremos los pasos siguientes:
- Lectura y comprensión del enunciado
  - Traducción del problema al lenguaje algebraico.
  - Planteamiento del sistema de ecuaciones.
  - Resolución del sistema normalmente por **sustitución**.
  - Evaluación e interpretación de los resultados con los datos del enunciado.
  - Responder a la cuestión o cuestiones planteadas en el enunciado.

01.- Halla dos números sabiendo que su suma es 15 y la diferencia de sus cuadrados 15. **Sol: 7, 8.**

02.- Halla dos números cuya suma es 23 y su producto 130. **Sol: 10, 13.**

03.- Un cuadrado tiene  $44 \text{ m}^2$  más de área que otro, y éste dos metros menos de lado que el primero. Hallar los lados de ambos cuadrados. **Sol: 12 y 10 m.**

04.- Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 € para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 € a cada uno de los otros. ¿Cuántos fueron de excursión y cuánto pagó cada uno? **Sol: Son 7 amigos y pagaron 70 € cada uno.**

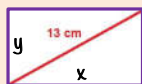
05.- Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo. **Sol: Los lados iguales miden 10 cm, y el lado desigual, 12 cm.**

06.- Descomponer el número 15 en dos sumandos tales que el triple del cuadrado del primero y el doble del segundo sumen 255. **Sol: Descomponemos el 15 en 9 + 6.**

07.- Un comerciante quiere vender por 60.000 € los ordenadores que tiene en su almacén. Pero se le estropean dos y tiene que vender los otros 50 € más caros para recaudar lo mismo. ¿Cuántos ordenadores tenía y a qué precio los vendió? **Sol: vende 48 ordenadores a 1250 € cada uno.**

Halla las dimensiones de un rectángulo de  $60 \text{ m}^2$  de área y cuya diagonal mide 13 m.

Si llamamos  $x$  a la longitud de la base e  $y$  a la altura, tenemos que:



$$\begin{cases} \text{Ecuación área: } x \cdot y = 60 \\ \text{Ecuación lados: } x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \begin{cases} y = \frac{60}{x} \\ x^2 + \left(\frac{60}{x}\right)^2 = 169 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación bicuadrada:

$$x^2 + \left(\frac{60}{x}\right)^2 = 169 \rightarrow x^2 + \frac{3600}{x^2} = 169 \rightarrow x^4 - 169x^2 + 3600 = 0$$

Que resolvemos mediante el cambio de variable  $z^2 = x$

$$z^2 - 169z + 3600 = 0 \rightarrow z_1 = 144 \quad y \quad z_2 = 25$$

Y deshaciendo el cambio llegamos a:  $x_1 = \sqrt{144} = 12$  y  $x_2 = \sqrt{25} = 5$

Si  $x = 12$ , por sustitución  $y = \frac{60}{x} = \frac{60}{12} = 5$  y si  $x = 5$ ,  $y = \frac{60}{x} = \frac{60}{5} = 12$

**Por tanto, las dimensiones de rectángulo son 12 x 5 metros.**

08.- Para vallar una finca rectangular de  $600 \text{ m}^2$  de área, se han utilizado 100 m de cerca. Calcula las dimensiones de la finca. **Sol: 30x20.**

09.- Una habitación de suelo rectangular tiene un área de  $30 \text{ m}^2$  y un perímetro de 22 m. Halla las dimensiones de dicha habitación. **Sol: 5 x 6 metros.**

10.- Sea una parcela rectangular, si su base disminuye en 80 m y su altura aumenta en 40 m, se convierte en un cuadrado. Si disminuye en 60 m su base y su altura aumenta en 20 m, entonces su área disminuye en  $400 \text{ m}^2$ . ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela? **Sol: Las dimensiones son 160 m x 40 m.**

11.- El lado de un rombo mide 5 cm, y su área,  $24 \text{ cm}^2$ . Calcula la longitud de sus diagonales. **Sol: Las diagonales del rombo miden 6 y 8 cm.**

12.- Halla el radio y la generatriz de un cono que tiene 15 cm de altura y cuya área lateral es de  $136\pi \text{ cm}^2$ . **Sol: El radio mide 8 cm y la generatriz 17 cm.**

13.- Calcula dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73. **Sol: Los números buscados son -3 y -8 o bien 8 y 3.**

14.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 26 m, y la suma de los catetos es 34 m. Halla la longitud de sus catetos. **Sol: 10, 24.**

La suma de los cuadrados de dos números positivos es 52. Hallar dichos números, sabiendo además que el mayor excede al menor en 2.

