

1 NÚMEROS RACIONALES

EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1.1 Arquímedes nació en el año 287 a. C. en Siracusa (Sicilia). ¿Cuántos años han transcurrido desde su nacimiento?

$$2008 - (-287) = 2295 \text{ años}$$

- 1.2 ¿De qué número es 6 la tercera parte?
¿Y la sexta?

Si x es el número buscado, entonces $\frac{x}{3} = 6$, luego $x = 18$.

$$Y \frac{x}{6} = 6, \text{ luego } x = 36$$

- 1.3 Sergio recorre en bicicleta los $\frac{7}{9}$ del trayecto de una prueba deportiva. Si aún le faltan 18 kilómetros, ¿cuántos kilómetros tiene la carrera?

Si ha recorrido $\frac{7}{9}$ del trayecto, le quedan por recorrer $\frac{2}{9}$, que corresponden a 18 km.

$$\text{Por tanto, } \frac{1}{9} \text{ del trayecto es } \frac{18}{2} \text{ km} = 9 \text{ km}$$

$$\text{Luego los } \frac{9}{9} \text{ equivalen a: } 9 \cdot 9 = 81 \text{ km.}$$

Medida del trayecto: 81 km

- 1.4 En un centro de acogida de animales se recogen perros y gatos callejeros. Los perros representan $\frac{7}{15}$ del total. Si el número de animales es de 120, ¿cuántos perros y gatos hay?

$$\text{Número de perros: } \frac{7}{15} \cdot 120 = 7 \cdot \frac{1}{15} \cdot 120 = 7 \cdot 8 = 56$$

$$\text{Número de gatos: } 120 - 56 = 64$$

- 1.5 Una urbanización en la costa recicla 65 000 metros cúbicos de agua para el riego de sus calles y jardines. Si esta cantidad representa los $\frac{7}{10}$ del total, ¿cuántos metros cúbicos quedan sin reciclar?

$$\frac{1}{10} \text{ de las toneladas recicladas es: } 65\,000 : 10 = 6500.$$

$$\text{Toneladas sin reciclar, } \frac{3}{10} : 3 \cdot 6500 = 19\,500 \text{ m}^3.$$

- 1.6 El agua, al helarse, aumenta aproximadamente $\frac{1}{10}$ su volumen y, por eso, el hielo flota en el agua. Si se tiene un metro cúbico de agua, ¿cuánto aumenta su volumen?

$$1 \text{ metro cúbico} = 1000 \text{ dm}^3$$

$$\text{Volumen de un dm}^3 \text{ de agua helada: } 10 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\text{Volumen de un m}^3 \text{ de agua helada: } \frac{11}{10} \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 1100 \text{ dm}^3$$

Por tanto, aumenta 100 dm³.

- 1.7 Amplifica la fracción $\frac{7}{11}$ a una que tenga por numerador 77 y a otra con denominador 99.

a) Se amplifica multiplicando por 11: $\frac{7}{11} = \frac{77}{121}$

b) Se amplifica multiplicando por 9: $\frac{7}{11} = \frac{63}{99}$

1.8 Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes.

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{12}{20}$

b) $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{10}$

c) $\frac{7}{20}$ y $\frac{40}{100}$

d) $\frac{6}{14}$ y $\frac{21}{49}$

- a) $3 \cdot 20 \neq 5 \cdot 12 \Rightarrow$ No son equivalentes.
 b) $4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 \Rightarrow$ Sí son equivalentes.
 c) $7 \cdot 100 \neq 20 \cdot 40 \Rightarrow$ No son equivalentes.
 d) $6 \cdot 49 = 14 \cdot 21 \Rightarrow$ Sí son equivalentes.

1.9 Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones.

a) $\frac{270}{990}$

b) $\frac{150}{225}$

c) $\frac{80}{240}$

d) $\frac{72}{360}$

e) $\frac{111}{393}$

f) $\frac{39}{195}$

a) m.c.d.(270, 990) = 90 $\Rightarrow \frac{270}{990} = \frac{3}{11}$

d) m.c.d.(72, 360) = 72 $\Rightarrow \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$

b) m.c.d.(150, 225) = 75 $\Rightarrow \frac{150}{225} = \frac{2}{3}$

e) m.c.d.(111, 393) = 3 $\Rightarrow \frac{111}{393} = \frac{37}{131}$

c) m.c.d.(80, 240) = 80 $\Rightarrow \frac{80}{240} = \frac{1}{3}$

f) m.c.d.(39, 195) = 39 $\Rightarrow \frac{39}{195} = \frac{1}{5}$

1.10 Indica si son correctas las siguientes desigualdades.

a) $\frac{14}{12} < \frac{16}{10} < \frac{20}{14}$

b) $-\frac{15}{18} > -\frac{33}{39} > -\frac{45}{54}$

Se calcula el m.c.m. para conseguir que todas las fracciones tengan el mismo denominador y poder comparar los numeradores.

a) La desigualdad no es correcta porque m.c.m.(12, 10, 14) = 420.

$$\frac{14}{12} = \frac{490}{420} \quad \frac{16}{10} = \frac{672}{420} \quad \frac{20}{14} = \frac{600}{420} \quad \Rightarrow \frac{14}{12} < \frac{20}{14} < \frac{16}{10}$$

b) La desigualdad no es correcta porque m.c.m.(18, 39, 54) = 702.

$$\frac{-15}{18} = \frac{-585}{702} \quad \frac{-33}{39} = \frac{-594}{702} \quad \frac{-45}{54} = \frac{-585}{702} \quad \Rightarrow \frac{-33}{39} < \frac{-15}{18} = \frac{-45}{54}$$

1.11 Ordena de menor a mayor los siguientes números racionales: $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $-\frac{6}{10}$, $-\frac{2}{3}$

Para ordenar las fracciones se transforman a otras con igual denominador entre ellas.

$$\frac{4}{3} = \frac{40}{30} \quad \frac{5}{2} = \frac{75}{30} \quad -\frac{3}{5} = \frac{-18}{30} \quad \frac{4}{5} = \frac{24}{30} \quad -\frac{6}{10} = \frac{-18}{30} \quad -\frac{2}{3} = \frac{-20}{30}$$

Ordenación: $-\frac{2}{3} < -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{4}{3} < \frac{5}{2}$

1.12 Escribe tres fracciones, si existen, comprendidas entre:

$$\frac{2}{5} \text{ y } \frac{3}{5}$$

¿Existen tantas fracciones como queramos? ¿Por qué?

Observa el proceso: $\frac{2}{5} = \frac{20}{50} < \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Entre las fracciones centrales podemos escribir 9 fracciones de denominador 50. Fracciones intermedias:

$$\frac{2}{5} = \frac{20}{50} < \frac{21}{50} < \frac{22}{50} < \frac{23}{50} < \dots < \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

Hay infinitas fracciones.

1.13 Utiliza el teorema de Tales para representar en una recta estos números racionales.

a) $\frac{5}{2}$

a) $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$

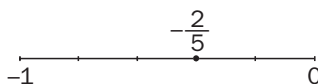
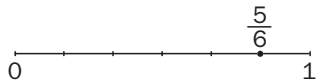
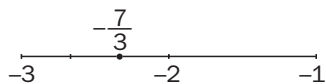
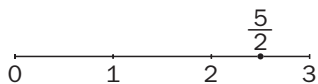
b) $-\frac{7}{3}$

b) $-\frac{7}{3} = -2 - \frac{1}{3}$

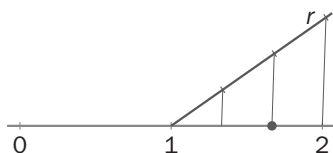
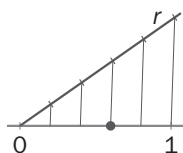
c) $\frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $-\frac{2}{5}$



1.14 Escribe el número representado en cada figura.



a) El número representado es $\frac{3}{5}$.

b) El número representado es $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

1.15 Calcula y simplifica el resultado:

a) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} : \frac{3}{7}$

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{7}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)$

a) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} : \frac{3}{7} = \frac{9}{10} - \frac{16}{15} + \frac{1}{3} - \frac{21}{12} = \frac{54 - 64 + 20 - 105}{60} = \frac{-95}{60} = \frac{-19}{12}$

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{7}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{16 - 84 - 20 - 6}{24}\right) : \left(\frac{-8 + 4 - 1}{6}\right) = \frac{82}{24} : \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{492}{-129} = -\frac{41}{10}$

1.16 Calcula y simplifica el resultado:

a) $\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)$

b) $\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2$

a) $\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10 - 3}{6} - \frac{4}{11} \cdot \frac{15 - 4}{20} = \frac{21}{48} - \frac{44}{220} = \frac{1155 - 528}{2640} = \frac{627}{2640} = \frac{209}{880}$

b) $\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{1}{4} + \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{100 + 45 + 54}{180} = \frac{199}{180}$

1.17 Escribe cada número fraccionario en forma decimal. Indica qué tipo de número decimal es cada uno y, si existen, la parte entera, el anteperíodo y el período.

a) $\frac{10}{4}$

b) $\frac{13}{27}$

c) $\frac{16}{11}$

d) $\frac{19}{6}$

a) $\frac{10}{4} = 2,5$ tiene una expresión decimal exacta.

b) $\frac{13}{27} = 0,48\overline{148}$ tiene una expresión decimal periódica mixta con período = 148 y anteperíodo = 48.

c) $\frac{16}{11} = 1,4\overline{5}$ tiene una expresión decimal periódica pura con parte entera = 1 y período = 45.

d) $\frac{19}{6} = 3,1\overline{6}$ tiene una expresión decimal periódica mixta con período = 6 y anteperíodo = 1.

