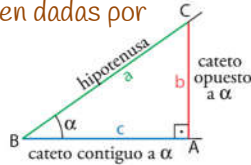


Dado el triángulo rectángulo de la figura, las razones trigonométricas del ángulo α vienen dadas por

$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto (b)}}{\text{Hipotenusa (a)}} = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{cos}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Contiguo (c)}}{\text{Hipotenusa (a)}} = \frac{c}{a}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto (b)}}{\text{Cateto Contiguo (c)}} = \frac{b}{c} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\operatorname{cos}(\alpha)}$$



Identidad fundamental de la trigonometría
 $\operatorname{Sen}^2\alpha + \operatorname{Cos}^2\alpha = 1$

01.- Expresar en radianes los siguientes ángulos dados en grados: a) 120°; b) 13°; c) 330°; d) 390°; e) 1000° y f) 15°

Sol: a) $13\pi/180$; b) $11\pi/6$; c) $13\pi/6$; d) $50\pi/9$; e) $\pi/12$ rad.

02.- Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos dados en radianes:

a) $\frac{4\pi}{3}$; b) $\frac{5\pi}{6}$; c) $\frac{16\pi}{3}$; d) $\frac{\pi}{5}$; e) $\frac{3\pi}{4}$; f) $\frac{7\pi}{12}$

Sol: a) 240°; b) 150°; c) 960°; d) 36°; e) 135°; f) 105°

03.- Calcular el ángulo, medido en radianes, que forman las agujas de un reloj cuando señala: a) las 5:00; b) las 5:12; c) 12:20; d) 2:30.

Sol: a) $5\pi/6$; b) $7\pi/15$; c) $4\pi/6$; d) $4\pi/6$

04.- Calcular las razones trigonométricas restantes de los siguientes ángulos, sabiendo que:

a) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$ b) $\operatorname{cos} \alpha = \frac{3}{4}$ c) $\tan \alpha = 1$ d) $\operatorname{sec} \alpha = \sqrt{5}$

Sol: a) $\operatorname{cos} \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$; b) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, \tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$;

c) $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\operatorname{cos} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \operatorname{sen} \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan \alpha = 2$

05.- Completa la siguiente tabla usando las relaciones de las razones trigonométricas:

Sen α	0,94		$\frac{4}{5}$			
Cos α		0,82			$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
Tg α				$\frac{7}{2}$		2

06.- Completa la tabla con la ayuda de la calculadora:

Medida de α en DEG	45°		30°			75°
Medida de α en RAD			$\pi/3$		$\pi/6$	
tg α		2,3		0,6		

07.- Comprueba las siguientes identidades:

a) $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{cos}^2 y = \operatorname{sen}^2 y - \operatorname{cos}^2 x$

b) $(1 + \tan^2 \alpha) \cdot \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$

c) $\frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \alpha}$

d) $\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot (1 - \operatorname{sen}^2 \alpha) = \operatorname{sen}^2 \alpha$

e) $\frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cos} \alpha}{\tan \alpha} = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$

f) $\frac{1 + \tan^2 \alpha}{\operatorname{cotg} \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\operatorname{cos}^2 \alpha}$

g) $\frac{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{\tan x}{1 - \tan^2 x}$

h) $\operatorname{cos}^4 x - \operatorname{sen}^4 x = 2 \cdot \operatorname{cos}^2 x - 1$

i) $\frac{\operatorname{cos} \alpha - \operatorname{cos}^3 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^3 \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$

j) $\frac{1}{\operatorname{cos} x} - \operatorname{cos} x = \operatorname{tg}^2 x \cdot \operatorname{cos} x$

k) $\operatorname{cos} \alpha + \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha}$

08.- ¿Puede haber algún ángulo que cumpla que su tangente sea 5 y su seno $\frac{1}{2}$?

Sol: No.

09.- Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 y 71 cm. Halla los dos ángulos agudos.

Sol: $34^\circ 3' 39,27''$ y $55^\circ 86' 51,73''$

10.- Da el valor del ángulo α en forma sexagesimal, que verifique en cada caso: a) $\operatorname{sen} \alpha = 0,91$; b) $\operatorname{tg} \alpha = 5,83$; c) $\operatorname{cos} \alpha = 0,42$; d) $\operatorname{tg} \alpha = 0,34$; e) $\operatorname{sen} \alpha = 0,08$; f) $\operatorname{cos} \alpha = 0,88$.