Si llamamos  $x$  al primero e  $y$  al segundo, podemos plantear el sistema:

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } x^2 + y^2 = 52 \\ \text{Ecuación 2: } x - y = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 + (x - 2)^2 = 52 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación de segundo grado:

$$x^2 + (x - 2)^2 = 52 \rightarrow x^2 + x^2 - 4x + 4 = 52 \rightarrow 2x^2 - 4x - 48 = 0$$

Cuya solución es:

$$2x^2 - 4x - 48 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow x_1 = -4 \quad x_2 = 6$$

Desechamos la primera por ser negativa, y por tanto:

$$x = 6 \rightarrow y = x - 2 = 6 - 2 = 4$$

**Por lo que los números son el 4 y el 6.**

15.- Uno de los lados de un rectángulo mide 2 cm más que el otro. ¿Cuáles son las dimensiones si su área es  $15 \text{ cm}^2$ ? **Sol: 3x5.**

16.- Si dos números suman 52 y sus cuadrados 1354. ¿Cuáles son esos números? **Sol: 25, 27.**

17.- Un transportista va a una ciudad que está a 300 km de distancia. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados a la ida y a la vuelta. **Sol: A la ida va a 50 km/h y tarda 6 h, a la vuelta va a 60 km/h y tarda 5 h.**

18.- Encuentra dos números sabiendo que su suma es 22 y que la diferencia de sus cuadrados es 44. **Sol: 10, 12.**

19.- Halla las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 13 m, y su área,  $60 \text{ m}^2$ . **Sol: Las dimensiones del rectángulo son 5 m y 12 m.**

20.- Dos números suman 65 y la diferencia de sus cuadrados es 325. Calculados. **Sol: 30, 35.**

21.- Halla las dimensiones de un rectángulo del que sabemos que su perímetro es de 34 m, y su área de  $60 \text{ m}^2$ . **Sol: Las dimensiones del rectángulo son 12 m x 5 m.**

22.- El área total de un cilindro es  $112\pi \text{ cm}^2$ , y entre el radio y la altura suman 14 cm. Halla su volumen. **Sol:  $V = 160\pi \text{ cm}^3$ .**

23.- Halla dos números cuya suma es 15 y la de sus cuadrados 117. **Sol: Los números 6 y 9.**

24.- Descomponer el número 15 en dos partes, cuyos cuadrados difieran en 45 unidades. **Sol: 6, 9.**

25.- Calcular las dimensiones de un rectángulo de 30 cm de perímetro y 54 cm<sup>2</sup> de área. **Sol: 6, 9.**

26.- La suma de los cuadrados de dos números positivos es 89. Hallar dichos números, sabiendo además que el mayor excede al menor en 3. **Sol: 5 y 8.**

**La suma de las áreas de dos cuadrados es 100 dm<sup>2</sup>, y su diferencia es 28 dm<sup>2</sup>. Hallar los lados de los cuadrados.**

Si llamamos  $x$  al lado del primer cuadrado e  $y$  al del segundo, podemos plantear un sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x^2 - y^2 = 28 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por reducción}} 2x^2 = 128 \rightarrow x = \frac{\sqrt{128}}{2} = \sqrt{64} = 8$$

Y despejando en la primera podemos calcular  $y$ :

$$x^2 + y^2 = 100 \rightarrow 64 + y^2 = 100 \rightarrow y = \sqrt{36} = 6$$

(en ambas raíces cuadradas hemos desechado las soluciones negativas por tratarse de la medida de los lados de dos cuadrados)

**Por tanto, los lados de los cuadrados son 6 y 8 dm.**

27.- Hallar dos números positivos sabiendo que la suma de los mismos es 9 y el producto de sus cuadrados es 400. **Sol: Los números son el 4 y el 5.**

28.- ¿Cuánto medirán los lados de una piscina que ocupa 280 m<sup>2</sup> de la finca y tiene un perímetro de 68 m? **Sol: Los lados miden 20 y 14 m**

29.- Halla dos números naturales cuya suma es 12 y la suma de sus cuadrados 80. **Sol: 4, 8.**

30.- Calcula el valor de dos números naturales, tales que al elevar el primero al cuadrado da el mismo resultado que sumarle uno al segundo, y, por otro lado, al sumarle cinco al primero me da el segundo número. **Sol: 3 y 8.**

31.- Hallar un número de dos cifras en que la cifra de las unidades sea igual al cuadrado de la cifra de las decenas y la suma de las dos cifras sea 6. **Sol: 24.**

