11 Combinatoria

Cómo surge la combinatoria

La combinatoria tiene como objetivo averiguar, a partir de un conjunto finito de objetos, cuántas agrupaciones hay que cumplan ciertas condiciones.

La primera obra impresa donde aparecen problemas de combinatoria es *Summa*, escrita por **Luca Paccioli** en 1494.

Primera página de la edición de 1523 de "Summa", de Luca Paccioli.

Blaise Pascal (1623-1662).

La combinatoria empezó a fraguarse como ciencia paralelamente a la probabilidad y, por tanto, estuvo ligada a los juegos. Aunque fue **Tartaglia** (algebrista italiano del s. XVI) uno de los pioneros, esta ciencia recibió el mayor impulso a partir de la correspondencia mantenida por los franceses **Pascal** y **Fermat** (s. XVII) sobre situaciones de azar inspiradas en las mesas de juego. Los problemas probabilísticos que de ahí surgen se resuelven mediante un enfoque combinatorio.

Época de afianzamiento

Bernoulli (s. XVIII) dedicó, en su *Arte de la conjetura,* algunos capítulos a asentar la teoría de la combinatoria, básica para el cálculo de probabilidades.

El término *combinatoria*, tal como lo usamos actualmente, fue introducido por el alemán **Leibniz.**

Euler (s. XVIII) enriqueció la combinatoria con nuevas líneas de trabajo. Una de ellas, *los grafos,* comenzó su andadura con la resolución del reto de *los puentes de Königsberg* (páginas finales de esta unidad).

Antiguo plano de la ciudad de Königsberg, donde se ven sus siete puentes.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

1 En qué consiste la combinatoria

La combinatoria se ocupa de contar agrupaciones realizadas con un determinado criterio. Veamos algunos ejemplos:

1. *Irene tiene 4 pantalones y 6 camisetas. ¿Cuántas indumentarias distintas puede elegir?*

Cada *camiseta* puede ponerse con cada *pantalón*. Por tanto, el número de *indumentarias* es $4 \times 6 = 24$.

2. *Cuatro amigos,* A, B, C, D, *diseñan un campeonato de pimpón, todos contra todos, a un vuelta. ¿Cuántos partidos se han de jugar?*

A - B B - C C - D En total, 6 partidos.

A - C B - D

A - D

3. *¿Cuántos resultados distintos podemos obtener al lanzar un dado de color rojo y otro de color verde?*

Cada resultado del dado rojo se puede emparejar con cada uno de los del dado verde. Por tanto, habrá $6 \times 6 = 36$ resultados.

4. *¿De cuántas formas se pueden sentar 3 amigos* P, Q, R, *en un banco que tiene tres lugares* — — —*?*

Hagámoslas:

P Q R P R Q Q P R Q R P R P Q R Q P

Hay seis formas distintas.

Piensa y practica

1. Irene, además de 4 pantalones y 6 camisetas, tiene 3 gorras.

¿Cuántas indumentarias de pantalón-camiseta-gorra puede llevar?

2. ¿Cuántos partidos han de jugar 5 amigos, A, B, C, D, E, para completar un campeonato de pimpón, todos contra todos, a una vuelta?

3. Lanzamos un dado y extraemos una carta de una baraja de 40 cartas. ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener?

4. En una carrera compiten 4 corredores, P, Q, R, S, y se entregan dos copas: una grande al campeón y otra pequeña al segundo. ¿De cuántas formas se puede hacer el reparto?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

2 El diagrama en árbol

Como has podido ver en el apartado anterior, para resolver un problema de combinatoria es fundamental tener muy claro cuáles son las condiciones de las agrupaciones buscadas y proceder con orden y sistema a su formación o a su recuento. Para esta forma de proceder, es sumamente útil el diagrama en árbol. Veamos en qué consiste mediante algunos ejemplos:

QUINIELA	
Mallorca – Deportivo	❑
Betis – Albacete	❑

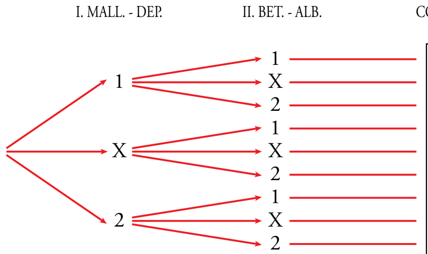
- **Ejemplo 1.** *Se juegan los partidos de ida de las semifinales de la Copa del Rey de fútbol. Son Mallorca-Deportivo y Betis-Albacete. Se confecciona una quiniela con los dos partidos.*

