

5

Funciones elementales

Buscando la precisión del concepto

Después de Euler aún siguió, entre los matemáticos, la discusión sobre qué requisitos eran imprescindibles para definir una función y cuáles no. En 1923 se llegó a la siguiente definición, muy parecida a la que se usa actualmente.

Se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un valor de y . Esta correspondencia se indica mediante la ecuación $y = f(x)$.



Funciones poco honestas, según Poincaré

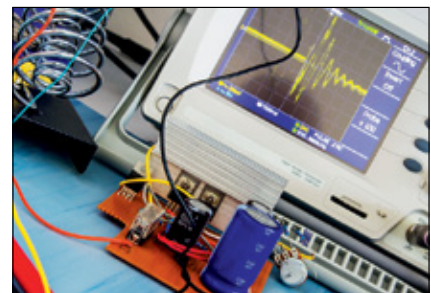
Pero en esa búsqueda de la precisión, se generaron una serie de funciones estrafalarias que llevaron a **Poincaré**, en el año 1899, a decir:

“Durante medio siglo hemos visto una masa de funciones extrañas construidas de modo que se parezcan lo menos posible a las *funciones honestas* que sirven a algún propósito. Antes, cuando se inventaba alguna función, era con alguna meta práctica. Hoy son inventadas con el fin de mostrar que el razonamiento de nuestros antecesores fue erróneo”.

En esta unidad vamos a dedicarnos a esas *funciones honestas* que propugnaba el gran Poincaré, esas funciones que sirven para algo más que para construir o desmontar conceptos.



Henri Poincaré (1854-1912) es uno de los grandes matemáticos de la historia. Sus contribuciones abarcan todos los ámbitos de la disciplina matemática.



El uso de “funciones honestas” está extendido en múltiples campos del conocimiento humano: medicina, economía, tecnología...

Nombre y apellidos: Fecha:

1 Funciones lineales

Ejemplo

El espacio recorrido con movimiento uniforme (velocidad constante) en función del tiempo es:

$$e = v \cdot t$$

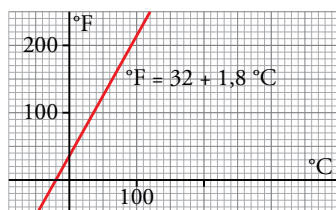
v es la pendiente de la recta que relaciona e con t .

Ejemplos

- El precio de la comida en algunos restaurantes es constante, no depende de la cantidad que nos sirvamos.
- La distancia de un satélite artificial a la Tierra es constante, no varía con el tiempo.

En la web

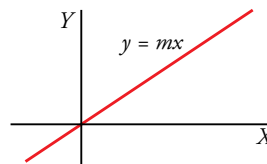
- Representación de rectas a partir de su expresión analítica.
- Repaso del concepto de pendiente.
- Estudio de rectas a partir de los parámetros m y n .



Podemos diferenciar varios tipos de funciones lineales:

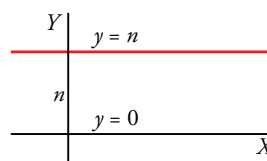
■ FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD: $y = mx$

Las funciones de proporcionalidad se representan mediante rectas que pasan por el origen. Describen una proporción entre los valores de las dos variables. La pendiente de la recta es la razón de proporcionalidad, m .



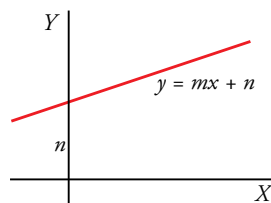
■ FUNCIÓN CONSTANTE: $y = n$

Se representa mediante una recta paralela al eje X . Su pendiente es 0. La recta $y = 0$ coincide con el eje X .



En estas rectas, todos los puntos tienen la misma ordenada. Por ejemplo, $(2, 5)$, $(6, 5)$, $(11, 5)$ son puntos de la recta $y = 5$.

■ EXPRESIÓN GENERAL: $y = mx + n$



Su representación es una recta de pendiente m que corta al eje Y en el punto $(0, n)$. Al número n se le llama **ordenada en el origen**.

Por ejemplo, la recta $°F = 32 + 1,8 °C$, representada en el margen, permite pasar de una temperatura en grados centígrados, $°C$, a la correspondiente en grados Fahrenheit, $°F$.