32.- La suma de dos números enteros positivos es 36. El producto del primero, aumentado en 3, por el segundo aumentado en 2, es 408. ¿Cuáles son dichos números? **Sol: 21 y 15 y también 14 y 22.**

33.- Al principio del curso la relación del número de alumnos de dos colegios era 7/10. Habiéndose retirado 50 alumnos del primer curso y 80 del segundo curso al fin de curso la relación es 5/7. ¿Cuál fue el número de alumnos matriculados en cada colegio? **Sol: 350/750.**

34.- Calcular las dimensiones de un rectángulo de 30 cm de perímetro y 54 cm<sup>2</sup> de área. **Sol: 6, 9.**

35.- La suma de las áreas de dos cuadrados es 100 dm<sup>2</sup>, y su diferencia es 28 dm<sup>2</sup>. Hallar los lados de los cuadrados. **Sol: 6 y 8.**

36.- La suma de los cuadrados de dos números positivos es 117, y la diferencia de sus cuadrados es 45. ¿Cuáles son dichos números? **Sol: 6, 9.**

37.- Un jardín de forma rectangular tiene 600 m<sup>2</sup> de superficie y su perímetro mide 100 m. ¿Cuáles son las dimensiones de sus lados? **Sol: 20, 30.**

38.- El perímetro de un triángulo rectángulo es de 56 m y la hipotenusa 25 m. Hallar los lados. **Sol: 7, 24.**

39.- Un rectángulo tiene una longitud de 30 cm y una anchura de 15 cm. ¿Cuánto se debe añadir a la anchura y quitar a la longitud para que su área disminuya en 100 cm<sup>2</sup> y su perímetro no varíe? **Sol: 5 cm.**

40.- La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 17. ¿Cuáles son dichos números? **Sol: 8 y 9.**

41.- Un cuadrado tiene 13 m<sup>2</sup> más que otro y éste 1 m menos de lado que el primero. Halla los lados de los cuadrados. **Sol: 6, 7.**

42.- Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de  $x$  baldosas por lado sobran 8, y si se toman  $x + 1$  baldosas por lado faltan 13. Hallar las baldosas del lote. **Sol: 108 baldosas.**

43.- Calcular los tres lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la suma de sus lados es 24 y que la suma de sus cuadrados es 200. **Sol: 6, 8, 10.**

44.- La edad de mi tía, hoy es el cuadrado de la de su hija; pero dentro de nueve años será solamente el triple. ¿Qué edad tiene cada una? **Sol: la tía 36 y la hija 6.**

45.- Hallar una fracción cuyo valor no cambia añadiendo 15 al numerador y 18 al denominador y que se triplica cuando se añade 55 al numerador y 6 al denominador. **Sol: 20/24.**

46.- Halla dos números positivos cuya diferencia sea 3 y la suma de sus cuadrados 929. **Sol: 20, 23.**

**¿Cuánto medirán los lados de una piscina que ocupa 280 m<sup>2</sup> de la finca y tiene un perímetro de 68 m?**

Si llamamos  $x$  al largo de la piscina e  $y$  al ancho, tenemos que:

$$\begin{cases} \text{Ecuación área: } x \cdot y = 280 \\ \text{Ecuación perímetro: } 2x + 2y = 68 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \begin{cases} y = \frac{280}{x} \\ x + \frac{280}{x} = 34 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$x + \frac{280}{x} = 34 \rightarrow x^2 - 34x + 280 = 0 \rightarrow x_1 = 14 \quad x_2 = 20$$

$$\text{Y despejando en } y = \frac{280}{x} \rightarrow y_1 = \frac{280}{14} = 20 \rightarrow y_2 = \frac{280}{20} = 14$$

**Por tanto, los lados de la piscina miden 14 y 20 metros.**

47.- Hallar dos números naturales cuya diferencia sea 8 y cuyo producto sea 105. **Sol: 7, 15.**

48.- Si un número de dos cifras se divide por el producto de las mismas, el cociente es 3/2. La diferencia del número con las cifras permutadas y el mismo número es 36. Calcula ese número. **Sol: El 48.**

49.- Halla las dimensiones de un triángulo isósceles de 50 cm de perímetro, sabiendo que su altura mide 15 cm. **Sol: Los lados iguales miden 17 y el desigual 16 cm.**

50.- Un campesino tiene bueyes. Si vendiese 15 bueyes, el pienso le duraría 3 días más y si comprase 25 bueyes, el pienso le duraría 3 días menos. Halla el número de bueyes y de días que los puede alimentar. **Sol: Tiene 75 bueyes, que puede alimentar durante 12 días.**