Sol: a) $\alpha = 65^\circ 30' 19''$; b) $\alpha = 80^\circ 16' 1''$; c) $\alpha = 65^\circ 9' 55''$; d) $\alpha = 18^\circ 46' 41''$; e) $\alpha = 4^\circ 35' 19''$; f) $\alpha = 28^\circ 21' 27''$

11.- Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?

Sol: 15,1 m.

12.- Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?

Sol: $\alpha = 66^\circ 25' 19''$

13.- Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo en A, siendo el cateto $b=75$ cm. y sabiendo que la bisectriz del ángulo agudo C mide 94 cm.

Sol: $a=274,32$ cm.

14.- Calcula el radio de un octógono regular de 20 cm de lado. ¿Cuánto mide su apotema?

Sol: $R=26,13$ cm y $Ap=24,14$ cm.

15.- La altura de un triángulo isósceles mide 33 cm. y forma ángulo de 55° con uno de los lados. Determinar todos los elementos del triángulo.

Sol: $A=B=35^\circ$; $C=110^\circ$; $a=b=57,53$ cm, $c=95,26$ cm.

16.- La base de un triángulo isósceles mide 55 cm. y los lados iguales 39 cm. Calcular el valor de sus ángulos.

Sol: $A=B=45^\circ 9' 36''$

17.- Calcular la base y la altura de un rectángulo, sabiendo que su diagonal mide 84 cm. y uno de los ángulos adyacentes a ella, $72^\circ 48'$.

Sol: 80,24 cm; 24,84 cm.

18.- Un ángulo de un rombo mide 62° . La diagonal menor, 34 cm. Calcular el perímetro y el área.

Sol: 132 cm; 962,2 cm².

19.- Calcular los ángulos de un trapecio isósceles cuyas bases miden 83 m. y 51 m. y la altura 61 m.

Sol: $75^\circ 18' 10''$; $104^\circ 41' 50''$

20.- Calcular el ángulo que forman entre sí dos tangentes a una circunferencia de 15 cm. de radio, trazadas desde un punto que dista 27 cm. del centro.

Sol: $67^\circ 29' 52''$

21.- Un árbol proyecta una sombra de 16,75 m cuando el ángulo de elevación del sol es de 32° . Calcula la altura de dicho árbol.

Sol: 10,47 m.

22.- Una persona de 176 cm. de altura proyecta una sombra de 121 cm. Calcula la "altura" del sol en ese instante. ("Altura" de un astro es el ángulo α que está sobre el horizonte)

Sol: $55^\circ 29' 29''$

23.- Una cometa está unida al suelo por un hilo de 100 m. que forma con la horizontal del terreno un ángulo de 60° . Suponiendo que el hilo está tirante, hallar la altura de la cometa.

Sol: 86,6 m.



24.- Desde un faro colocado a 40 m sobre el nivel del mar el ángulo de depresión de un barco es de 55° . ¿A qué distancia del faro se halla el barco?

Sol: 28 m.

25.- Una escalera de mano está apoyada contra la pared de un edificio, de modo que del pie de la escalera al edificio hay 12 m. ¿A qué altura del suelo se encuentra el extremo superior de la escalera, y cuál es la longitud de la misma, si forma un ángulo de 70° con el suelo?

Sol: 33 m; 35,1 m.

26.- En un trozo de carretera la inclinación es de 6° . ¿Cuánto sube la carretera en 42 m. medidos sobre la misma carretera? **Sol:** 4,4 m.

27.- En una circunferencia de 8 cm de radio, dibujamos un ángulo de 2,5 radianes. **a)** ¿Qué longitud tendrá el arco correspondiente? **b)** Si en la misma circunferencia, un arco mide 12 cm, halla la medida del ángulo central en grados y en radianes. **Sol:** a) 20 cm; b) 1,5 rad = $89^\circ 55' 14''$

28.- Desde el punto donde estoy, la visual al punto más alto del edificio que tengo en frente forma un ángulo de 28° con la horizontal. Si me acerco 20 m, el ángulo es de 40° . ¿Cuál es la altura del edificio? **Sol:** el edificio mide 29,02 m.