Piensa y practica

1. Representa:

- a) $y = 2x$ b) $y = \frac{2}{3}x$ c) $y = -\frac{1}{4}x$ d) $y = -\frac{7}{3}x$

2. Representa:

- a) $y = 3$ b) $y = -2$ c) $y = 0$ d) $y = -5$

3. Representa:

- a) $y = 2x - 3$ b) $y = \frac{2}{3}x + 2$
 c) $y = -\frac{1}{4}x + 5$ d) $y = -3x - 1$

4. Un móvil, en el instante inicial, se encuentra situado a 3 m del origen y se aleja progresivamente de este con una velocidad de 2 m/s.

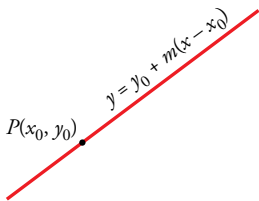
Halla la ecuación de su posición en función del tiempo y represéntala.

5. Un móvil, que en el instante inicial llevaba una velocidad de 8 m/s, frena de repente con una aceleración de -1 m/s^2 .

Escribe la ecuación de la velocidad en función del tiempo y represéntala.

Atención

Esta fórmula es muy útil. ¡Aprende a usarla!



En la web

Actividades para repasar la ecuación punto-pendiente de una recta.

Ecuación de una recta en la forma punto-pendiente

Con mucha frecuencia hemos de escribir la ecuación de una recta de la cual conocemos un punto y la pendiente. La damos a continuación:

Punto: $P(x_0, y_0)$ Pendiente: m Ecuación: $y = y_0 + m(x - x_0)$

JUSTIFICACIÓN

- $y = y_0 + m(x - x_0)$ es una expresión de 1.º grado. Por tanto, **es una recta**.
- El coeficiente de la x es m . Por tanto, **su pendiente es m** .
- Si damos a x el valor $x_0 \rightarrow y = y_0 + m(x_0 - x_0) = y_0 + m \cdot 0 = y_0$. Obtenemos $y = y_0$. Si $x = x_0$, entonces $y = y_0$. Es decir, **pasa por (x_0, y_0)** .

■ RECTA DADA POR DOS PUNTOS

Para hallar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, procedemos así:

- A partir de los dos puntos, obtenemos su pendiente.
- Con la pendiente y uno de los puntos, obtenemos la ecuación.

Ejercicio resuelto

Hallar la ecuación de cada una de las rectas siguientes:

- Pasa por $(-5, 7)$ y tiene una pendiente de $\frac{-3}{5}$.
- Pasa por $(0, 4)$ y tiene una pendiente de $\frac{7}{3}$.
- Pasa por $(-2, 7)$ y por $(4, 5)$.

a) Ecuación: $y = 7 - \frac{3}{5}(x + 5)$. Esto ya es la ecuación de la recta.

Podemos simplificarla: $y = 7 - \frac{3}{5}x - \frac{3}{5} \cdot 5 \rightarrow y = 4 - \frac{3}{5}x$

b) $y = 4 + \frac{7}{3}x$. Observa que $(0, 4)$ está en el eje Y . Es decir, 4 es la ordenada en el origen.

c) Empezamos hallando su pendiente: $m = \frac{5 - 7}{4 - (-2)} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$

Ecuación de la recta que pasa por $(-2, 7)$ y cuya pendiente es $-\frac{1}{3}$:

$$y = 7 - \frac{1}{3}(x + 2) (*)$$

También podríamos hallarla a partir del otro punto:

Ecuación de la recta que pasa por $(4, 5)$ y cuya pendiente es $-\frac{1}{3}$:

$$y = 5 - \frac{1}{3}(x - 4) (**)$$

¿Coincidirán? ¡Naturalmente! Puedes comprobarlo simplificando las ecuaciones (*) y (**).