1.18 Indica, sin hacer la división, el tipo de expresión decimal de las siguientes fracciones.

a) $\frac{17}{6}$

b) $\frac{17}{21}$

c) $\frac{29}{14}$

d) $\frac{77}{50}$

a) Denominador: $6 = 2 \cdot 3$

Fracción mixta, ya que tiene los factores 2 y 3

b) Denominador: $21 = 3 \cdot 7$

Fracción periódica pura, ya que tiene los factores 3 y 7.

c) Denominador: $14 = 2 \cdot 7$

Fracción mixta, ya que tiene los factores 2 y 7.

d) Denominador: $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$

Fracción exacta, ya que tiene los factores 2 y 5.

1.19 Escribe en forma fraccionaria estos números.

a) 2,222...

c) -7,1

e) 0,66

g) 0,155...

b) 10,555...

d) 6,2525...

f) 2,15

h) 0,3333...

a) $2,222... = \frac{20}{9}$

c) $-7,1 = -\frac{71}{10}$

e) $0,66 = \frac{2}{3}$

g) $0,155... = \frac{7}{45}$

b) $10,555... = \frac{95}{9}$

d) $6,2525... = \frac{619}{99}$

f) $2,15 = \frac{215}{100}$

h) $0,3333... = \frac{1}{3}$

1.20 Suma los números decimales 0,3333... y 0,5555..., pasando previamente a fracciones. ¿Se obtiene el mismo resultado?

$$0,3333... + 0,5555... = \frac{3}{9} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9} = 0,8888...$$

Observa que es también la suma de los dos números decimales.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1.21 Carlos ha vuelto a ir de compras. Ahora ha gastado dos quintas partes de su dinero en fruta, los tres séptimos de lo que le quedó, en yogures, y 18 euros en leche, gastando todo su dinero. ¿Cuánto gastó en total?

Carlos gastó en leche cuatro séptimas partes de lo que tenía después de comprar fruta. Si esa cantidad fueron 18 euros, tras comprar fruta le quedaron $18 : \left(\frac{4}{7}\right) = 31,50$ euros. Como en fruta gastó dos quintos de su dinero, esa cantidad es igual a los tres quintos del dinero con el que salió de casa. Por tanto, Carlos gastó en total $31,50 : \left(\frac{3}{5}\right) = 52,50$ euros.

1.22 Los amigos de Carlos salieron a pasear. Después de una hora, la sexta parte del grupo decidió regresar, y los tres quintos de los que quedaban pararon para hacer un descanso. Los otros cuatro amigos siguieron andando hasta llegar a su destino. ¿Cuántos formaban el grupo?

Los cuatro amigos son las dos quintas partes de los que no dieron la vuelta. Por tanto, entre estos cuatro y los que pararon a descansar eran 10 personas. Como esa cantidad correspondía a las cinco sextas partes del grupo, inicialmente salieron a pasear 12 personas.

ACTIVIDADES

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Números fraccionarios. Números racionales

1.23 Escribe la fracción que corresponde a estas expresiones:

a) Alba ha resuelto bien 4 de los 5 ejercicios del examen.

b) El 15% de los habitantes de una ciudad son inmigrantes.

c) La octava parte de los 96 participantes de un maratón no terminó la prueba.

d) En una empresa, 8 de cada 10 empleados llegan puntualmente al trabajo.

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{15}{100}$

c) $\frac{96}{8}$

d) $\frac{8}{10}$

1.24 Calcula el valor de x para que sean equivalentes las siguientes fracciones:

a) $\frac{x}{26}$ y $\frac{8}{13}$

b) $\frac{42}{54}$ y $\frac{7}{x}$

c) $\frac{x}{50}$ y $\frac{2}{x}$

a) $\frac{x}{26} = \frac{8}{13} \Leftrightarrow 13x = 8 \cdot 26 \Leftrightarrow x = 16$

b) $\frac{42}{54} = \frac{7}{x} \Leftrightarrow 42x = 7 \cdot 54 \Leftrightarrow x = 9$

c) $\frac{x}{50} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow x^2 = 2 \cdot 50 \Leftrightarrow x = 10$

1.25 Halla, mediante amplificación, cuatro fracciones equivalentes a cada una de las dadas.

a) $\frac{19}{8}$

b) $\frac{12}{30}$

c) $\frac{16}{11}$

d) $\frac{8}{15}$

a) $\frac{19}{8} = \frac{38}{16} = \frac{57}{24} = \frac{76}{32} = \frac{95}{40}$

c) $\frac{16}{11} = \frac{32}{22} = \frac{48}{33} = \frac{64}{44} = \frac{80}{55}$

b) $\frac{12}{30} = \frac{24}{60} = \frac{36}{90} = \frac{96}{120} = \frac{60}{150}$

d) $\frac{8}{15} = \frac{16}{30} = \frac{24}{45} = \frac{32}{60} = \frac{40}{75}$

1.26 Simplifica las siguientes fracciones.

a) $\frac{30}{45}$

b) $\frac{28}{35}$

c) $\frac{150}{200}$

d) $\frac{360}{300}$

a) $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{28}{35} = \frac{4}{5}$

c) $\frac{150}{200} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{360}{300} = \frac{6}{5}$

1.27 Escribe, para cada apartado, cinco fracciones que representen el mismo número racional dado.

a) $\frac{17}{5}$

b) $\frac{25}{32}$

c) $\frac{60}{75}$

d) $\frac{24}{18}$

a) $\frac{17}{5} = \frac{34}{10} = \frac{51}{15} = \frac{68}{20} = \frac{85}{25} = \frac{102}{30}$

c) $\frac{60}{75} = \frac{120}{150} = \frac{180}{225} = \frac{240}{300} = \frac{300}{375} = \frac{360}{450}$

b) $\frac{25}{32} = \frac{50}{64} = \frac{75}{96} = \frac{100}{128} = \frac{125}{160} = \frac{150}{192}$

d) $\frac{24}{18} = \frac{48}{36} = \frac{72}{54} = \frac{96}{72} = \frac{120}{90} = \frac{144}{108}$

Fracciones y decimales

1.28 Indica cuáles de los siguientes números decimales se pueden expresar en forma de fracción. Justifica tu respuesta.

a) 3,14

c) 82,7777...

b) 8,010010001...

d) 4,08939393...

Todos menos el del apartado b, porque no tiene período.

1.29 Sin hallar su expresión decimal, indica si los siguientes números son exactos, periódicos puros o periódicos mixtos. Justifica tu respuesta.

a) $\frac{13}{50}$

b) $\frac{35}{27}$

c) $\frac{8}{125}$

d) $\frac{97}{42}$

a) Exacto, porque el denominador sólo tiene los factores 2 y 5.

b) Periódico puro, porque el denominador no tiene los factores 2 y 5.

c) Exacto, porque el denominador sólo tiene el factor 2.

d) Periódico mixto, porque el denominador tiene los factores 2 y 3.

1.30 Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones y di de qué tipo son (exactas, periódicas puras o periódicas mixtas).

a) $\frac{48}{19}$

b) $\frac{25}{36}$

c) $\frac{50}{64}$

d) $\frac{70}{9}$

a) $\frac{48}{19} = 2,52631489473684210$. Periódica pura

c) $\frac{50}{64} = 0,78125$. Exacta

b) $\frac{25}{36} = 0,59\widehat{4}$. Periódica mixta.

d) $\frac{70}{9} = 7,\widehat{7}$. Periódica pura

1.31 Calcula la fracción irreducible equivalente a los siguientes números decimales.

a) $0,\widehat{36}$

c) $3,985$

e) $18,45$

g) $10,\widehat{5}$

b) $2,98\widehat{3}$

d) $1,2$

f) $8,03\widehat{59}$

h) $5,3\widehat{4}$

a) $0,\widehat{36} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$

e) $18,45 = \frac{1845}{100}$

b) $2,98\widehat{3} = \frac{2983 - 298}{900} = \frac{2685}{900} = \frac{179}{60}$

f) $8,03\widehat{59} = \frac{80359 - 803}{9900} = \frac{19889}{2475}$

c) $18,45 = \frac{1845}{100} = \frac{369}{20}$

g) $10,\widehat{5} = \frac{105 - 10}{9} = \frac{95}{9}$

d) $8,03\widehat{59} = \frac{80359 - 803}{9900} = \frac{79556}{9900} = \frac{19889}{2475}$

h) $5,3\widehat{4} = \frac{534 - 53}{90} = \frac{481}{90}$

Ordenación, comparación y representación de números racionales

1.32 Estudia si son correctas las siguientes relaciones de orden.

a) $\frac{8}{5} > \frac{6}{5}$

b) $\frac{7}{16} < \frac{4}{9}$

c) $\frac{3}{11} > \frac{5}{11}$

d) $\frac{9}{20} > \frac{4}{6}$

a) Sí, porque a igual denominador es mayor la fracción con mayor numerador.

b) $\frac{7}{16} = \frac{63}{144}$ y $\frac{4}{9} = \frac{64}{144}$

$\frac{63}{144} < \frac{64}{144} \Rightarrow \frac{7}{16} < \frac{4}{9}$. Es correcta.

c) No es correcta porque a igual denominador, es menor la fracción de menor numerador.

d) $\frac{9}{20} = \frac{27}{60}$ y $\frac{4}{6} = \frac{40}{60}$

$\frac{27}{60} < \frac{40}{60} \Rightarrow \frac{9}{20} < \frac{4}{6}$. No es correcta.