  En cada casillero hay que poner 1, X o 2. Para ganar, hay que acertar los dos resultados.

  a) ¿Cuántas quinielas hay que rellenar para tener la seguridad de ganar?

  b) ¿Cuántas quinielas habría que haber hecho la semana anterior para acertar los cuatro partidos de vuelta de los cuartos de final de la Copa del Rey?

  a): ¿Cuántas quinielas hay que hacer para acertar los dos partidos?

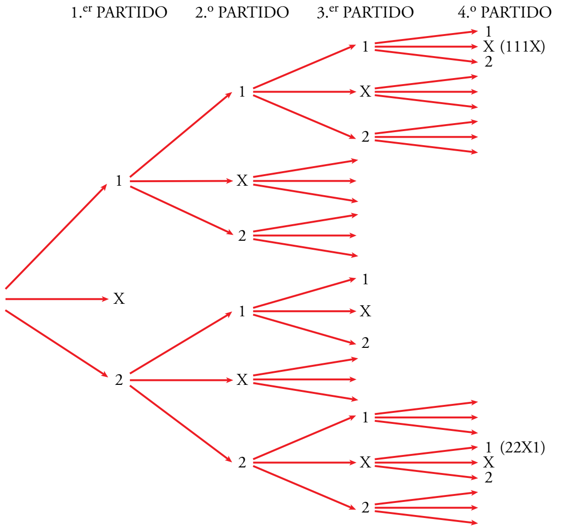


CONCLUSIÓN

I	II
1	1
1	X
1	2
X	1
X	X
X	2
2	1
2	X
2	2

Tres posibilidades para acertar el primer partido. A cada una de esas tres posibilidades le corresponden las tres que se necesitan para acertar el otro partido.

$$3 \cdot 3 = 9 \text{ quinielas}$$



El **diagrama en árbol** tiene la ventaja de que permite pensar, paso a paso, en este tipo de problemas en los que las distintas posibilidades se van multiplicando.

Antes de dar cada paso, nos cuestionaremos a cuántas ramas da lugar la nueva situación en la que nos encontramos.

Resolvamos el apartado **b).**

En cada paso, el número de posibilidades se multiplica por 3, pues el resultado de cada partido no depende de los anteriores.

El número de quinielas posibles es:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$$

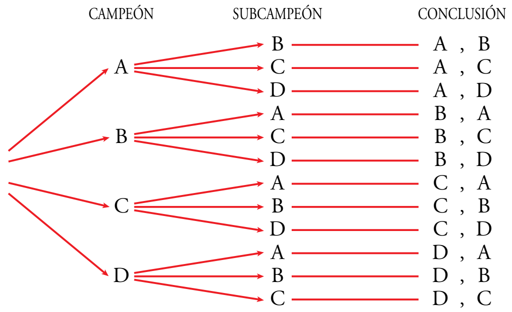
Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

• **Ejemplo 2.** *Antonio, Beatriz, Carmen y Darío juegan la fase final de un campeonato de pimpón. Hay una copa para el campeón y una placa para el subcampeón.*

a) ¿De cuántas formas pueden adjudicarse los trofeos?

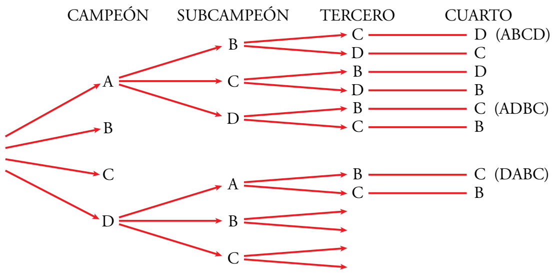
b) ¿Cuántas posibles clasificaciones finales puede haber?

a): ¿De cuántas formas pueden repartirse los dos trofeos?



Hay cuatro posibilidades para el puesto de campeón. Cada una de ellas se puede completar con 3 opciones para el subcampeón.

$4 \cdot 3 = 12$ posibilidades



b): ¿Cuántas posibles clasificaciones finales puede haber?