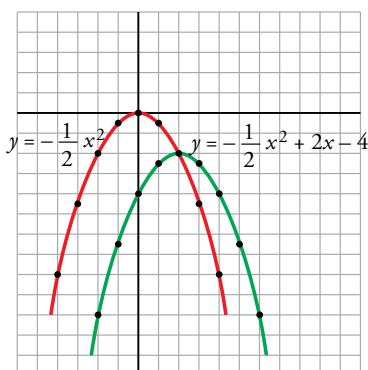
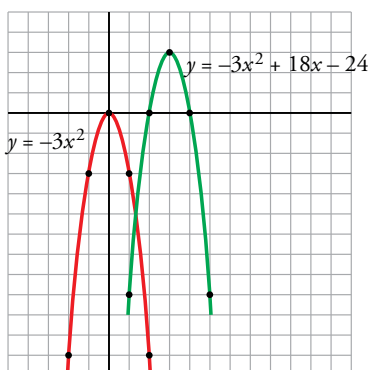
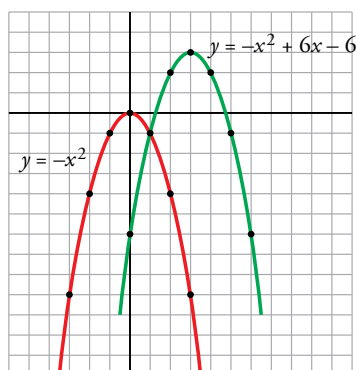
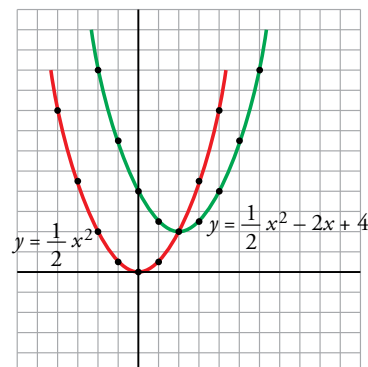
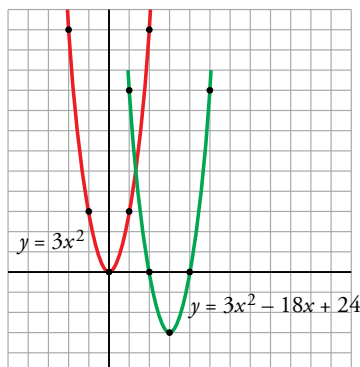
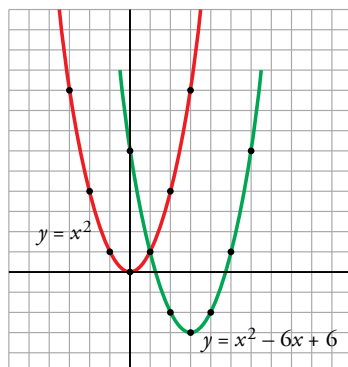
Piensa y practica

6. Halla la ecuación de cada una de las siguientes rectas:
- Pasa por $(-3, -5)$ y tiene una pendiente de $\frac{4}{9}$.
 - Pasa por $(0, -3)$ y tiene una pendiente de 4.
 - Pasa por $(3, -5)$ y por $(-4, 7)$.

Funciones cuadráticas

El curso pasado hicimos una suave introducción al estudio de las parábolas. Vamos, ahora, a repasar aquello y a avanzar un poco en su tratamiento.

Observa las siguientes parábolas con sus respectivas ecuaciones:



Analizándolas, podemos extraer las siguientes conclusiones:

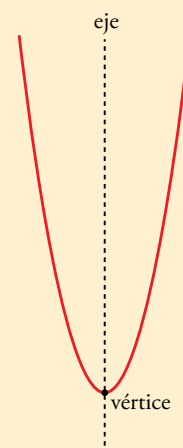
En la web

Ampliación teórica y práctica sobre traslaciones de parábolas.

Las funciones $y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, llamadas **cuadráticas**, se representan todas ellas mediante **parábolas** y son continuas en todo \mathbb{R} .

Cada una de estas parábolas tiene un eje paralelo al eje Y . Su forma depende de a , coeficiente de x^2 , del siguiente modo:

- Si dos funciones cuadráticas tienen el mismo coeficiente de x^2 , sus parábolas correspondientes son idénticas, aunque pueden estar situadas en posiciones distintas.
- Si $a > 0$, tienen las ramas hacia arriba, y si $a < 0$, hacia abajo.
- Cuanto mayor sea $|a|$, más estilizada es la parábola.



Representación de funciones cuadráticas

¿Por qué queremos conocer el vértice de la parábola y los puntos próximos a este?

El vértice y los puntos cercanos a este suponen la parte más representativa de la parábola.

Una representación de los puntos alejados del vértice sería una gráfica casi sin curvatura, parecida a una recta.

Para representar una función cuadrática dada por su ecuación, solo hace falta obtener varios de sus puntos. Empezaremos calculando el vértice de la parábola, para hallar, después, algunos puntos que lo rodean.

- Hallamos la abscisa del vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c \rightarrow p = -\frac{b}{2a}$
- Calculamos el valor de la función en algunas abscisas próximas al vértice.
- Los cortes con los ejes pueden venirnos bien para la representación:
 - Con el eje X , se resuelve la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
 - Con el eje Y , es el $(0, c)$.

Ejercicio resuelto

Representar la parábola de ecuación $y = -x^2 + 3x + 4$.