1.33 Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones.

a) $\frac{19}{36}, \frac{32}{36}, \frac{8}{36}, \frac{24}{36}, \frac{7}{36}$

b) $\frac{43}{27}, \frac{43}{18}, \frac{43}{39}, \frac{43}{5}, \frac{43}{40}$

c) $\frac{15}{8}, \frac{2}{9}, \frac{1}{5}, \frac{4}{15}, \frac{6}{10}$

a) $\frac{7}{36} < \frac{8}{36} < \frac{19}{36} < \frac{24}{36} < \frac{32}{36}$

b) $\frac{43}{40} < \frac{43}{39} < \frac{43}{27} < \frac{43}{18} < \frac{43}{5}$

c) $\frac{15}{8} = \frac{675}{360}, \frac{2}{9} = \frac{80}{360}, \frac{1}{5} = \frac{72}{360}, \frac{4}{15} = \frac{96}{360}, \frac{6}{10} = \frac{216}{360}$

$\frac{72}{360} < \frac{80}{360} < \frac{96}{360} < \frac{216}{360} < \frac{675}{360} \Rightarrow \frac{1}{5} < \frac{2}{9} < \frac{4}{15} < \frac{6}{10} < \frac{15}{8}$

1.34 Compara estas fracciones:

a) $\frac{-9}{12}$ y $\frac{4}{23}$

a) $\frac{-9}{12} < \frac{4}{23}$

b) $\frac{-6}{25}$ y $\frac{-12}{15}$

b) $\frac{-6}{25} = -\frac{18}{75}$; $\frac{-12}{15} = -\frac{60}{75}$
 $-\frac{18}{75} > -\frac{60}{75} \Rightarrow \frac{-6}{25} > \frac{-12}{15}$

c) $\frac{-10}{28}$ y $\frac{-10}{16}$

c) $\frac{-10}{28} > \frac{-10}{16}$

d) $\frac{-5}{18}$ y $\frac{-6}{32}$

d) $\frac{-5}{18} = \frac{-80}{288}$; $\frac{-6}{32} = \frac{-54}{288}$
 $\frac{-80}{288} < \frac{-54}{288}$
 $\frac{-5}{18} < \frac{-6}{32}$

1.35 Expresa los números decimales en forma de fracción y luego compara las fracciones.

a) 1,318 y $\frac{28}{25}$

a) $1,318 = \frac{1318}{1000} = \frac{659}{500}$; $\frac{28}{25} = \frac{560}{500}$
 $\frac{659}{500} > \frac{28}{25} \Rightarrow 1,318 > \frac{28}{25}$

b) $\frac{17}{9}$ y $2,\widehat{5}$

b) $2,\widehat{5} = \frac{25 - 2}{9} = \frac{23}{9}$
 $\frac{17}{9} < \frac{23}{9} \Rightarrow \frac{17}{9} < 2,\widehat{5}$

c) $\frac{7}{18}$ y $0,\widehat{16}$

c) $0,\widehat{16} = \frac{16}{99} = \frac{128}{792}$; $\frac{7}{18} = \frac{693}{792}$
 $\frac{693}{792} > \frac{128}{792} \Rightarrow \frac{7}{18} > 0,\widehat{16}$

d) 5,36 y $\frac{111}{20}$

d) $5,36 = \frac{536}{100}$; $\frac{111}{20} = \frac{555}{100}$
 $\frac{536}{100} < \frac{555}{100} \Rightarrow 5,36 < \frac{111}{20}$

1.36 Descompón las fracciones en suma de un entero más una fracción propia (el valor de una fracción propia es siempre menor que la unidad) e indica entre qué dos valores enteros quedarían representadas sobre la recta.

a) $\frac{29}{8}$

a) $\frac{29}{8} = 3 + \frac{5}{8}$

b) $\frac{-13}{4}$

b) $\frac{-13}{4} = -3 - \frac{1}{4}$

c) $\frac{37}{5}$

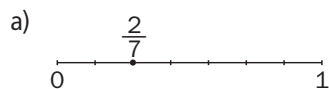
c) $\frac{37}{5} = 7 + \frac{2}{5}$

d) $-\frac{11}{3}$

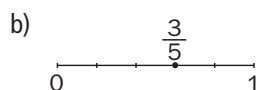
d) $-\frac{11}{3} = -3 - \frac{2}{3}$

1.37 Representa en la recta numérica:

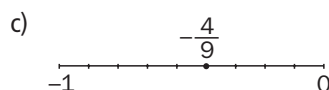
a) $\frac{2}{7}$



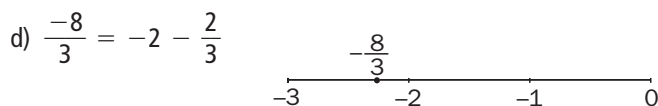
b) $\frac{3}{5}$



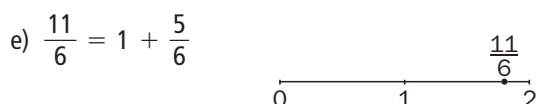
c) $-\frac{4}{9}$



d) $-\frac{8}{3}$



e) $\frac{11}{6}$



1.38 Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones.

a) $\frac{-10}{29}, \frac{8}{29}, \frac{-13}{29}, \frac{24}{29}, \frac{37}{-29}$

b) $\frac{19}{8}, \frac{-19}{12}, \frac{19}{-6}, \frac{-19}{5}, \frac{-19}{18}$

c) $\frac{-2}{3}, \frac{4}{15}, \frac{8}{25}, \frac{9}{10}, \frac{-7}{6}$

d) $\frac{1}{-12}, \frac{-5}{8}, \frac{9}{16}, \frac{-1}{4}, \frac{15}{-36}$

a) $\frac{24}{29} > \frac{8}{29} > \frac{-10}{29} > \frac{-13}{29} > \frac{37}{-29}$

b) $\frac{19}{8} > \frac{-19}{18} > \frac{-19}{12} > \frac{19}{-6} > \frac{-19}{5}$

c) $\frac{-2}{3} = \frac{-100}{150}; \frac{4}{15} = \frac{40}{150}; \frac{8}{25} = \frac{48}{150}; \frac{9}{10} = \frac{135}{150}; \frac{-7}{6} = \frac{-185}{150}$

$\frac{135}{150} > \frac{48}{150} > \frac{40}{150} > \frac{-100}{150} > \frac{-185}{150}$

$\frac{9}{10} > \frac{8}{25} > \frac{4}{15} > \frac{-2}{3} > \frac{-7}{6}$

d) $\frac{1}{-12} = \frac{-12}{144}; \frac{-5}{8} = \frac{-135}{144}; \frac{9}{16} = \frac{81}{144}; \frac{-1}{4} = \frac{-36}{144}; \frac{15}{-36} = \frac{-60}{144}$

$\frac{81}{144} > \frac{-12}{144} > \frac{-36}{144} > \frac{-60}{144} > \frac{-135}{144}$