Hay 4 posibles campeones, pero, una vez fijado el campeón, solo puede haber 3 subcampeones. Y si fijamos al 1.° y al 2.°, solo quedan 2 aspirantes para el 3.^{er} lugar. Conocidos los 1.°, 2.° y 3.°, para el 4.° lugar solo queda un candidato.

El número de posibilidades es:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Con el **diagrama en árbol** se puede pensar paso a paso y permite ver cuáles son las distintas posibilidades que se dan en cada uno de esos pasos.

Si en lugar de pormenorizar todas las posibilidades solo queremos contarlas, podremos dejar el árbol incompleto o, incluso, simplemente imaginarlo:

¿Cuántas flechas hay que poner en primer lugar? ¿Cuántas salen de cada uno de esos resultados?…

Ejercicio resuelto

¿De cuántas formas se pueden repartir 3 medallas entre las 12 participantes de una carrera?

1.^{er} lugar: 12.

2.° lugar: Por cada una de las anteriores 11.

3.^{er} lugar: Por cada una de las anteriores 10.

Total: $12 \times 11 \times 10 = 1\,320$ posibilidades

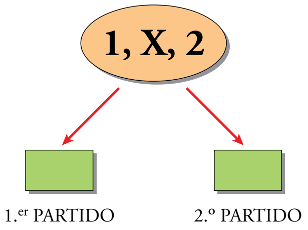
Piensa y practica

1. Alberto, Beatriz y Claudia van a ver a su abuelo. Al irse, este les dice: “Escoged cada uno el libro que queráis de estos”, y les muestra 10 libros distintos. ¿De cuántas formas pueden hacer su elección?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

3 Variaciones y permutaciones (importa el orden)

Muchos de los problemas que se han resuelto en el apartado anterior tienen aspectos comunes. Los clasificaremos en modelos que podemos tratar teóricamente, es decir, de forma general.



Variaciones con repetición

Vamos a recuperar un problema, resuelto antes, para que nos sirva de modelo.

- *Se juegan dos partidos. ¿Cuántas quinielas hemos de hacer para acertar los dos?*

  Disponemos de tres signos, 1, X, 2. Con ellos hemos de llenar dos lugares. Podemos poner el mismo signo en los dos lugares (es decir, puede repetirse). El número de posibilidades es $3 \cdot 3 = 3^2$.

- *¿Y para acertar cuatro partidos?*

  Con los tres signos, 1, X, 2, hemos de llenar cuatro lugares, pudiendo repetirse una o más veces los signos utilizados.

  El número de posibilidades es $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$.

Variaciones con repetición

- Hay m elementos de partida.
- Se forman agrupaciones de n de esos elementos.
- Pueden estar repetidos.
- Importa el orden en que se ponen.
- Observa que puede ser $n = m$ e, incluso, $n > m$.

Disponemos de m elementos. Formamos agrupaciones ordenadas ("tiras") de n de ellos, repetidos o no.

A estas agrupaciones se las llama **variaciones con repetición** de $\boldsymbol{m}$ elementos tomados $\boldsymbol{n}$ a $\boldsymbol{n}$. Al número de ellas se le designa por $VR_{m,\,n}$ (o bien VR_m^n).

$$VR_{m,\,n} = m^n$$

Justificación de la fórmula

m	m	m	m	…	m
1.º	2.º	3.º	4.º	…	n.º

En el primer lugar podemos situar cualquiera de los m elementos. En el 2.º lugar, también, sin importar cuál es el que ocupa el 1.º. Y así sucesivamente, cada lugar puede ser ocupado por cualquiera de los m elementos sin importar cuáles son los que ocupan los lugares anteriores. Por tanto, el número de posibilidades es $m \cdot m \cdot \ldots \cdot m$ (n factores) $= m^n$.

Piensa y practica

Resuelve cada enunciado de dos formas:

a) Realizando un diagrama en árbol o razonando como si lo realizaras.

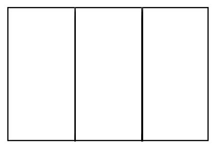
b) Reconociendo el modelo de variaciones con repetición y aplicando la fórmula.

1. ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con las cifras impares?

2. Lanzamos un dado 4 veces. Importa el orden en que salen los números.

¿Cuántos resultados distintos pueden darse?

3. Disponemos de 7 colores con los que hemos de pintar las tres franjas adjuntas.



¿Cuántas banderas salen?