Obtenemos el vértice:

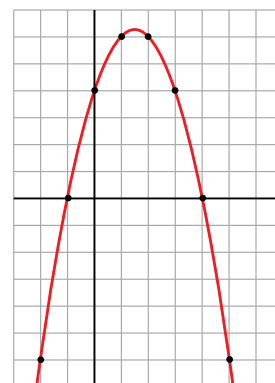
$$\text{Abscisa: } p = -\frac{3}{-2} = 1,5 \rightarrow \text{Ordenada: } f(1,5) = 6,25 \rightarrow \text{Vértice: } (1,5; 6,25)$$

Obtenemos puntos próximos al vértice:

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-6	0	4	6	6	4	0	-6

Podemos observar que, debido a la simetría de la parábola respecto a su eje, las ordenadas de los puntos que están a la misma distancia del vértice coinciden. Es decir, como el vértice está en $x = 1,5$, entonces $f(1) = f(2)$; $f(0) = f(3)$...

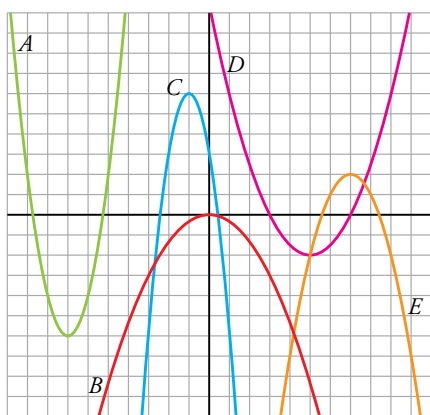
Vemos que $-x^2 + 3x + 4 = 0$ tiene dos soluciones, $x = -1$ y $x = 4$; y que $f(0) = 4$. Pero estos puntos de corte con los ejes ya aparecen en la tabla.



Piensa y practica

1. Asocia cada uno de los coeficientes de la x^2 con su correspondiente parábola:

- $a = -1$
- $a = 2$
- $a = -\frac{1}{3}$
- $a = \frac{1}{2}$
- $a = -3$

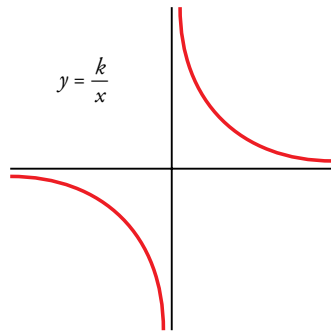
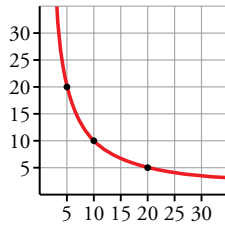


2. Representa las siguientes parábolas:

- | | |
|---------------------------------|-------------------------|
| a) $y = x^2 - 2x + 2$ | b) $y = -2x^2 - 2x - 3$ |
| c) $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 2$ | d) $y = -x^2 + 4$ |
| e) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ | f) $y = 3x^2 + 6x + 4$ |

3. Dibuja en tu cuaderno la representación gráfica de estas funciones cuadráticas:

- $y = (x - 1) \cdot (x - 3)$
- $y = 2(x - 2)^2$
- $y = \frac{1}{2}(x + 2) \cdot (x - 2)$
- $y = (x - 1)^2 + 5$



Funciones de proporcionalidad inversa

De un rectángulo de 100 cm^2 de superficie, desconocemos sus lados. Los llamamos x e y . Es claro que $xy = 100$. Lo ponemos así:

$$y = \frac{100}{x} \quad (\text{A igualdad de áreas, los lados son inversamente proporcionales}).$$

Las relaciones de proporcionalidad inversa, como la que acabamos de describir, se presentan con mucha frecuencia en la naturaleza, la física, la economía... Vamos a analizarlas teóricamente.

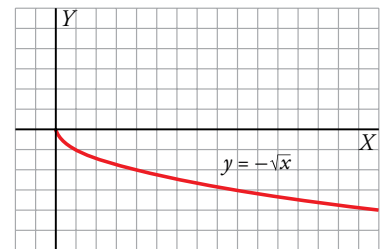
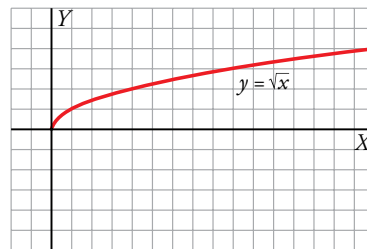
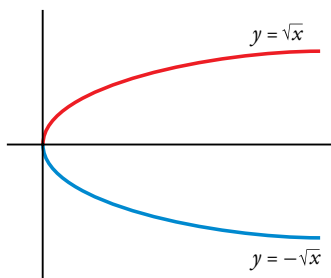
Las funciones $y = \frac{100}{x}$ presentan las características siguientes:

- No están definidas en $x = 0$.
- Si x se acerca a 0, y toma valores cada vez más grandes. Por eso, decimos que el eje Y es una **asíntota**.
- Si x toma valores cada vez más grandes, y se acerca a 0. Por eso, el eje X es asíntota.