29.- Calcular la altura de una torre situada en terreno horizontal, sabiendo que con un teodolito de 1,20 m. de altura, colocado a 20 m. de ella, se ha medido el ángulo que forma con la horizontal la visual dirigida al punto más elevado y se ha obtenido 48° y $30'$. **Sol:** 23,81 m.

30.- Hallar la altura de un poste, sabiendo que desde un cierto punto se ve bajo un ángulo de 14° y si nos acercamos 20 m. lo vemos bajo un ángulo de 18° . **Sol:** 21,43 m.

31.- Dos individuos A y B observan un globo que está situado entre ellos y en un plano vertical que pasa por ellos. La distancia entre los individuos es de 4 km. Los ángulos de elevación del globo desde los observadores son 46° y 52° respectivamente. Hallar la altura del globo y su distancia a cada observador. **Sol:** h=2,29 km; BG=2,91 km; AG=3,18 km

32.- Las bases de un trapecio son 15 cm. y 7 cm. otro de sus lados mide 4 cm. y el ángulo de las rectas sobre las que se encuentran los lados no paralelos es 39° . Calcular el área del trapecio. **Sol:** 37 cm².

33.- Dos edificios distan entre sí 90 m. Desde un punto que está entre los dos edificios vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35° y 20° . ¿Cuál es la altura de los edificios si sabemos que uno es 6 m más alto que el otro? **Sol:** 19,50m uno y 25,50m el otro, o 17,60m uno y 23,60 m el otro.

34.- Un río tiene las dos orillas paralelas. Desde los puntos A y B de una orilla se observa el punto P de la orilla opuesta; las visuales forman con la dirección de la orilla unos ángulos de 42° y 56° respectivamente. Calcular la anchura del río si la distancia entre los puntos A y B es de 31,5 m. **Sol:** 72,23 m ó 17,64 m.

35.- Un hombre recorre 500 m a lo largo de un camino que tiene una inclinación de 20° respecto de la horizontal. ¿Qué altura alcanza respecto al punto de partida? **Sol:** 170 m

36.- Se desea saber la altura de un árbol situado en la orilla opuesta de un río. La visual del extremo superior del árbol desde un cierto punto forma un ángulo de elevación de 17° . Acercándose 25,8 m. hacia la orilla en la dirección del árbol el ángulo es de 31° . Calcular la altura del árbol. **Sol:** 15,5 m

37.- En lo alto de un edificio en construcción hay una grúa de 4 m. Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de la grúa bajo un ángulo de 45° con respecto a la horizontal y el punto más alto del edificio bajo un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula la altura del edificio. **Sol:** el edificio mide 20,86 m de altura.

38.- Un árbol quebrado por el viento, forma un triángulo rectángulo con el suelo. ¿Cuál era la altura del árbol, si la parte que ha caído hacia el suelo forma con este un ángulo de 50° , y si la parte del tronco que ha quedado en pie tiene una altura de 20 m? **Sol:** 46,11 m.

39.- Desde un punto del suelo se ve una chimenea bajo un ángulo de $26^\circ 30'$. Calcular bajo qué ángulo se verá a distancia doble, triple y cuádruple. **Sol:** $13^\circ 59' 52''$; $9^\circ 26' 9''$; $7^\circ 5' 49''$

40.- Calcular los ángulos de un rombo, sabiendo que: a) sus diagonales miden 13 cm. y 9 cm. b) un lado mide 13 cm. y una diagonal 10 cm. **Sol:** a) $69^\circ 23' 25''$ y $110^\circ 36' 35''$; b) $45^\circ 14' 24''$ y $134^\circ 45' 36''$

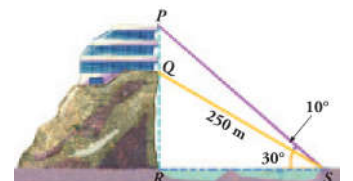
41.- En una circunferencia de 12 cm. de radio se toma una cuerda de 13 cm. Averiguar el ángulo central que abarca dicha cuerda. **Sol:** $65^\circ 35' 39''$

42.- Si una cuerda de longitud igual a 4 m. subtiende un arco de $45^\circ 37'$, calcular el radio de la circunferencia y la distancia del centro a la cuerda. **Sol:** 5,16 m; 4,76 m

43.- La longitud del lado de un octógono regular es 12 m. Hallar los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita. **Sol:** 14,49 m; 15,68 m

44.- Un avión P vuela entre dos ciudades A y B que distan entre sí 50 km. Desde el avión se miden los ángulos PAB de 20° y PBA de 30° . ¿A qué altura está el avión? **Sol:** El avión vuela a 11,16 km de altura.