NOTAS:

1. Cada franja de la bandera hay que llenarla con un solo color.
2. Dos o las tres franjas se pueden pintar del mismo color.
3. Dos banderas con los mismos colores colocados en distinto orden son distintas.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Variaciones ordinarias

- *¿De cuántas formas pueden obtener los puestos 1.° y 2.° los cuatro participantes en un torneo?*

  Disponemos de cuatro elementos, A, B, C, D. Para el 1.er lugar, hay 4 opciones. Una vez fijado el primero, para el 2.° lugar, quedan 3 opciones (no hay repetición, ya que el que queda 1.° no puede quedar 2.°).

  El número de posibilidades es $4 \cdot 3 = 12$.

- *¿De cuántas formas se pueden repartir las 3 medallas los 8 finalistas de una carrera?*

  Disponemos de 8 elementos. Hemos de clasificar, ordenadamente, a 3.

  Para el 1.er lugar, hay 8 posibilidades. Fijado el 1.°, hay 7 posibles segundos puestos. Fijados el 1.° y el 2.°, hay 6 posibles terceros puestos.

  Número de posibilidades: $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

Disponemos de m elementos. Formamos agrupaciones ordenadas ("tiras") de n de ellos, sin que se repita ninguno. A estas agrupaciones se las llama **variaciones ordinarias,** o simplemente, **variaciones** de $\boldsymbol{m}$ elementos tomados $\boldsymbol{n}$ a $\boldsymbol{n}$. Al número de ellas se le designa por $V_{m,\,n}$ (o bien V_m^n).

$$V_{m,\,n} = \underbrace{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \ldots}_{n \text{ factores decrecientes}}$$

Variaciones ordinarias

- Hay m elementos de partida.
- Se forman agrupaciones de n de ellos. Obviamente, $n \le m$.
- No pueden repetirse.
- Importa el orden en que se ponen.

m	$m-1$	$m-2$	…	$m-n+1$
1.°	2.°	3.°	…	n.°

En la web

Técnicas de conteo con variaciones y permutaciones.

Permutaciones

- *¿De cuántas formas pueden quedar clasificados los cuatro participantes en un torneo?*

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ formas}$$

- *¿Y los ocho finalistas olímpicos en una carrera?*

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40\,320$$

Las distintas formas en que se pueden ordenar los $\boldsymbol{m}$ elementos de un conjunto se llaman **permutaciones.** Su número se designa por P_m (se lee "permutaciones de m elementos") y es igual al número de variaciones de m elementos tomados m a m.

$$P_m = V_{m,\,m} = m \cdot (m-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

A este número se le llama $\boldsymbol{m}$ **factorial** y se escribe $\boldsymbol{m!}$

Por ejemplo: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Permutaciones

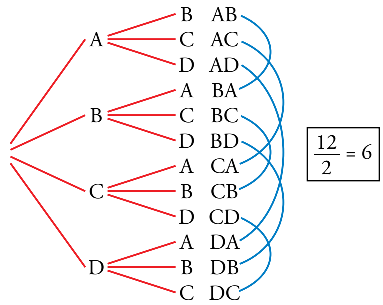
- Hay m elementos de partida.
- Se toman los m.
- No pueden repetirse.
- Lo único que importa es el orden.

Piensa y practica

4. Enuncia un problema similar al de las banderas de la página anterior que se resuelva mediante variaciones ordinarias y resuélvelo razonadamente (diagrama en árbol) y aplicando la fórmula.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

4 Cuando no influye el orden. Combinaciones



Cada partido está dos veces.

Empecemos poniendo algunos ejemplos que nos sirvan de referencia.

- *Cuatro amigos juegan un campeonato de pimpón por el sistema de liga (todos contra todos) a una sola vuelta. ¿Cuántos partidos jugaron?*

  Si utilizamos un diagrama en árbol para contar el número de partidos, obtendremos $4 \cdot 3 = 12$, pero nos encontraremos con que aparecerá cada partido dos veces: AB y BA, AC y CA, CD y DC…

  Por tanto, el número total de partidos reales se obtiene dividiendo por 2.

  La respuesta es $\frac{12}{2} = 6$.

- *Diez antiguos amigos se citan en un lugar a cierta hora. Al encontrarse, ¿cuántos apretones de manos se dan?*

  Si influyera el orden (A saluda a B, B saluda a A), entonces habría $10 \cdot 9 = 90$ saludos. Como no influye el orden, cada saludo se ha considerado dos veces.