Esta curva es una **hipérbola**.

Funciones radicales

Las funciones $y = \sqrt{x}$ e $y = -\sqrt{x}$ se pueden representar punto a punto y dan lugar a las gráficas que ves debajo. Son mitades de parábola y juntas describen una parábola idéntica a $y = x^2$, pero con su eje sobre el eje X .

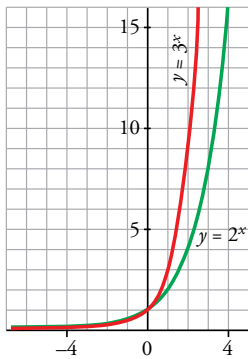
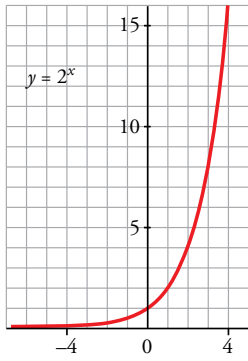


El dominio de definición de estas funciones es $[0, +\infty)$.

Piensa y practica

1. Representa con detalle la parte positiva de la función $y = \frac{36}{x}$. Para ello, da a x los valores 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36 y utiliza una hoja de papel cuadrulado para representar los puntos obtenidos.
2. Representa la función $y = \frac{6}{x}$. Para ello, da a x los valores ± 1 , ± 2 , ± 3 y ± 6 .
3. Representa $y = \sqrt{-x}$ y di su dominio de definición. (Da a x los valores 0, -1, -4, -9, -16).
4. Representa estas funciones y di sus dominios:
 - a) $y = \sqrt{x+1}$
(Da a x los valores -1, 0, 3, 8, 15).
 - b) $y = \sqrt{1-x}$
(Da a x los valores 1, 0, -3, -8, -15).

4 Funciones exponenciales



$y = 3^x$ crece más rápidamente que $y = 2^x$.

Funciones exponenciales crecientes: $y = a^x$, $a > 1$

En el margen tienes la gráfica de la función exponencial de base 2: $y = 2^x$.

$x \geq 0$:	x	0	1	2	3	4	...
	2^x	1	2	4	8	16	...

Cuando x toma valores cada vez más grandes, 2^x tiende a infinito.

$x \leq 0$:	x	-1	-2	-3
	2^x	$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$	$2^{-2} = \frac{1}{4} = 0,25$	$2^{-3} = \frac{1}{8} = 0,125$

Cuando x toma los valores $-4, -5, -6, -10, \dots$, 2^x se hace muy pequeño. Es decir, hacia la izquierda, 2^x tiende a cero.

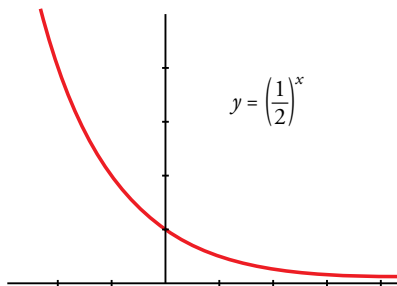
Se llaman **funciones exponenciales** a las que tienen la ecuación $y = a^x$.

- Todas ellas son continuas, están definidas en todo \mathbb{R} y pasan por los puntos $(0, 1)$ y $(1, a)$.
- Si la base es mayor que 1 ($a > 1$), entonces son crecientes.
- Crecen tanto más rápidamente cuanto mayor es a .

Funciones exponenciales decrecientes: ($0 < a < 1$)

La función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ también es exponencial. Como su base $(1/2)$ es menor que 1, la función es decreciente.

Las funciones $y = a^x$ con $0 < a < 1$ también pasan por $(0, 1)$ y $(1, a)$, son continuas y definidas en todo \mathbb{R} , pero son decrecientes. Decrecen tanto más rápidamente cuanto más próximo a 0 sea a .



Piensa y practica

En la web Ampliación: aplicaciones de las funciones exponenciales.