45.- Para calcular la altura del edificio, PQ, hemos medido los ángulos que aparecen en la figura y sabemos que hay un funicular para ir de S a Q, cuya longitud es de 250 m. Halla la altura del edificio PQ. **Sol:** La altura del edificio es de 56,67 m.

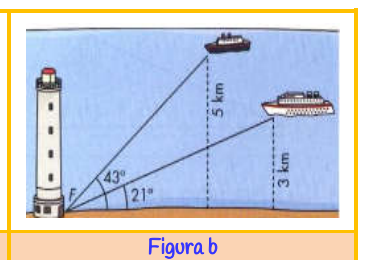
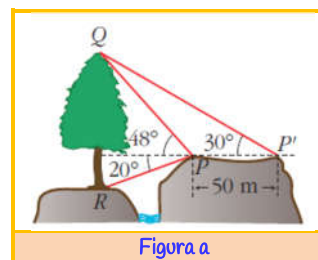


46.- Para localizar una emisora pirata, dos receptores, A y B, que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de 40° y 65° . ¿A qué distancia de A y B se encuentra dicha emisora? **Sol:** a 9,38 km de A y a 6,65 km de B.

47.- Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista x con la diagonal de la base. **Sol:** $\alpha = 35^\circ 15' 52''$

48.- En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide el doble que el otro. ¿Cuánto valen las razones trigonométricas del ángulo menor? **Sol:** Sen= $\sqrt{5}/5$; Cos= $2\sqrt{5}/5$ y tan=1/2

49.- Halla la altura del árbol QR de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación P, con todos los datos que aparecen en la figura a. **Sol:** 79,82 m



50.- Desde el faro F se observan los barcos A y B. El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km. Calcula con los datos de la figura b, la distancia entre los barcos. **Sol:** 3,16 km.

51.- Sobre un peñasco situado en la ribera de un río se levanta una torre de 125 m. de altura. Desde el extremo superior de la torre, el ángulo de depresión de un punto situado en la orilla opuesta es de $28^{\circ}40'$ y desde la base de la torre, el ángulo de depresión del mismo punto es de $18^{\circ}20'$. Calcula la anchura del río y la altura del peñasco.

Sol: 580 m; 192 m

52.- La distancia entre dos edificios de tejado plano es de 60 m. Desde la azotea del menor de los edificios, cuya altura es de 40 m. se observa la azotea del otro con un ángulo de elevación de 40° . ¿Cuál es la altura del edificio más alto?

Sol: 90 metros.

53.- En la cima de una colina hay un asta de bandera. Desde un punto A, en el terreno llano, los ángulos de elevación del extremo D y del pie B del asta miden, respectivamente, $47^{\circ}54'$ y $39^{\circ}45'$. Determinar la altura de la colina si el asta mide 11,55 m.

Sol: 34,93 metros.

54.- Una barca puede navegar en agua tranquila a 8 km/h. Si la corriente del río lleva una velocidad de 6 km/h, ¿bajo qué ángulo cortará la barca a la corriente para que la dirección de su movimiento sea perpendicular a la corriente? ¿Cuál es la velocidad real de la barca?

Sol: $41^{\circ}24'36''$; 5,29 km/h

55.- Un lado de un paralelogramo mide 56 cm y los ángulos formados por este lado y las diagonales son $31^{\circ}14'$ y $45^{\circ}37'$. Calcula los lados del paralelogramo.

Sol: 44,95 cm y 56 cm.