$\frac{9}{16} > \frac{1}{-12} > \frac{-1}{4} > \frac{15}{-36} > \frac{-5}{8}$

Operaciones con números racionales

1.39 Realiza las siguientes sumas y restas.

a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{8} - \frac{10}{6} - \frac{11}{2}$

d) $\frac{7}{30} + \frac{2}{45} + \frac{8}{5} - 4$

b) $\frac{19}{16} - \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{9}\right) - \frac{8}{3}$

e) $\frac{5}{24} - \left(2 - \frac{1}{4} + \frac{3}{9}\right)$

c) $\frac{7}{12} - \frac{1}{18} - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{9}\right)$

f) $\left(\frac{10}{3} - \frac{8}{9}\right) - \frac{9}{6} + \frac{13}{4}$

a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{8} - \frac{10}{6} - \frac{11}{2} = \frac{30}{24} + \frac{9}{24} - \frac{40}{24} - \frac{132}{24} = -\frac{123}{24}$

b) $\frac{19}{16} - \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{9}\right) - \frac{8}{3} = \frac{19}{16} - \left(\frac{3}{9} - \frac{4}{9}\right) - \frac{8}{3} = \frac{19}{16} + \frac{1}{9} - \frac{8}{3} = \frac{171}{144} + \frac{16}{144} - \frac{384}{144} = -\frac{197}{144}$

c) $\frac{73}{12} - \frac{1}{18} - \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{9}\right) = \frac{7}{12} - \frac{1}{18} - \left(\frac{27}{36} - \frac{20}{36}\right) = \frac{7}{12} - \frac{1}{18} - \frac{7}{36} = \frac{21}{36} - \frac{2}{36} - \frac{7}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{7}{30} + \frac{2}{45} + \frac{8}{5} - 4 = \frac{21}{90} + \frac{4}{90} + \frac{144}{90} - \frac{360}{90} = -\frac{191}{90}$

e) $\frac{5}{24} - \left(2 - \frac{1}{4} + \frac{3}{9}\right) = \frac{5}{24} - \left(\frac{72}{36} - \frac{9}{36} + \frac{12}{36}\right) = \frac{5}{24} - \frac{75}{36} = \frac{15}{72} - \frac{150}{72} = -\frac{135}{72} = -\frac{15}{8}$

f) $\left(\frac{10}{3} - \frac{8}{9}\right) - \frac{9}{6} + \frac{13}{4} = \left(\frac{30}{9} - \frac{8}{9}\right) - \frac{9}{6} + \frac{13}{4} = \frac{22}{9} - \frac{9}{6} + \frac{13}{4} = \frac{88}{36} - \frac{54}{36} + \frac{117}{36} = \frac{151}{36}$

1.40 Halla el resultado de las siguientes multiplicaciones y divisiones.

$$a) \frac{9}{6} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-14}{35}\right)$$

$$c) \frac{-6}{9} : \frac{4}{3} : \left(\frac{-8}{12}\right)$$

$$b) \frac{-3}{8} \cdot \left(\frac{-2}{15}\right) \cdot \left(\frac{-10}{9}\right)$$

$$d) \frac{2}{7} : \left(\frac{-21}{6}\right) : \frac{4}{9}$$

$$a) \frac{9}{6} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{-14}{35}\right) = \frac{-9 \cdot 5 \cdot 14}{6 \cdot 4 \cdot 35} = -\frac{3}{2}$$

$$b) \frac{-3}{8} \cdot \left(\frac{-2}{15}\right) \cdot \left(\frac{-10}{9}\right) = \frac{-3 \cdot 2 \cdot 10}{8 \cdot 15 \cdot 9} = -\frac{1}{18}$$

$$c) \frac{-6}{9} : \frac{4}{3} : \left(\frac{-8}{12}\right) = \frac{-18}{36} : \left(\frac{-8}{12}\right) = \frac{216}{288} = \frac{3}{4}$$

$$d) \frac{2}{7} : \left(\frac{-21}{6}\right) : \frac{4}{9} = \frac{-12}{147} : \frac{4}{9} = -\frac{108}{588} = -\frac{9}{49}$$

1.41 Calcula las siguientes potencias.

$$a) \left(\frac{3}{5}\right)^4$$

$$c) \left(\frac{-9}{5}\right)^0$$

$$e) \left(-\frac{2}{3}\right)^5$$

$$b) \left(\frac{7}{6}\right)^3$$

$$d) \left(-\frac{8}{9}\right)^2$$

$$f) \left(-\frac{1}{2}\right)^1$$

$$a) \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{81}{625}$$

$$c) \left(\frac{-9}{5}\right)^0 = 1$$

$$e) \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{2^5}{3^5} = -\frac{32}{243}$$

$$b) \left(\frac{7}{6}\right)^3 = \frac{7^3}{6^3} = \frac{343}{216}$$

$$d) \left(-\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{8^2}{9^2} = \frac{64}{81}$$

$$f) \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

1.42 Expresa los números decimales en forma fraccionaria y después realiza las operaciones indicadas.

$$a) 0,45 + 1,2 - \frac{6}{5}$$

$$b) 18,4 - \frac{1}{4} + 2,5\widehat{8}$$

$$c) \frac{7}{9} - 0,\widehat{3} + 1,\widehat{29}$$

$$d) 3,\widehat{18} - 1,1\widehat{5} - \frac{2}{9}$$

$$a) 0,45 + 1,2 - \frac{6}{5} = \frac{45}{100} + \frac{12}{10} - \frac{6}{5} = \frac{45}{100} + \frac{120}{100} - \frac{120}{100} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

$$b) 18,4 - \frac{1}{4} + 2,5\widehat{8} = \frac{184}{10} - \frac{1}{4} + \frac{258 - 25}{90} = \frac{184}{10} - \frac{1}{4} + \frac{233}{90} = \frac{3312}{180} - \frac{45}{180} + \frac{466}{180} = \frac{3733}{180}$$

$$c) \frac{7}{9} - 0,\widehat{3} + 1,\widehat{29} = \frac{7}{9} - \frac{3}{9} + \frac{129 - 1}{99} = \frac{7}{9} - \frac{3}{9} + \frac{128}{99} = \frac{77}{99} - \frac{33}{99} + \frac{128}{99} = \frac{172}{99}$$

$$d) 3,\widehat{18} - 1,1\widehat{5} - \frac{2}{9} = \frac{318 - 3}{99} - \frac{115 - 11}{90} - \frac{2}{9} = \frac{315}{99} - \frac{104}{90} - \frac{2}{9} = \frac{3150}{990} - \frac{1144}{990} - \frac{220}{990} = \frac{893}{990}$$

Operaciones combinadas

1.43 Halla el resultado de las siguientes operaciones con números racionales.

$$a) \frac{4}{7} - \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{3} - \frac{5}{4} : \left(\frac{-3}{2}\right)$$

$$c) \frac{2}{3} : \frac{1}{2} - \frac{8}{12} \cdot \frac{9}{3} : (-5)$$

$$b) \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$d) 2 - 3 : \frac{5}{6} + \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right)^3$$

$$a) \frac{4}{7} - \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{3} - \frac{5}{4} : \left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{4}{7} - \frac{48}{21} + \frac{10}{12} = \frac{48}{84} - \frac{192}{84} + \frac{70}{84} = -\frac{137}{84}$$

$$b) \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{16}{25} - \frac{3}{10} = \frac{1}{6} + \frac{32}{150} - \frac{3}{10} = \frac{25}{150} + \frac{32}{150} - \frac{45}{150} = \frac{12}{150} = \frac{2}{25}$$

$$c) \frac{2}{3} : \frac{1}{2} - \frac{8}{12} \cdot \frac{9}{3} : (-5) = \frac{4}{3} - \frac{72}{36} : (-5) = \frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{20}{15} + \frac{6}{15} = \frac{26}{15}$$

$$d) 2 - 3 : \frac{5}{6} + \frac{11}{4} \cdot \left(\frac{-7}{2}\right)^3 = 2 - \frac{18}{5} + \frac{11}{4} \cdot \frac{343}{8} = 2 - \frac{18}{5} + \frac{3773}{32} = \frac{320}{160} - \frac{576}{160} + \frac{18865}{160} = -\frac{19121}{160}$$

1.44 Realiza las siguientes operaciones.

$$a) \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{4} : \frac{3}{7}\right)$$

$$b) \left(3 - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{11}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}\right)$$

$$c) 4 + 2 \cdot \left(\frac{8}{9} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{2}$$

$$d) \frac{4}{10} \cdot \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}\right)\right]$$

$$e) \left(8 - \frac{15}{2}\right)^2 : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{9}{8} - 2\right) - \frac{7}{16}\right]$$

$$a) \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{4} : \frac{3}{7}\right) = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \left(\frac{2}{3} - \frac{42}{12}\right) = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \left(\frac{8}{12} - \frac{42}{12}\right) = \frac{7}{9} - \frac{1}{9} \left(-\frac{34}{12}\right) = \frac{7}{9} + \frac{34}{108} = \frac{84}{108} + \frac{34}{108} = \frac{118}{108} = \frac{59}{54}$$

$$b) \left(3 - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{11}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^3 : \left(\frac{11}{5} - \frac{3}{5}\right) = \frac{125}{8} : \frac{8}{5} = \frac{625}{16}$$

$$c) 4 + 2 \cdot \left(\frac{8}{9} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{2} = 4 + 2 \cdot \left(\frac{8}{9} - \frac{8}{15}\right) : \frac{7}{2} = 4 + 2 \cdot \left(\frac{40}{45} - \frac{24}{45}\right) : \frac{7}{2} = 4 + 2 \cdot \frac{16}{45} : \frac{7}{2} = 4 + \frac{32}{45} : \frac{7}{2} = 4 + \frac{64}{315} = \frac{1260}{315} + \frac{64}{315} = \frac{1324}{315}$$

$$d) \frac{4}{10} \cdot \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}\right)\right] = \frac{4}{10} \cdot \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{18}{10}\right)\right] = \frac{4}{10} \cdot \left[1 + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{14}{10}\right)\right] = \frac{4}{10} \cdot \left[1 - \frac{42}{40}\right] = \frac{4}{10} \cdot \left(-\frac{2}{40}\right) = -\frac{8}{400} = -\frac{1}{50}$$

$$e) \left(8 - \frac{15}{2}\right)^2 : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{9}{8} - 2\right) - \frac{7}{16}\right] = \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) - \frac{7}{16}\right] = \frac{1}{8} : \left[-\frac{21}{32} - \frac{7}{16}\right] = \frac{1}{8} : \left[-\frac{21}{32} - \frac{14}{32}\right] = \frac{1}{8} : \left(-\frac{35}{32}\right) = -\frac{32}{140} = -\frac{8}{35}$$