1. Calcula los valores de la función $y = 1,5^x$ para los valores enteros de x comprendidos entre -6 y 6 . Representa la función.
2. Calcula los valores de la función $y = 0,8^x$ para los valores enteros de x comprendidos entre -8 y 8 . Representa la función.
3. La función $y = 5^{0,2x}$ puede ponerse de forma exponencial $y = a^x$ teniendo en cuenta que $5^{0,2x} = (5^{0,2})^x$.
 - a) Calcula $5^{0,2}$ y guarda el resultado en la memoria: $5 \text{ (x)} 0,2 \text{ (Mn)}$.
 - b) Representa la función dando valores a x . Por ejemplo, para $x = 4$: $\text{(MR) (x)} 4 \text{ (Mn) } \boxed{3.62}$.

En la web Representación de funciones exponenciales.

Ejercicios y problemas

Practica

Funciones lineales

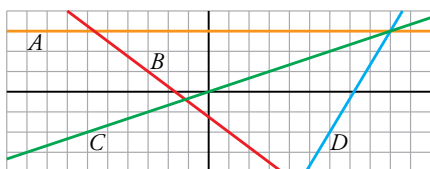
- Representa las siguientes funciones lineales:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = \frac{4}{7}x$

c) $y = \frac{-3x + 10}{5}$ d) $y = 2,5$
- Dados la pendiente y un punto, calcula en cada caso la ecuación de la recta:

a) $P(0, 0)$, $m = 1$ b) $P(2, -1)$, $m = -2$

c) $A(-2, 1)$, $m = \frac{1}{2}$ d) $A(1, 3)$, $m = -\frac{5}{3}$
- Calcula la ecuación de estas funciones lineales:



- Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B :

a) $A(3, 0)$, $B(5, 0)$ b) $A(-2, -4)$, $B(2, -3)$

c) $A(0, -3)$, $B(3, 0)$ d) $A(0, -5)$, $B(-3, 1)$
- Halla la ecuación, en cada caso, y represéntala:

a) Recta que pasa por $(2, -3)$ y es paralela a la recta que pasa por $(1, -2)$ y $(-4, 3)$.

b) Función de proporcionalidad que pasa por $(-4, 2)$.

c) Función constante que pasa por $(18; -1,5)$.
- Halla el valor de los parámetros a , b , c , d y e para que las rectas y los puntos cumplan las condiciones pedidas:

a) Que la recta que pasa por los puntos $(4, 0)$ y $(-2, a)$ tenga pendiente -1 .

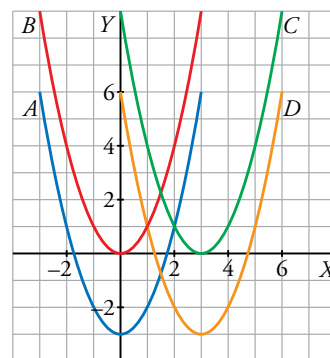
b) Que la recta $y = bx + 2$ pase por el punto $(-3, 4)$.

c) Que las rectas de ecuaciones $y = 3x + c$ e $y = cx + 3$ se corten en el punto de ordenada 2. ¿Cuál es la abscisa correspondiente?

d) Que los puntos $(d, -2)$ y $(4, e)$ pertenezcan a la recta de ecuación $y = \frac{1}{2}x - 3$.

Funciones cuadráticas

- Asocia a cada una de las gráficas una de las expresiones siguientes:



- a) $y = x^2$
- b) $y = (x - 3)^2$
- c) $y = x^2 - 3$
- d) $y = x^2 - 6x + 6$

- Representa las siguientes funciones haciendo, en cada caso, una tabla de valores como esta:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y

- a) $y = x^2 + 1$ b) $y = -x^2 + 4$
- c) $y = -3x^2$ d) $y = 0,4x^2$

- Representa las siguientes parábolas, hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes:

- a) $y = (x + 2)^2$ b) $y = x^2 - 4x$
- c) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ d) $y = x^2 - 9$

- Di cuál es el punto (abscisa y ordenada) donde se encuentra el vértice de las siguientes parábolas, señalando, en cada caso, si se trata de un máximo o de un mínimo. Después, represéntalas.

- a) $y = 8 - x^2$ b) $y = 4 + (3 - x)^2$
- c) $y = -x^2 - 2x + 4$ d) $y = 3x - \frac{1}{2}x^2 + 1$
- e) $y = \frac{15}{4} - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$ f) $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$

- Representa estas funciones cuadráticas:

- a) $y = (x - 5)^2$ b) $y = x \cdot (x - 5)$
- c) $y = (x - 3) \cdot (x + 3)$ d) $y = 4 - (x - 2)^2$

- Utiliza una escala adecuada y representa.