  Por tanto, el número de apretones de mano es $90 : 2 = 45$.

- *En una carrera con 8 corredores se clasifican para la final los tres primeros. ¿De cuántas formas puede efectuarse la clasificación?*

  Si influyera el orden, ¿de cuántas formas distintas pueden asignarse los tres primeros puestos?

  La respuesta es $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

  Teniendo en cuenta que no influye el orden, ¿cuántas veces hemos contado la clasificación de los mismos individuos?

  ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

  Seis formas, tantas como permutaciones de 3 elementos: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

  Por tanto, el número de posibles clasificaciones es $336 : 6 = 56$.

La estrategia que se ha utilizado en estos tres problemas es la misma:

Hemos reinterpretado el enunciado como si el orden en que se seleccionan los elementos sí influyera. Después, hemos averiguado el número de veces que se ha contado cada uno de los casos que nos interesan, y hemos dividido por él.

Es importante que adquieras destreza con esta estrategia, porque te ayudará a resolver numerosos problemas.

Estrategia

Contar como si influyera el orden y dividir por el número de repeticiones.

En la web

Aplica esta estrategia a otro tipo de problemas.

Piensa y practica

1. En un monte hay 5 puestos de vigilancia contra incendios y cada uno de ellos está unido a los demás por un camino. ¿Cuántos caminos habrá en total?

2. Vicente quiere regalar a su amigo Carlos 3 discos, y los quiere elegir entre los 10 que más le gustan. ¿De cuántas formas puede hacerlo?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Combinaciones

Vamos a recuperar algunos problemas resueltos en la página anterior que nos sirvan de modelo para el tratamiento teórico de un nuevo tipo de agrupamiento.

- *¿Cuántos partidos han de jugar 4 amigos si deciden enfrentarse cada uno contra todos los demás?*

  Disponemos de 4 elementos, A, B, C, D. Queremos agruparlos de dos en dos, sin que importe el orden. El número de posibilidades se obtiene contándolas como si importara el orden $(4 \cdot 3)$ y, después, dividiendo por el número de veces que está repetida cada opción.

  Resultado: $\dfrac{4 \cdot 3}{2} = 6$

- *¿Cuántos apretones de mano se darán 10 amigos que se encuentran?*

  Análogamente, contamos los saludos como si importara el orden (A saluda a B o B saluda a A). Serían $V_{10,\,2} = 10 \cdot 9$. Después, dividimos por 2.

  Resultado: $\dfrac{10 \cdot 9}{2} = 45$

- *En un colectivo de 10 personas, ¿de cuántas formas se pueden elegir los 3 representantes que acudirán a una cierta reunión?*

  Aunque no importa el orden en que salgan elegidos, empecemos contándolos como si importara: $V_{10,\,3} = 10 \cdot 9 \cdot 8$

  Pero como no influye el orden, cada una de las posibles elecciones la hemos contado 6 veces: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Tantas como formas en que se pueden ordenar estos 3 elementos, es decir: $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1$

  Por tanto, el número de posibles elecciones es: $\dfrac{V_{10,\,3}}{P_3} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$

Generalicemos estos resultados:

> Disponemos de m elementos. Se llaman **combinaciones** a las distintas agrupaciones que podemos formar tomando n de ellos, sin que importe el orden en que aparezcan y sin que puedan repetirse. Su número se designa por $C_{m,\,n}$ (o bien C_m^n, y se lee "combinaciones de $\boldsymbol{m}$ elementos tomados $\boldsymbol{n}$ a $\boldsymbol{n}$"):
>
> $$C_{m,\,n} = \frac{V_{m,\,n}}{P_n} = \frac{m(m-1) \cdot \ldots \cdot (m-n+1)}{n(n-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Cada combinación de n elementos de un conjunto de m es un subconjunto de él. Por eso, $C_{m,\,n}$ puede decirse que es "el número de subconjuntos de n elementos que pueden extraerse de un conjunto de m". En cada subconjunto, un elemento está o no está. No tiene sentido que esté *repetido*.

La palabra "combinación"

La "combinatoria" es el arte de "combinar", es decir, de hacer y contar "combinaciones" entre objetos siguiendo ciertas reglas. En este contexto, la palabra *combinación* puede significar "agrupamiento", "selección con ciertos criterios"… Tiene un *significado amplio*.