1.45 Expresa los números decimales en forma de fracción y luego haz los cálculos.

a) $0,42 \cdot 3,1 - 10,8 + 1,52$

c) $19,85 - 13,2 \cdot 4,5 + 8,16$

b) $7,16 - (1,17 + 3,8 \cdot 7,2)$

d) $2,84 \cdot 5,1 - (0,503 - 4,96)$

$$\begin{aligned} \text{a) } 0,42 \cdot 3,1 - 10,8 + 1,52 &= \frac{42}{100} \cdot \frac{31}{10} - \frac{108}{9} + \frac{152}{99} = \frac{1302}{1000} - \frac{98}{9} + \frac{151}{99} = \\ &= \frac{128898}{99000} - \frac{1078000}{99000} + \frac{15100}{99000} = -\frac{934002}{99000} = -\frac{167001}{49500} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 7,16 - (1,17 + 3,8 \cdot 7,2) &= \frac{716}{100} - \left(\frac{17}{9} + \frac{38}{10} \cdot \frac{72}{9} \right) = \frac{716}{100} - \left(\frac{16}{9} + \frac{38}{10} \cdot \frac{65}{9} \right) = \frac{716}{100} - \left(\frac{16}{9} + \frac{2470}{9} \right) = \\ &= \frac{716}{100} - \left(\frac{160}{90} + \frac{22230}{90} \right) = \frac{716}{100} - \frac{22390}{90} = \frac{6444}{900} - \frac{223900}{900} = -\frac{217456}{900} = -\frac{54364}{225} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 19,85 - 13,2 \cdot 4,5 + 8,16 &= \frac{1985}{90} - \frac{132}{10} \cdot \frac{45}{10} + \frac{816}{99} = \frac{1787}{90} - \frac{5940}{100} + \frac{808}{99} = \\ &= \frac{196570}{9900} - \frac{588060}{9900} + \frac{80800}{9900} = -\frac{310690}{9900} = -\frac{31069}{990} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 2,84 \cdot 5,1 - (0,503 - 4,96) &= \frac{284}{100} \cdot \frac{51}{9} - \left(\frac{503}{999} - \frac{496}{99} \right) = \frac{284}{100} \cdot \frac{46}{9} - \left(\frac{503}{999} - \frac{492}{99} \right) = \\ &= \frac{13064}{900} - \left(\frac{5533}{10989} - \frac{54612}{10989} \right) = \frac{13064}{900} + \frac{49079}{10989} = \frac{1306415951144}{1098900} + \frac{4907900}{1098900} = \frac{20659044}{1098900} = \frac{5164761}{274725} \end{aligned}$$

CUESTIONES PARA ACLARARSE

1.46 Al representar en la recta dos fracciones equivalentes, ¿cuántos puntos se dibujan sobre ella?

Como conclusión al resultado anterior, y teniendo en cuenta que un número racional es un conjunto de infinitas fracciones equivalentes entre sí, ¿cuántos puntos de la recta se necesitan para representar un número racional?

Al representar en la recta dos fracciones equivalentes, solo se dibuja un punto sobre ella.

Para representar un número racional, solo es necesario un punto de la recta.

1.47 Para decir la hora que es cuando han pasado 15 minutos de la hora en punto se utiliza un valor fraccionario. Por ejemplo, se dice "las ocho y cuarto" en lugar de "las 8 y 15". Explica si es correcta la fracción utilizada.

Sí, porque 15 minutos de una hora equivalen a la fracción $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$.

1.48 Escribe:

a) Un número racional que no sea entero.

c) Un número entero que no sea racional.

b) Un número racional que sea entero.

d) Un número decimal que no sea racional.

a) $\frac{8}{7}$

c) Es imposible: todos los números enteros son racionales.

b) $\frac{36}{4}$

d) 1,320332033320...

1.49 Explica, utilizando ejemplos, si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones.

a) Todas las fracciones representan cantidades inferiores a la unidad.

b) Un número racional es una fracción.

c) Cualquier número decimal se puede expresar en forma fraccionaria.

d) Los números enteros también son racionales.

a) Falso: $\frac{9}{5}$ representa una cantidad mayor que 1.

- b) Falso: los números racionales también son enteros. Por ejemplo, $\frac{18}{9}$.
- c) Falso: los números decimales con infinitas cifras decimales no periódicas no se pueden expresar en forma fraccionaria. Por ejemplo, 0,12349873412...
- d) Verdadero.

1.50 ¿En qué son iguales los números 3,1414 y 3,1414...? ¿Qué los diferencia?

Son números racionales y, por tanto, se pueden expresar en forma de fracción.

El primero es exacto, tiene una cantidad finita de cifras decimales, y el segundo es periódico puro, $3,\overline{14}$.

1.51 Al operar con números racionales, ¿se obtiene siempre otro número racional? En caso contrario, pon un ejemplo.

Sí, porque al operar con números racionales o se obtiene una fracción o un entero que son números racionales.

1.52 Utiliza ejemplos para estudiar si el resultado de la multiplicación o la división de dos fracciones es distinto si se realiza en la forma habitual o reduciendo previamente las fracciones a denominador común. ¿Qué conclusión obtienes?

$\frac{6}{9} \cdot \frac{8}{3} = \frac{48}{27} = \frac{16}{9}$. Es el resultado de la multiplicación sin reducir las a denominador común.

$\frac{6}{9} \cdot \frac{8}{3} = \frac{6}{9} \cdot \frac{24}{9} = \frac{144}{81} = \frac{16}{9}$. Es el resultado reduciéndolas previamente a denominador común.

$\frac{7}{16} : \frac{1}{3} = \frac{21}{16}$. Es el resultado de la división sin reducir las a denominador común.

$\frac{7}{16} : \frac{1}{3} = \frac{21}{48} : \frac{16}{48} = \frac{1008}{768} = \frac{63}{48} = \frac{21}{16}$. Es el resultado de la división reduciéndolas a denominador común.

El resultado es el mismo, pero al reducir las a denominador común, el numerador y el denominador de las fracciones son números más grandes que hay que simplificar, y el ejercicio resulta más laborioso.

PROBLEMAS PARA APLICAR

1.53 En un grupo de 3.º de ESO de 28 alumnos hay 7 chicas. De entre los chicos, la octava parte no ha nacido en España. ¿Qué fracción del total representan?

Hay $28 - 7 = 21$ chicos.

$\frac{1}{8}$ de $\frac{21}{28} = \frac{3}{32}$ de los chicos no han nacido en España.

1.54 Javier ha cortado $\frac{1}{3}$ de una *baguette* para hacer un bocadillo y con los $\frac{3}{4}$ del resto ha preparado unas rebanadas. Ha sobrado un trozo de 4 centímetros. ¿Cuánto medía la *baguette*?

$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ de la barra quedan después de hacer el bocadillo.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ utiliza para las rebanadas.

Queda: $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$, que equivale a 4 cm.

Por tanto, la medida de la *baguette* era de: $6 \cdot 4 = 24$ cm

1.55 En un pueblo hay dos centros escolares de Secundaria, uno de ellos de reciente construcción.

La elección de la asignatura de Matemáticas de los alumnos de 4.º de ESO en cada uno de ellos es la que se observa en el cuadro siguiente.

	Matemáticas A	Matemáticas B
Instituto antiguo	120	60
Instituto nuevo	90	30

¿En cuál de los centros, el número de alumnos que ha elegido la opción A respecto del total de alumnos matriculados en 4.º de ESO es mayor?

En el instituto antiguo: $\frac{120}{180} = \frac{12}{18} = \frac{4}{6}$ es la fracción de alumnos matriculados en la opción A.

En el instituto nuevo: $\frac{90}{120} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Hay que comparar las fracciones obtenidas.

$$\frac{4}{6} = \frac{16}{24}; \frac{3}{4} = \frac{18}{24} \Rightarrow \frac{18}{24} > \frac{16}{24} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{4}{6}$$

Se han matriculado más alumnos en el instituto nuevo que en el antiguo.

1.56 Se está probando un nuevo tratamiento para una determinada enfermedad en 320 personas y se ha comprobado que en 15 de ellas produce un intenso dolor de cabeza. Aunque los efectos secundarios deberían ser nulos, este tratamiento se aceptará como válido si el porcentaje de personas en el que se manifiestan es inferior a un 0,01%.

Con los datos experimentales anteriores, ¿el tratamiento será aceptado o rechazado?

Produce dolor de cabeza en $\frac{15}{320}$, que equivale a un porcentaje del 0,0487%.

Como ese porcentaje es superior al válido para que sea aceptado, el tratamiento será rechazado.