- a) $y = \frac{x^2}{100}$ b) $y = -75x^2 + 675$
- c) $y = 0,002x^2 - 0,04x$ d) $y = -10x^2 - 100x$

Ejercicios y problemas

Otras funciones

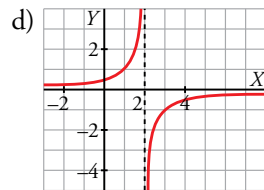
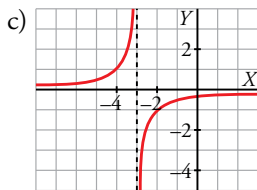
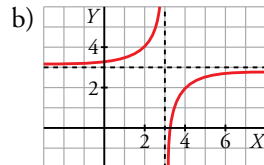
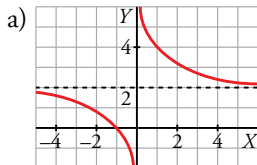
13. Asocia a cada gráfica una de estas fórmulas:

I) $y = \frac{1}{2-x}$

II) $y = 3 - \frac{1}{x-3}$

III) $y = 2 + \frac{2}{x}$

IV) $y = -\frac{1}{x+3}$



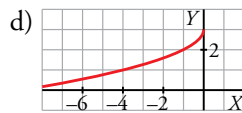
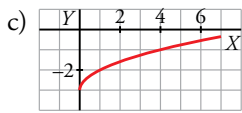
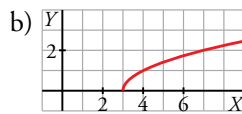
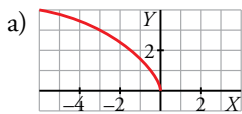
14. Asocia a cada gráfica la fórmula que le corresponde:

I) $y = \sqrt{x-3}$

II) $y = \sqrt{x} - 3$

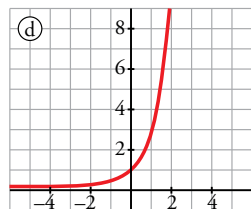
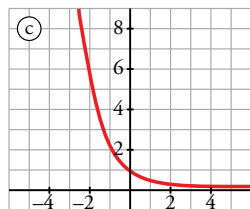
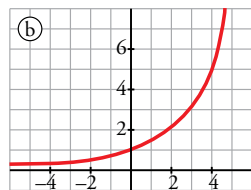
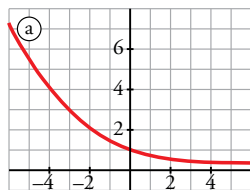
III) $y = 3 - \sqrt{-x}$

IV) $y = \sqrt{-3x}$



15. Asocia a cada gráfica una de estas fórmulas:

I) $y = 3^x$ II) $y = 1,5^x$ III) $y = 0,4^x$ IV) $y = 0,7^x$



Di, en cada una de ellas, si es creciente o decreciente.

16. Dibuja la gráfica de estas funciones, dando a x los valores que se indican en cada caso:

a) $y = \frac{3}{x}$ $x = -3; -1; -1/2; 1/2; 1; 3$

b) $y = -\frac{3}{x}$ $x = -3; -1; -1/2; 1/2; 1; 3$

c) $y = \frac{1}{x-2}$ $x = -2; 0; 1; 3/2; 3; 4$

d) $y = -\frac{1}{x+1}$ $x = -3; -2; -3/2; -1/2; 0; 1$

17. Representa las funciones siguientes:

a) $y = \sqrt{x} + 2$

b) $y = 2 - \sqrt{x}$

c) $y = \sqrt{3-x}$

d) $y = 2\sqrt{x+2}$

18. Representa las siguientes funciones dando a x valores comprendidos entre -4 y 4 :

a) $y = 1,4^x$

b) $y = 0,75^x$

c) $y = 2^x - 1$

d) $y = 0,5^x + 2$

Resuelve problemas

19. ¿Cuál es la ecuación de la función que nos da el perímetro de un hexágono dependiendo de cuánto mida su lado? ¿Y la que nos da su área? Dibuja ambas funciones.

20. Una casa de reprografía cobra 5 céntimos por cada fotocopia. Ofrece también un servicio de multicopia, por el que cobra 50 cént. fijos y 2 cént. por cada copia de un mismo ejemplar.