Pero, a partir de ahora, la palabra **combinación** adquiere un significado muy preciso: el que le damos en esta página.

Por tanto, en adelante, cuando se hable de "combinaciones", deberás fijarte si se refiere a la expresión de siempre, en sentido amplio, o bien a esta otra tan concreta.

En la web

Técnicas de conteo con combinaciones.

Combinaciones

- Hay m elementos de partida.
- Se forman agrupaciones de n de ellos.
- No pueden estar repetidos.
- No importa el orden.

Piensa y practica

3. Tenemos 6 puntos en el espacio de tal modo que no hay tres alineados ni cuatro sobre el mismo plano. ¿Cuántas rectas podemos trazar uniendo dos de estos puntos? ¿Cuántos planos que se apoyen en tres de ellos?

4. ¿Cuántas posibles mezclas de dos colores, en idénticas cantidades, se pueden hacer con 8 tarros de pintura de distintos colores?
¿Cuántas mezclas de tres colores? ¿Y de cuatro colores?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

Practica

Formar agrupaciones

1. a) En una urna hay una bola blanca, una roja y una negra. Las extraemos de una en una y anotamos ordenadamente los resultados. Escribe todos los posibles resultados que podemos obtener.

b) Haz lo mismo para cuatro bolas de colores distintos.

c) Lo mismo para ROJA, ROJA, BLANCA, NEGRA.

d) Lo mismo para ROJA, ROJA, NEGRA, NEGRA.

2. Dos amigas quedan en el polideportivo para jugar al tenis y acuerdan que será vencedora la primera que logre ganar dos sets.

Escribe todas las formas en que puede desarrollarse el partido, set a set.

3. Si queremos hacer lápices bicolores de doble punta y disponemos de los colores rojo, azul, negro, verde y amarillo, ¿cuántos modelos distintos se pueden formar?

Escríbelos todos.

4. Queremos construir un dominó con los números 1, 2, 3, 4 y 5.

Describe sus fichas.

5. Si tienes tres pantalones (AZUL, NEGRO, BLANCO) y cuatro camisetas (AZUL, ROJA, VERDE, BLANCA), describe todas las indumentarias que puedes vestir sin que coincidan el color de las dos prendas.

Utilizar las fórmulas

6. Calcula.

a) $VR_{4,\,3}$ b) $VR_{3,\,4}$ c) $V_{7,\,3}$ d) P_7

e) $C_{6,\,4}$ f) $V_{9,\,5}$ g) $\dfrac{P_{10}}{P_8}$ h) $C_{10,\,8}$

7. Calcula.

a) $V_{5,\,2} - C_{5,\,3}$ b) $\dfrac{VR_{6,\,2}}{C_{4,\,2}}$ c) $\dfrac{P_4}{V_{4,\,3}}$

d) $\dfrac{P_5}{P_3}$ e) $\dfrac{P_{10}}{P_9}$ f) $\dfrac{P_{12}}{P_9}$

8. Las expresiones $VR_{8,\,2}$; P_8; $V_{8,\,2}$; $C_{8,\,2}$ son las soluciones de los siguientes apartados a), b), c), d), pero no en ese orden.

Asigna a cada apartado su solución:

a) Palabras de ocho letras, con o sin sentido, que se pueden hacer con las letras de PELÍCANO.

b) Posibles parejas que se pueden formar para jugar un torneo de ajedrez entre 8 personas.

c) Números de dos cifras que se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

d) Posibles formas de dar el primer y segundo premios de un concurso literario al que se presentan 8 participantes.

9. **Ocho problemas muy parecidos.**

En cada uno de los siguientes problemas la pregunta es:

¿De cuántas formas se puede hacer?

a) 3 chicos van a comprarse un polo cada uno a una heladería en la que hay 6 clases de polos.

b) 6 chicos van a comprarse un polo cada uno a una heladería en la que hay 3 clases de polos.

c) Repartir 3 polos distintos entre 6 chicos.

d) Repartir 3 polos iguales entre 6 chicos.

e) Un chico escoge 3 polos entre 6 distintos.

f) Un chico escoge 3 polos entre 6 iguales.

g) Repartir 6 polos distintos entre 6 chicos.

h) Repartir 3 polos de fresa y otros 3 de vainilla entre 6 chicos.