1.57 El consumo de un televisor encendido es de 45 vatios a la hora. Si se apaga con el mando a distancia, su consumo se reduce a 15.

Si a lo largo de un día, el televisor está encendido durante cuatro horas y se apaga con el mando:

a) ¿Qué gasto total de energía se produce?

b) ¿Qué cantidad se podría ahorrar desconectando el aparato de la corriente?

c) ¿Qué fracción y qué porcentaje de ahorro se produciría en ese caso?

a) $4 \cdot 45 + 20 \cdot 15 = 400$ W se gastan en un día.

b) $20 \cdot 15 = 300$ W se podrían ahorrar.

c) La fracción: $\frac{300}{400} = \frac{3}{4}$

El porcentaje: 75%

1.58 En un invernadero se han sembrado 500 plantas de tomates, 400 de pimientos y 350 de calabacines. Se sabe que se pierden por término medio 1 de cada 60 plantas de tomates, 2 de cada 25 de pimientos y 6 de cada 11 de calabacines.

a) ¿Cuál de las tres plantas es más resistente?

b) ¿Cuántas de cada clase se espera que crezcan?

c) Si en este invernadero se han conseguido 490 plantas de tomates, 320 de pimientos y 318 de calabacines, ¿en cuál de ellas se ha dado un aumento de producción superior a la media? ¿En qué porcentaje ha aumentado?

a) Hay que comparar las fracciones $\frac{1}{60}$, $\frac{2}{25}$ y $\frac{6}{11}$.

$$\frac{1}{60} = \frac{55}{3300}; \frac{2}{25} = \frac{264}{3300}; \frac{6}{11} = \frac{1800}{3300} \Rightarrow \frac{55}{3300} < \frac{264}{3300} < \frac{1800}{3300} \Rightarrow \frac{1}{60} < \frac{2}{25} < \frac{6}{11}$$

Se pierden menos plantas de tomates. Por tanto, son las más resistentes.

b) $\frac{59}{60} \cdot 500 = 491,67 \approx 491$ plantas de tomates

$\frac{23}{25} \cdot 400 = 368$ de pimientos

$\frac{5}{11} \cdot 350 = 159,09 \approx 159$ de calabacines

c) En los calabacines.

El número de plantas que ha aumentado la producción es: $359 - 159 = 200$.

Se ha producido un aumento del 100%.

1.59 De los habitantes de una población, la cuarta parte son personas mayores de 60 años; las $\frac{3}{5}$ partes del resto tienen entre 25 y 60 años, y de los que quedan, solo la sexta parte son niños menores de 8 años.

a) ¿Qué fracción de la población tiene entre 8 y 25 años?

b) ¿Qué porcentaje de la población representan los mayores de 60 años?

c) Si el total de habitantes es 8640, ¿cuántos pertenecen al mayor grupo poblacional?

a) $1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{5} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{4} - \frac{9}{20} - \frac{1}{6} = \frac{60}{60} - \frac{15}{60} - \frac{27}{60} - \frac{10}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$ es la fracción de población que tiene entre 8 y 25 años.

b) $\frac{1}{4} \cdot 100 = 25\%$

c) $\frac{1}{4} \cdot 8640 = 2160$ son mayores de 60 años.

$\frac{3}{5} \cdot 8640 = 5184$ tienen entre 25 y 60 años.

$\frac{2}{15} \cdot 8640 = 3456$ tienen entre 8 y 25 años.

$\frac{1}{8} \cdot 8640 = 1080$ son niños menores de 8 años.

El mayor grupo poblacional es el de las personas entre 25 y 60 años.

REFUERZO

Números fraccionarios. Números racionales

1.60 Dadas las siguientes fracciones, ¿cuáles de ellas son equivalentes a $\frac{18}{24}$?

a) $\frac{90}{120}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{72}{98}$

d) $\frac{6}{9}$

e) $\frac{9}{12}$

a) $\frac{18}{24} = \frac{90}{120} \Leftrightarrow 18 \cdot 120 = 24 \cdot 90 \Leftrightarrow 2160 = 2160$. Es equivalente.

b) $\frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 18 \cdot 4 = 24 \cdot 3 \Leftrightarrow 72 = 72$. Es equivalente.

c) $\frac{18}{24} = \frac{72}{98} \Leftrightarrow 18 \cdot 98 = 24 \cdot 72 \Leftrightarrow 1764 \neq 1728$. No es equivalente.

d) $\frac{18}{24} = \frac{6}{9} \Leftrightarrow 18 \cdot 9 = 24 \cdot 6 \Leftrightarrow 162 \neq 144$. No es equivalente.

e) $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} \Leftrightarrow 18 \cdot 12 = 24 \cdot 9 \Leftrightarrow 216 = 216$. Es equivalente.

1.61 Halla tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes por amplificación.

a) $\frac{5}{12}$

b) $\frac{13}{18}$

c) $\frac{9}{4}$

a) $\frac{5}{12} = \frac{10}{24} = \frac{15}{36} = \frac{20}{48}$

b) $\frac{13}{18} = \frac{26}{36} = \frac{39}{54} = \frac{52}{72}$

c) $\frac{9}{4} = \frac{18}{8} = \frac{27}{12} = \frac{36}{16}$

1.62 Calcula la fracción irreducible de:

a) $\frac{280}{490}$

b) $\frac{63}{42}$

c) $\frac{360}{135}$

a) $\frac{280}{490} = \frac{28}{49} = \frac{4}{7}$

b) $\frac{63}{42} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{360}{135} = \frac{72}{27} = \frac{8}{3}$

1.63 Indica cuáles de los siguientes números son racionales.

a) 82,45364635...

b) -6

c) 2,1919...

Los números de los apartados b y c, porque el primero de ellos es entero y el segundo es decimal periódico puro, y los dos se pueden expresar en forma de fracción.

Fracciones y decimales

1.64 Calcula el valor decimal de las siguientes fracciones indicando, cuando existan, el período y el anteperíodo.

a) $\frac{25}{9}$

b) $\frac{17}{8}$

c) $\frac{28}{13}$

d) $\frac{16}{25}$

a) $\frac{25}{9} = 2,\overline{7}$. Período: 7

c) $\frac{28}{13} = 2,\overline{153846}$. Período: 153846

b) $\frac{17}{8} = 2,125$

d) $\frac{16}{25} = 0,64$

1.65 Sin realizar la división, indica el tipo de expresión decimal al que equivale cada fracción.

a) $\frac{37}{20}$

b) $\frac{37}{35}$

c) $\frac{12}{27}$

d) $\frac{48}{64}$

a) Exacto, porque los factores del denominador son 2 y 5.

b) Periódico mixto, porque los factores del denominador son 5 y 7.

c) Periódico puro, porque el denominador no tiene ni el factor 2 ni el 5.

d) Exacto, porque el denominador sólo tiene el factor 2.

1.66 Halla la fracción a la que equivalen las siguientes expresiones decimales.

a) $12,\overline{160}$

b) $8,4\overline{9}$

c) $30,805$

d) $17,\overline{89}$

a) $12,\overline{160} = \frac{12160 - 12}{999} = \frac{12148}{999}$

c) $30,805 = \frac{30805}{1000} = \frac{6161}{200}$

b) $8,4\overline{9} = \frac{849 - 84}{90} = \frac{765}{90} = \frac{153}{18} = \frac{17}{2}$

d) $17,\overline{89} = \frac{1789 - 17}{99} = \frac{1772}{99}$

Comparación, ordenación y representación de números racionales

1.67 Compara los siguientes números racionales.

a) $\frac{9}{8}$ y $\frac{9}{4}$

b) $-\frac{3}{40}$ y $\frac{1}{56}$

c) $\frac{16}{27}$ y $\frac{8}{27}$

d) $\frac{13}{21}$ y $\frac{16}{49}$

a) $\frac{9}{8} < \frac{9}{4}$

b) $-\frac{3}{40} < \frac{1}{56}$

c) $\frac{16}{27} > \frac{8}{27}$

d) $\frac{13}{21} = \frac{91}{147}$ y $\frac{16}{49} = \frac{48}{147}$
 $\frac{91}{147} > \frac{48}{147} \Rightarrow \frac{13}{21} > \frac{16}{49}$

1.68 Ordena de forma creciente los siguientes números racionales.

a) $\frac{29}{5}, \frac{29}{-36}, \frac{29}{15}, -\frac{29}{43}$

b) $\frac{18}{45}, \frac{-3}{45}, \frac{-12}{45}, \frac{7}{45}$

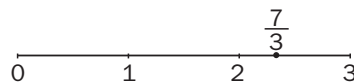
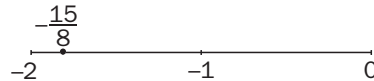
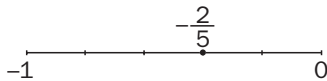
c) $\frac{9}{16}, \frac{7}{12}, \frac{-5}{8}, -\frac{11}{36}$

a) $\frac{29}{-36} < -\frac{29}{43} < \frac{29}{15} < \frac{29}{5}$

b) $\frac{-3}{45} < \frac{-12}{45} < \frac{7}{45} < \frac{18}{45}$

c) $\frac{9}{16} = \frac{81}{144}, \frac{7}{12} = \frac{84}{144}, \frac{-5}{8} = \frac{-90}{144}, -\frac{11}{36} = \frac{-44}{144} \Rightarrow -\frac{44}{144} < \frac{-90}{144} < \frac{81}{144} < \frac{84}{144}$
 $-\frac{11}{36} < \frac{-5}{8} < \frac{9}{16} < \frac{7}{12}$