51.- Aprovechando la pared de mi casa, hemos construido un jardín rectangular de 108 m<sup>2</sup> para que jueguen los niños, y para que no se escapen hemos instalado 30 metros de valla de madera. ¿Cuáles son las dimensiones del jardín? **Sol: 9x12 ó 6x18 metros.**

52.- El área de un triángulo es 78 cm<sup>2</sup> y entre la base y la altura suman 25 cm. Calcular la base y la altura. **Sol: (12,13) (13,12)**

53.- El área de un triángulo rectángulo es 120 cm<sup>2</sup> y la hipotenusa mide 26 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos? **Sol: 24 y 10 cm.**

54.- El área de un triángulo rectángulo es  $150 \text{ cm}^2$  y la altura relativa a la hipotenusa  $12 \text{ cm}$ . Hallar la medida de los catetos. **Sol: 15 y 20 cm.**

55.- Las dimensiones de un rectángulo son  $9 \text{ m}$  y  $7 \text{ m}$  y las de otro son  $12 \text{ m}$  y  $5 \text{ m}$ . Hallar las de un tercer rectángulo del mismo perímetro que el primero y equivalente al segundo. **Sol: 10 m y 6 m.**

56.- Los lados paralelos de un trapecio miden  $15 \text{ cm}$  y  $36 \text{ cm}$ , respectivamente y los no paralelos  $13 \text{ cm}$  y  $20 \text{ cm}$ . Calcular la altura del trapecio. **Sol: La altura es de 12 cm.**

**Un campesino tiene bueyes. Si vendiese 15 bueyes, el pienso le duraría 3 días más y si comprase 25 bueyes, el pienso le duraría 3 días menos. Halla el número de bueyes y de días que los puede alimentar.**

Si llamamos  $x$  al número de bueyes e  $y$  al número de días, podemos observar que se trata de un problema de proporcionalidad inversa, a más bueyes menos días, por tanto, si trasladamos los datos a una tabla:

Número de Bueyes	Número de días
$x$	$y$
$x-15$	$y+3$
$x+25$	$y-3$

Vamos a plantear el sistema sabiendo que en una proporcionalidad inversa, el producto de las magnitudes permanece constante, por tanto:

$$\begin{cases} (x-15)(y+3) = xy \\ (x+25)(y-3) = xy \end{cases} \xrightarrow{\text{Operando}} \begin{cases} xy + 3x - 15y - 45 = xy \\ xy - 3x + 25y - 75 = xy \end{cases}$$

Si quitamos el  $x \cdot y$  que se repite en ambos miembros, ya tenemos un sistema que además es lineal:

$$\begin{cases} xy + 3x - 15y - 45 = xy \\ xy - 3x + 25y - 75 = xy \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 15y = 45 \\ -3x + 25y = 75 \end{cases}$$

Y que resolveremos por reducción simplemente, sumando las ecuaciones:

$$\begin{array}{r} +3x - 15y = 45 \\ -3x + 25y = 75 \\ \hline 0x + 10y = 120 \end{array} \rightarrow y = \frac{120}{10} = 12$$

Y despejando en  $3x - 15y = 45 \rightarrow x - 5y = 15 \rightarrow x = 15 + 5y$

Llegamos a:  $x = 15 + 5y = 15 + 5 \cdot 12 = 15 + 60 = 75$

**Por tanto, Tiene 75 bueyes, que puede alimentar durante 12 días.**

57.- El lado de un rombo mide  $5 \text{ cm}$ , y su área  $24 \text{ cm}^2$ . Hallar la medida de sus diagonales. **Sol: 6 cm y 8 cm.**

58.- La suma del perímetro de un rombo y de sus diagonales es  $68 \text{ cm}$ . Calcular el área, sabiendo que las diagonales son entre sí como 3 es a 4. **Sol: 96 cm<sup>2</sup>.**

59.- La suma de los radios de dos círculos es  $70 \text{ cm}$ , y la suma de las áreas de éstos es igual al área de un tercer círculo de  $50 \text{ cm}$  de radio. ¿Cuál es el radio de los dos primeros círculos? **Sol: 30 cm y 40 cm.**

60.- Un rectángulo, cuya área es de  $60 \text{ cm}^2$ , está inscrito en un rombo cuyo perímetro mide  $52 \text{ cm}$ . Los vértices del rectángulo coinciden con los puntos medios de los lados del rombo. Calcular las diagonales del rombo. **Sol: 24 y 10 cm.**