Haz, para cada caso, una tabla de valores que muestre lo que hay que pagar según el número de copias realizadas. Representa las funciones obtenidas.

¿Tiene sentido unir los puntos en cada una? Obtén la expresión analítica de cada función. ¿A partir de cuántas copias es más barato usar la multicopista?

21. Un fontanero cobra 18 € por el desplazamiento y 15 € por cada hora de trabajo.

a) Haz una tabla de valores de la función *tiempo-coste* y represéntala gráficamente.

b) Si ha cobrado por una reparación 70,50 €, ¿cuánto tiempo ha invertido en la reparación?

- 22.** La altura, h , a la que se encuentra en cada instante, t , una piedra que lanzamos verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s viene dada por: $h = 20t - 5t^2$
- Representa gráficamente la función.
 - Di cuál es su dominio de definición.
 - ¿En qué momento alcanza la altura máxima? ¿Cuál es esa altura?
 - ¿En qué momento cae la piedra al suelo?
 - ¿En qué intervalo de tiempo la piedra está a una altura superior a 15 metros?
- 23.** Andrea ha comprado por 100 € un regalo de cumpleaños para Carlos. El resto de los amigos del grupo deciden pagar el regalo entre todos. Construye una función que nos dé el dinero que debe poner cada uno dependiendo del número de personas que haya y dibújala.

- 24.** El sueldo inicial de Ana es de 24 000 € anuales. En su contrato de trabajo figura que subirá un 8% anual. ¿Cuánto ganará dentro de 10 años? Escribe la función que relaciona el sueldo con el tiempo.
- 25.** En el contrato de alquiler de un apartamento figura que el precio subirá un 5% anual.
- Si el precio es de 450 € mensuales, ¿cuál será dentro de 5 años?
 - Escribe la función que da el precio del alquiler según los años transcurridos.
- 26.** Una furgoneta que costó 20 000 € se deprecia a un ritmo de un 12% anual.
- ¿Cuál será su precio dentro de 4 años?
 - Halla la función que da el precio del vehículo según los años transcurridos.
 - Calcula cuánto tiempo tardará el precio en reducirse a la mitad.

Autoevaluación

- Escribe la ecuación de cada una de estas rectas:
 - Pasa por el punto $(1, -2)$ y tiene pendiente $3/2$.
 - Pasa por los puntos $(-2, -5)$ y $(1, 1)$.
- Estas son las tarifas de dos compañías telefónicas:

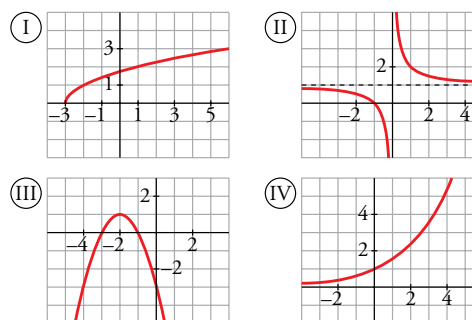
A: 0,30 € por establecimiento de llamada y 0,20 €/min	B: 0,22 €/min
---	---------------

 - ¿Cuánto cuesta una llamada de 5 minutos en cada compañía? ¿Y de 15 min? ¿Y de 20 min?
 - Haz, para cada una de las dos compañías, la gráfica de la función que nos da el precio de la llamada dependiendo del tiempo que dure.
- Halla el vértice y representa estas parábolas:

a) $y = \frac{x^2}{2} - 2$	b) $y = x^2 + 4x - 5$
c) $y = (5 - x)(x + 1)$	d) $y = -(x - 3)^2 - 1$
e) $y = 2x^2 + 4x$	f) $y = 9 - (x - 1)^2$
- Representa las siguientes funciones:

a) $y = \frac{-1}{x}$	b) $y = \frac{1}{x - 3}$
c) $y = \sqrt{-x + 2}$	d) $y = 2^x - 3$

- 5.** Asocia a cada una de las gráficas una ecuación:



- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| a) $y = -x^2 - 4x - 3$ | b) $y = 1,5^x$ |
| c) $y = \frac{1}{x} + 1$ | d) $y = \sqrt{x + 3}$ |

- 6.** Con un listón de madera de 3 metros de largo, queremos fabricar un marco para un cuadro.
- Si la base del cuadro midiera 0,5 m, ¿cuánto mediría la altura? ¿Y la superficie?
 - ¿Cuál es el valor de la superficie para una base cualquiera, x ?
 - ¿Para qué valor de la base se obtiene la superficie máxima? ¿Cuánto vale dicha superficie?