1.69 Representa en la recta numérica los números: $-\frac{2}{5}, \frac{9}{10}, -\frac{15}{8}, \frac{7}{3}$.



Operaciones con números racionales

1.70 Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{1}{9}\right)^2$

b) $\left(-\frac{5}{8}\right)^3$

c) $\left(\frac{-3}{4}\right)^4$

d) $\left(\frac{6}{7}\right)^{-2}$

a) $\left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$

b) $\left(-\frac{5}{8}\right)^3 = -\frac{125}{512}$

c) $\left(\frac{-3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$

d) $\left(\frac{6}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36}$

1.71 Opera y simplifica.

a) $-\frac{18}{5} - \left(1 - \frac{3}{4} + \frac{6}{25}\right)$

c) $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{2} - \frac{5}{3}$

e) $\frac{7}{2} - \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3} : \frac{5}{9}\right)$

b) $\frac{11}{10} - \left[\left(\frac{6}{15} - \frac{9}{5}\right) - \frac{1}{4}\right]$

d) $1 - \frac{5}{6} : \left(2 - \frac{7}{9}\right)$

f) $\frac{8}{3} - \frac{5}{3} : \left(\frac{-1}{4} - 1\right)$

a) $-\frac{18}{5} - \left(1 - \frac{3}{4} + \frac{6}{25}\right) = -\frac{18}{5} - \left(\frac{100}{100} - \frac{75}{100} + \frac{24}{100}\right) = -\frac{18}{5} - \frac{49}{100} = -\frac{360}{100} - \frac{49}{100} = -\frac{409}{100}$

b) $\frac{11}{10} - \left[\left(\frac{6}{15} - \frac{9}{5}\right) - \frac{1}{4}\right] = \frac{11}{10} - \left[\left(\frac{6}{15} - \frac{27}{15}\right) - \frac{1}{4}\right] = \frac{11}{10} - \left(-\frac{21}{15} - \frac{1}{4}\right) = \frac{11}{10} - \left(-\frac{7}{5} - \frac{1}{4}\right) =$
 $= \frac{11}{10} - \left(-\frac{28}{20} - \frac{5}{20}\right) = \frac{11}{10} + \frac{33}{20} = \frac{22}{20} + \frac{33}{20} = \frac{55}{20} = \frac{11}{4}$

c) $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{2} - \frac{5}{3} = \frac{7}{8} + \frac{3}{16} - \frac{5}{3} = \frac{42}{48} + \frac{9}{48} - \frac{80}{48} = -\frac{29}{48}$

d) $1 - \frac{5}{6} : \left(2 - \frac{7}{9}\right) = 1 - \frac{5}{6} : \left(\frac{18}{9} - \frac{7}{9}\right) = 1 - \frac{5}{6} : \frac{11}{9} = 1 - \frac{45}{66} = \frac{66}{66} - \frac{45}{66} = \frac{21}{66} = \frac{7}{22}$

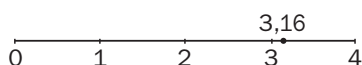
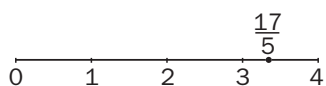
e) $\frac{7}{2} - \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3} : \frac{5}{9}\right) = \frac{7}{2} - \left(\frac{4}{6} - \frac{9}{15}\right) = \frac{7}{2} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) = \frac{7}{2} - \left(\frac{10}{15} - \frac{9}{15}\right) = \frac{7}{2} - \frac{1}{15} = \frac{105}{30} - \frac{2}{30} = \frac{103}{30}$

f) $\frac{8}{3} - \frac{5}{3} : \left(\frac{-1}{4} - 1\right) = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} : \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{8}{3} + \frac{20}{15} = \frac{60}{15} = 4$

AMPLIACIÓN

1.72 Representa en la recta real los siguientes números, expresando previamente los decimales en forma fraccionaria, y luego ordénalos de menor a mayor.

$$\frac{17}{5}, 3,1\overline{6}, -2,3\overline{5}, -\frac{20}{9}$$



1.73 Expresa como una única potencia:

a) $\left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left[\left(-\frac{7}{8}\right)^3\right]^2 : \frac{8}{7}$ b) $\left[\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-6}\right] : \left(-\frac{4}{9}\right)^{-5}$ c) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-4} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]$

a) $\left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left[\left(-\frac{7}{8}\right)^3\right]^2 : \frac{8}{7} = \left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6 : \left(\frac{7}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{8}\right)^{11}$

b) $\left[\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-6}\right] : \left(-\frac{4}{9}\right)^{-5} = \left[\left(\frac{4}{9}\right)^2 \cdot \frac{4}{9}\right]^{-6} : \left[-\left(\frac{4}{9}\right)^{-5}\right] = \left(\frac{4}{9}\right)^{-18} : \left[-\left(\frac{4}{9}\right)^{-5}\right] = -\left(\frac{4}{9}\right)^{-13}$

c) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-4} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right] = \left(\frac{3}{2}\right)^4 : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)\right] = \left(\frac{3}{2}\right)^4 : \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

1.74 Realiza las siguientes operaciones con números racionales y simplifica el resultado.

a) $\left(\frac{2}{3} - 1\right)^{-3} + \frac{8}{5} \cdot \frac{4}{6} - \frac{1}{6} : \left[\left(\frac{-7}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(2 - \frac{9}{5}\right)\right]$

b) $\left[\frac{5}{4} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^{-2}\right] : \left[\left(\frac{3}{2} - 2\right)^3 - \frac{1}{12} \cdot \frac{9}{2}\right]$

c) $\left(\frac{11}{6} - \frac{3}{4} \cdot 2\right)^2 : \frac{1}{3} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{12}\right)$

a) $\left(\frac{2}{3} - 1\right)^{-3} + \frac{8}{5} \cdot \frac{4}{6} - \frac{1}{6} : \left[\left(\frac{-7}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(2 - \frac{9}{5}\right)\right] = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} + \frac{32}{30} - \frac{1}{6} : \left[\frac{49}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}\right] =$
 $= -\frac{1}{27} + \frac{32}{30} - \frac{1}{6} : \left(\frac{49}{4} + \frac{1}{20}\right) = -\frac{1}{27} + \frac{32}{30} - \frac{1}{6} : \frac{246}{20} = -\frac{1}{27} + \frac{16}{15} - \frac{5}{369} = -\frac{205}{5535} + \frac{5904}{5535} - \frac{75}{5535} =$
 $= \frac{5624}{5535}$

b) $\left[\frac{5}{4} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^{-2}\right] : \left[\left(\frac{3}{2} - 2\right)^3 - \frac{1}{12} \cdot \frac{9}{2}\right] = \left[\frac{5}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{36}\right] : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{9}{24}\right] = \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{27}\right) : \left(-\frac{1}{8} - \frac{9}{24}\right) =$
 $= \left(\frac{135 - 4}{108}\right) : \left(-\frac{3 + 9}{24}\right) = \frac{131}{108} : \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{131}{108}$

c) $\left(\frac{11}{6} - \frac{3}{4} \cdot 2\right)^2 : \frac{1}{3} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{12}\right) = \left(\frac{11}{6} - \frac{3}{2}\right)^2 : \frac{1}{3} - \frac{36 - 5}{60} = \left(\frac{11 - 6}{6}\right)^2 : \frac{1}{3} - \frac{29}{60} = \frac{25}{36} : \frac{1}{3} - \frac{29}{60} =$
 $= \frac{25}{36} : \frac{1}{3} - \frac{29}{60} = \frac{75}{36} - \frac{29}{60} = \frac{375}{180} - \frac{87}{180} = \frac{288}{180} = \frac{8}{5}$

- 1.75 Las fracciones $\frac{9}{x}$, $\frac{x}{36}$ y $\frac{25}{y}$ representan el mismo número racional. Calcula x e y , y la fracción irreducible que lo representa.

Han de ser equivalentes: $\frac{9}{x} = \frac{x}{36} \Leftrightarrow x^2 = 9 \cdot 36 \Leftrightarrow x = 12$

$$\frac{9}{12} = \frac{25}{y} \Leftrightarrow 9y = 12 \cdot 25 \Leftrightarrow y = \frac{100}{3}$$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

1.76 El tiempo libre

Eugenia quiere saber cuánto tiempo diario debe reservar para sus aficiones. Para ello, ha fijado los siguientes criterios y prioridades:

- 1.º La tercera parte del tiempo la quiere dedicar a escuchar música.
- 2.º Las dos quintas partes del tiempo libre que le quede desea emplearlas en entrenarse en natación.
- 3.º La mitad de lo que le falte piensa destinarla a navegar por internet.
- 4.º Por último, lo que le reste desea aprovecharlo en la lectura, que, por otra parte, piensa que debe ser exactamente una hora.