61.- Obtén un número de dos cifras cuya diferencia de sus cifras es 6 y la cifra de las unidades es el cuadrado de la cifra de las decenas. **Sol: el número 39.**

62.- Halla un número de dos cifras si el producto de sus cifras es 18 y la cifra de las unidades es el doble que la cifra de las decenas. **Sol: El número 36.**

63.- Halla dos números sabiendo que su suma es 16 y la suma de sus inversos es  $2/3$ . **Sol: El 4 y el 12.**

64.- Considera un rectángulo y el cuadrado cuyo lado coincide con la diagonal del rectángulo. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo sabiendo que el área del cuadrado es de  $205 \text{ cm}^2$  y el del rectángulo es de  $78 \text{ cm}^2$ . **Sol: 13 y 6 cm.**

65.- La diagonal de un rectángulo mide  $9 \text{ cm}$ . Sumando la base del rectángulo y el doble de la altura se obtiene  $18 \text{ cm}$ . Halla el perímetro y el área del rectángulo. **Sol: P=25,2 cm y A=38,88 cm<sup>2</sup>.**

66.- Alicia es la mayor de tres hermanos, Luis es el mediano y Ángel es el menor. La diferencia de edad entre Ángel y Luis es el doble de la diferencia de edad entre Alicia y Luis. Halla sus edades sabiendo que la suma de sus edades actuales es de 23 años y que la diferencia de los cuadrados de las edades de Alicia y de Luis es de 88 años. **Sol: Alicia 13, Luis 9 y Ángel 1.**

67.- Halla dos números tales que la suma de sus inversos es  $0,7$  y la tercera parte de su diferencia es 1. **Sol: Pueden ser 5 y 2 ó también 6/7 y -15/7.**

68.- Halla el área de un rombo sabiendo que su perímetro es  $23,324 \text{ cm}$  y la suma de sus diagonales es  $16$ . **Sol: 30 cm<sup>2</sup>.**

69.- La suma de las áreas de dos cuadrados distintos es de  $97 \text{ cm}^2$  y la diferencia de sus perímetros es  $20 \text{ cm}$ . Halla el lado de cada cuadrado. **Sol 4 y 9 cm.**

70.- Calcula dos números naturales sabiendo que la tercera parte del mayor más la mitad del menor resulta el número inmediatamente anterior al menor, y la raíz cuadrada de la suma del mayor más el doble del menor es cinco. **Sol: Los números buscados son el 8 y el 9.**

71.- Los lados de un rectángulo se diferencian en  $2 \text{ m}$ . Si aumentáramos en  $2 \text{ m}$  cada lado, el área se incrementaría en  $40 \text{ m}^2$ . Halla las dimensiones del rectángulo. **Sol: 8 y 10 m.**

72.- El alquiler de una tienda de campaña cuesta  $80 \text{ €}$  al día. Inés está preparando una excursión con sus amigos y hace la siguiente reflexión: «Si fuéramos tres amigos más, tendríamos que pagar  $6 \text{ €}$  menos cada uno». ¿Cuántos amigos van de excursión? **Sol: 5 amigos.**

73.- Jacinto está cercando un terreno de forma rectangular. Cuando lleva puesto alambre a dos lados consecutivos del terreno, se da cuenta de que ha gastado  $170 \text{ m}$  de alambre. Si sabe que la diagonal del rectángulo mide  $130 \text{ m}$ , ¿cuáles son las dimensiones y el área del terreno? **Sol: 120 x 50 m = 6.000 m<sup>2</sup>.**

74.- Averigua las dimensiones que tiene un pliego rectangular de papel, sabiendo que si dejamos los márgenes laterales de  $1 \text{ cm}$  y los verticales de  $2,5 \text{ cm}$ , el área es  $360 \text{ cm}^2$ , y que si los márgenes laterales son de  $2 \text{ cm}$  y los verticales son de  $1,25 \text{ cm}$ , el área es la misma. **Sol: 20 x 25 cm.**

75.- Se han comprado un determinado de discos Blue-Ray vírgenes por una cantidad total de  $17,25 \text{ €}$ . Si se hubieran comprado discos de calidad superior, cuyo precio es de cuarenta céntimos más por unidad, se podrían haber comprado 8 menos para que el precio total no variase. ¿Cuántos Blue-Ray se han comprado? **Sol: 23.**

**La piratería es un delito. No piratees tu futuro.**