Sus soluciones son:

$$C_6^3,\ P_6,\ VR_6^3,\ 1,\ VR_3^6,\ V_6^3$$

Están dadas en otro orden y se pueden repetir.

10. ¿De cuántas formas distintas pueden repartirse 3 entradas para un concierto de rock entre 6 amigos y amigas sin que ninguno de ellos pueda llevarse más de una?

11. Para formar un equipo de baloncesto, hacen falta 5 jugadores y el entrenador dispone de 10.

a) ¿Cuántos equipos distintos puede formar?

b) Si dos jugadores son indiscutibles, ¿de cuántas formas se puede completar el equipo con los ocho restantes?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

12. Se van a repartir tres regalos entre seis personas. Calcula de cuántas formas se pueden repartir en cada uno de los siguientes casos:

a) Los regalos son distintos (una bicicleta, unos patines y un chándal) y no puede tocarle más de un regalo a la misma persona.

b) Los regalos son iguales y no puede tocarle más de un regalo a la misma persona.

c) Los regalos son distintos y puede tocarle más de uno a la misma persona.

13. Un participante de un concurso tiene que ordenar a ciegas seis tarjetas en las que están escritas las letras de la palabra PREMIO. Si sale la palabra correcta, gana.

a) ¿Cuántas ordenaciones distintas pueden salir?

b) Le ofrecen fijar la P en el lugar que le corresponde y reducir el premio a la mitad. ¿Cuántas ordenaciones posibles se pueden obtener con las demás?

14. ¿De cuántas formas pueden sentarse tres personas en un banco de 5 asientos?

¿Y si el banco es de 3 asientos?

15. Estás haciendo la maleta para irte de vacaciones y quieres llevarte cuatro de las ocho camisetas que tienes. ¿De cuántas formas las puedes seleccionar?

16. En una urna hay dos bolas blancas, una negra y una roja. Extraemos sucesivamente una bola cada vez y paramos cuando tengamos las dos blancas.

¿Cuáles son los posibles resultados?

Aplica lo aprendido

17. El lenguaje de un ordenador se traduce a secuencias de dígitos formados por ceros y unos. Un *byte* es una de estas secuencias y está formado por 8 dígitos.

Por ejemplo: 0 0 1 0 0 0 1 1

¿Cuántos *bytes* diferentes se pueden formar?

18. Dos amigos se enfrentan en un torneo de tenis, en el que será vencedor el primero que logre ganar tres sets. ¿De cuántas formas posibles puede desarrollarse el encuentro?

19. Como sabes, una quiniela consta de 14 partidos, en cada uno de los cuales se puede poner 1, X o 2.

¿Cuántas quinielas distintas se pueden rellenar?

20. En unos almacenes emplean el siguiente código para marcar los artículos:

- La primera cifra indica la sección correspondiente y es un número entre el 1 y el 9.
- Después, hay tres cifras, cada una de ellas del 0 al 9, que corresponden al número del proveedor.

¿Cuántas marcas distintas se pueden hacer?

21. Las matrículas de los automóviles de cierto país llevan cuatro números y tres letras. Para ello, se utilizan los dígitos del 0 al 9 y 26 letras de nuestro alfabeto.

¿Cuántas matrículas pueden hacerse de esta forma?

22. ¿Qué números podemos formar con dos cincos y tres sietes? ¿Cuánto vale la suma de todos ellos?

Autoevaluación

1. Ana y Pepe están jugando un torneo de ajedrez que ganará el primero que venza en 6 partidas. Las tablas (empates) no cuentan.

Pepe va ganando 4 a 2. Haz un diagrama en árbol que describa todas las posibles continuaciones.

2. En un examen, el profesor ha puesto 7 problemas, de los que hay que elegir 5.

a) ¿Cuántas elecciones se puede plantear un alumno?

b) Si Carlos tiene claro que elegirá tres de ellos, ¿cuántas posibilidades le quedan para los otros dos?

3. ¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden hacer con los dígitos 1, 2 y 3?

¿Cuál es la suma de todos ellos?

4. ¿De cuántas formas podemos elegir al delegado y al subdelegado de un curso en el que hay siete candidatos?

5. Con las letras de la palabra CASA, ¿cuántas ordenaciones, con o sin sentido, podemos formar?

Escríbelas todas.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....