56.- En las orillas opuestas de un río se sitúan dos puntos A y B. En la orilla donde está A se determina un segmento de recta $AC=275$ m. y se miden los ángulos $CAB=125^{\circ}40'$ y $ACB=48^{\circ}50'$. Encontrar la distancia de A a B.

Sol: 2,160 metros.

57.- Desde un avión los ángulos de depresión de dos puntos P y Q, distantes 3.500 m. son respectivamente, 33° y 44° . Calcula las distancias del avión a P y a Q.

Sol: $PA=12742,1$ m; $QA=9990,3$ m.

58.- Dos fuerzas de 17 y 27 Newton dan una resultante de 12 N. Calcula el ángulo que forman entre sí y los que forman cada una de ellas con la resultante. (Idem con 46 y 25 N y resultante 58 N).

Sol: a) $162^{\circ}10'45''$; $136^{\circ}30'$; $25^{\circ}40'45''$; b) $74^{\circ}17'1''$; $24^{\circ}30'51''$; $49^{\circ}46'10''$

59.- Sean A y B dos puntos inaccesibles pero visibles ambos desde puntos accesibles C y D separados por 73,2 m. Suponiendo que los ángulos $ACD=80^{\circ}12'$ $BCD=43^{\circ}31'$ $BDC=32^{\circ}$ y $ADC=23^{\circ}14'$, determinar la distancia AB.

Sol: 22,1 m.

60.- Dos observadores A y B esperan a los concursantes de una carrera de regatas en los extremos de la línea de llegada que mide 100 m. En un momento ven dos embarcaciones con la siguiente posición $CAB=80^{\circ}$, $DAB=70^{\circ}$, $ABC=80^{\circ}$ y $ABD=90^{\circ}$. ¿Cuál de ellas está más próxima de la meta?

Sol: $dC=283,56$ m; $dD=274,75$ m; está más próxima D.

61.- Un barco que navega hacia el norte enfila dos faros en dirección oeste. Después de una hora de marcha, uno de los faros aparece al SO y el otro al SSO. Hallar la velocidad del barco sabiendo que la distancia entre los faros es de 8 km.

Sol: 13,65 km/h

62.- Dos tramos de carretera, de 125 m. y 200 m. de longitud respectivamente, forman ángulo de 162° . Hallar la

distancia en línea recta entre los puntos extremos de estos dos tramos.

Sol: 321,2 m.

63.- Un barco que navega directamente hacia el este observa un faro con orientación N $62^{\circ}10'$ E. Cuando el barco ha recorrido 2.250 m. la orientación del faro es N $48^{\circ}25'$ E. Si el barco continúa navegando sin alterar su rumbo, ¿cuál será la menor distancia a la que pasará del faro?

Sol: 29933,5 m

64.- Calcular la distancia entre los puntos A y B entre los que hay una montaña sabiendo que sus distancias a un punto fijo O son de 315 m. y 375 m. respectivamente, y que el ángulo $AOB=48^{\circ}54'$.

65.- Un explorador parte de A, recorriendo 3 km. en línea recta hasta llegar a B. Aquí gira un ángulo de 65° hacia su izquierda, caminando 2,5 km. en línea recta en la nueva dirección, hasta alcanzar el punto C. Nuevamente gira, ahora 125° a su derecha, y recorre 6,2 km. en línea recta en la nueva dirección hasta llegar a D. Averiguar la distancia en línea recta que hay desde A hasta D.

Sol: 7,73 km.

66.- Un barco B se observa desde los puntos de la costa A y C. Se miden los ángulos $BAC = 65^{\circ}$ y $30'$ y $BCA = 105^{\circ}$ y $18'$ y la distancia $AC=453$ m. Hallar a qué distancia está el barco de los puntos A y C.

Sol: $BA=2732,9$ m; $BC=2578,2$ m

67.- Un avión que vuela a 3 Km de altura, ve un pueblo A bajo un ángulo de 40° con respecto a la horizontal de vuelo (ángulo de depresión) y otro pueblo B bajo un ángulo de 15° . ¿Qué distancia hay entre A y B?

Sol: 7621 m

68.- Alfonso está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya 47 m de hilo y el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de 52° . ¿A qué altura, h, se encuentra la cometa?

Sol: A 37 m de altura.

Ciencias

<http://selectividad.intergranada.com>