- a) Calcula el tiempo total que debe dedicar a las actividades indicadas.
- b) Halla el tiempo empleado en cada actividad.
- c) ¿Qué parte del tiempo libre aprovechará para la lectura?

Se pueden representar las actividades en diferentes zonas de un rectángulo:

	NATACIÓN	
MÚSICA		
SÍ		
CA	INTERNET	LECTURA

Los tres últimos rectángulos pequeños se corresponden con una hora. Por tanto, cada rectángulo representa 20 minutos.

- a) $20 \cdot 15 = 300$ minutos = 5 horas
- b) Música: 100 minutos
Natación: 80 minutos
Internet: 60 minutos
- c) Dedicar a la lectura: $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ de su tiempo libre.

1.77 Situación de números racionales

- a) Indica, mediante fracciones irreducibles, los valores de A , B y C .
- b) Mediante una fracción irreducible, indica un número racional que esté entre A y B .
- c) Indica el número racional que se encuentra exactamente a medio camino entre los números A y 1 .
- d) ¿Es B el valor correspondiente al punto intermedio entre A y C ?

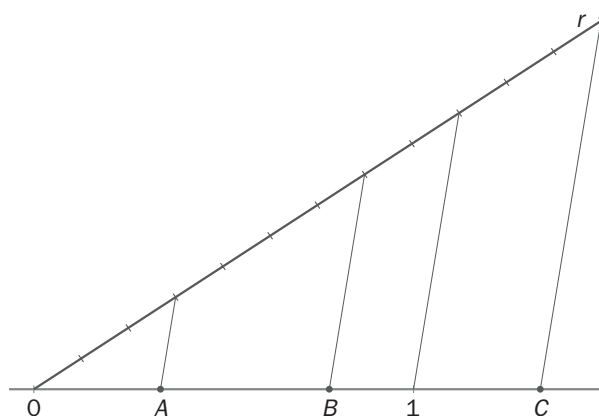
a) $A = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ $B = \frac{7}{9}$ $C = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

b) Por ejemplo, $\frac{4}{9}$

c) $\frac{1 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}}{2} = \frac{\frac{5}{3}}{2} = \frac{5}{6} \neq \frac{7}{9}$

B no es el punto intermedio entre A y C .



AUTOEVALUACIÓN

1.A1 Para cada apartado, calcula cinco fracciones que representen el mismo número racional dado.

a) $\frac{75}{40}$

b) $\frac{56}{64}$

c) $\frac{150}{324}$

d) $\frac{610}{425}$

a) $\frac{75}{40} = \frac{15}{8} = \frac{30}{16} = \frac{45}{24} = \frac{60}{48} = \frac{150}{80}$

c) $\frac{150}{324} = \frac{75}{162} = \frac{25}{54} = \frac{50}{108} = \frac{100}{216} = \frac{300}{648}$

b) $\frac{56}{64} = \frac{28}{32} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8} = \frac{21}{24} = \frac{35}{42}$

d) $\frac{610}{425} = \frac{122}{85} = \frac{244}{170} = \frac{366}{255} = \frac{488}{340} = \frac{1220}{850}$

1.A2 Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones.

a) $\frac{37}{15}, \frac{37}{-3}, \frac{-37}{16}, \frac{37}{8}$

b) $-\frac{14}{23}, \frac{9}{23}, \frac{-13}{23}, \frac{16}{23}$

c) $\frac{8}{20}, \frac{3}{16}, \frac{-5}{8}, \frac{-12}{10}$

a) $\frac{37}{-3} < \frac{-37}{16} < \frac{37}{15} < \frac{37}{8}$

b) $-\frac{14}{23} < \frac{-13}{23} < \frac{9}{23} < \frac{16}{23}$

c) $\frac{8}{20} = \frac{32}{80}, \frac{3}{16} = \frac{6}{80}, \frac{-5}{8} = \frac{-50}{80}, \frac{-12}{10} = \frac{-86}{80}$

$\frac{-86}{80} < \frac{-50}{80} < \frac{6}{80} < \frac{32}{80} \Rightarrow \frac{-12}{10} < \frac{-5}{8} < \frac{3}{16} < \frac{8}{20}$

1.A3 Indica, sin hallarlo, el tipo de número decimal al que equivalen las siguientes fracciones.

a) $\frac{35}{24}$

b) $\frac{1}{25}$

c) $\frac{15}{27}$

d) $\frac{7}{40}$

a) Periódico mixto porque el denominador tiene el factor 3 además del 2.

b) Exacto porque el denominador sólo tiene el factor 5.

c) Periódico puro porque el denominador sólo tiene el factor 3.

d) Exacto porque el denominador tiene los factores 2 y 5.

1.A4 Halla la fracción irreducible a la que equivalen los números decimales siguientes.

a) 5,72

b) $8,\overline{340}$

c) $16,\widehat{09}$

a) $5,72 = \frac{572}{100} = \frac{143}{25}$

b) $8,\overline{340} = \frac{8340 - 8}{999} = \frac{8332}{999}$

c) $16,\widehat{09} = \frac{1609 - 160}{90} = \frac{1449}{90} = \frac{161}{10}$

1.A5 Halla el resultado de las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$

b) $\left(\frac{-6}{7}\right)^2$

c) $\left(-\frac{9}{8}\right)^3$

d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-4}$

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1024}$

b) $\left(\frac{-6}{7}\right)^2 = \frac{36}{49}$

c) $\left(-\frac{9}{8}\right)^3 = -\frac{729}{512}$

d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{625}{256}$

1.A6 Opera y simplifica.

a) $\frac{17}{49} - \frac{1}{49} \cdot \frac{5}{2} + 1$

b) $\frac{2}{15} - \left[1 - \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} - \frac{2}{5} \right) \right]$

c) $\frac{13}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \right)^2$

d) $\left(\frac{5}{4} \right)^{-2} : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right)$

e) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{7}{4} \right)$

f) $\frac{5}{9} - \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5} \right)$

g) $\frac{4}{3} + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - \frac{5}{6} \cdot \left(2 - \frac{3}{2} : \frac{1}{9} \right)$

a) $\frac{17}{49} - \frac{1}{49} \cdot \frac{5}{2} + 1 = \frac{17}{49} - \frac{5}{98} + 1 = \frac{34}{98} - \frac{5}{98} + \frac{98}{98} = \frac{127}{98}$

b) $\frac{2}{15} - \left[1 - \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} - \frac{2}{5} \right) \right] = \frac{2}{15} - \left[1 - \left(\frac{21}{10} - \frac{2}{5} \right) \right] = \frac{2}{15} - \left[1 - \left(\frac{21}{10} - \frac{4}{10} \right) \right] = \frac{2}{15} - \left(1 - \frac{17}{10} \right) =$
 $= \frac{2}{15} - \left(-\frac{7}{10} \right) = \frac{4}{30} + \frac{21}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{13}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \right)^2 = \frac{13}{16} - \frac{1}{16} \cdot \frac{25}{4} = \frac{13}{16} - \frac{25}{64} = \frac{12}{64} - \frac{25}{64} = -\frac{13}{64}$

d) $\left(\frac{5}{4} \right)^{-2} : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{16}{25} : \left(-\frac{5}{12} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{16}{25} : \frac{5}{24} = \frac{384}{125}$

e) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{7}{4} \right) = \left(-\frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{3} = \frac{1}{16} + \frac{7}{3} = \frac{115}{48}$

f) $\frac{5}{9} - \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{1}{3} : \frac{2}{5} \right) = \frac{5}{9} - \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{6} \right) = \frac{5}{9} - \frac{1}{8} \cdot \frac{16}{6} = \frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

g) $\frac{4}{3} + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - \frac{5}{6} \cdot \left(2 - \frac{3}{2} : \frac{1}{9} \right) = \frac{4}{3} + \frac{1}{9} - \frac{5}{6} \cdot \left(2 - \frac{27}{2} \right) = \frac{4}{3} + \frac{1}{9} - \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{23}{2} \right) = \frac{4}{3} + \frac{1}{9} + \frac{115}{12} =$
 $= \frac{48}{36} + \frac{4}{36} + \frac{345}{36} = \frac{397}{36}$

M A T E M Á T I C A S

Acercarse a un número

Elige dos números de dos y tres cifras decimales respectivamente. Multiplica, en tu calculadora, el primero de ellos por un número, de tal forma, que el resultado se aproxime al segundo. Si no lo consigues, no borres el resultado y vuelve a intentarlo partiendo ahora de ese nuevo número.

Solución:

La actividad tiene por finalidad trabajar el concepto de multiplicación por números mayores y menores que uno. El primer obstáculo que se presenta es que quieren borrar el resultado porque se pasaron del número, y es difícil que comprendan que existe un número (menor que uno) que con la multiplicación se obtiene un valor menor. Otro concepto importante es que al multiplicar por 1,1, el número se incrementa un 10%, y si, por el contrario, se multiplica por 0,9, el número disminuye un 10%. Se puede ampliar la actividad acercándose a un número con la división.