UNIDAD 1: Los números reales

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES-PÁG. 12

1. Expresa como decimal las siguientes fracciones y clasifica los números decimales obtenidos:

a) $\frac{5}{7} = 0,714285$ es un periódico puro.

b) $\frac{5}{3} = 1,\widehat{6}$ es un decimal periódico puro.

c) $\frac{11}{6} = 1,8\widehat{3}$ es un decimal periódico mixto.

d) $\frac{10}{11} = 0,90$ es un decimal periódico puro.

2. Expresa como fracción los siguientes números decimales:

a) $0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

b) $2,54 = \frac{254-2}{99} = \frac{252}{99} = \frac{28}{11}$

c) $0,3\widehat{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$

d) $0,348 = \frac{348-3}{990} = \frac{345}{990} = \frac{23}{66}$

e) $3,\widehat{9} = \frac{39-3}{9} = \frac{36}{9} = 4$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 13

3. Encuentra dos números racionales y dos irracionales comprendidos entre 3,41 y 3,4101.

Números racionales: $3,41 < 3,41002 < 3,41008 < 3,4101$

Números irracionales: $3,41 < 3,410010001\ldots < 3,410011000111\ldots < 3,4101$

4. Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales:

a) $2,\widehat{4} \in \mathbb{Q}$ número racional ya que puede ser expresado como una fracción.

b) $\frac{\sqrt{3}}{2} \notin \mathbb{Q}$ número irracional, ya que $\sqrt{3}$ es irracional.

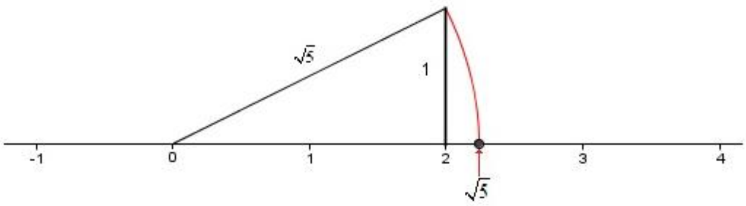
c) $\frac{3,2}{5} \in \mathbb{Q}$ número racional por ser cociente de dos racionales.

d) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ número racional

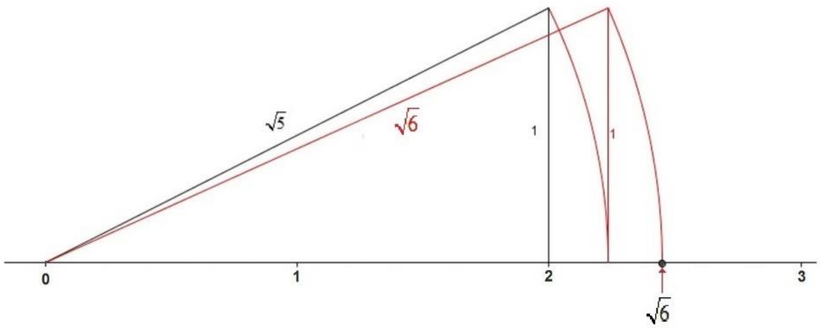
EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 14

5. Representa en la recta real los siguientes números:

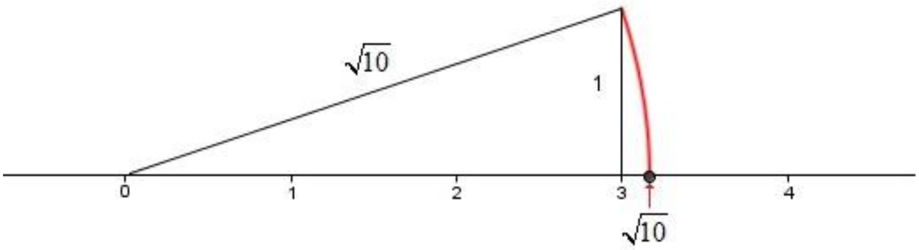
a) $\sqrt{5}$



b) $\sqrt{6}$



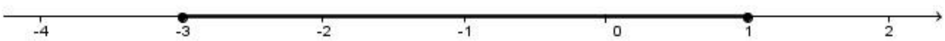
c) $\sqrt{10}$



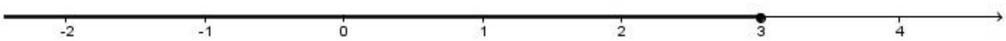
EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 15

6. Representa gráficamente y expresa mediante intervalos:

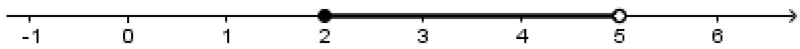
a) $\{x \in \mathbb{R} : -3 \le x \le 1\} = [-3, 1]$



b) $\{x \in \mathbb{R} : x \le 3\} = (-\infty, 3]$



c) $\{x \in \mathbb{R} : 2 \le x < 5\} = [2, 5)$



d) $\{x \in \mathbb{R} : -5 < x < 1\} = (-5, 1)$

e) $\{x \in \mathbb{R} : x \ge -1\} = [-1, +\infty)$

f) $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\} = (1, +\infty)$

7. Representa gráficamente los siguientes conjuntos y exprésalos utilizando intervalos

a) Los números reales menores que 5:
$\{x \in \mathbb{R} : x < 5\} = (-\infty, 5)$

b) Los números reales mayores que 2 y menores que 7 o iguales a 7:
$\{x \in \mathbb{R} : 2 < x \le 7\} = (2, 7]$

c) Los números reales menores que -1 y mayores que -4:
$\{x \in \mathbb{R} : -4 < x < -1\} = (-4, -1)$

d) Los números reales mayores o iguales a -2:
$\{x \in \mathbb{R} : x \ge -2\} = [-2, +\infty)$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 16

8. Simplifica y expresa el resultado como potencia de exponente positivo:

a) $$\frac{\left(3^2\cdot 3^3\right)^2\cdot 3^{-5}}{\left(3^3\right)^2}=\frac{\left(3^5\right)^2\cdot 3^{-5}}{3^6}=\frac{3^{10}\cdot 3^{-5}}{3^6}=\frac{3^5}{3^6}=\frac{1}{3}$$

b) $$\frac{\left(2^4:2^5\right)^{-2}:2^{-10}}{\left(2\cdot 2^3\right)^3}=\frac{\left(2^{-1}\right)^{-2}:2^{-10}}{\left(2^4\right)^3}=\frac{2^2:2^{-10}}{2^{12}}=\frac{2^{12}}{2^{12}}=1$$

c) $$\frac{2^2\cdot\left(2^4:2^{-2}\right)^{-3}:2^3}{2^{-3}\cdot\left(2^{-3}\right)^2}=\frac{2^2\cdot\left(2^6\right)^{-3}:2^3}{2^{-3}\cdot 2^{-6}}=\frac{2^2\cdot 2^{-18}:2^3}{2^{-9}}=\frac{2^{-19}}{2^{-9}}=\frac{2^9}{2^{19}}=\frac{1}{2^{10}}$$

d) $$\frac{5^{10}\cdot 2^2\cdot\left(2^3\cdot 5^2\right)^{-2}}{2^9:5^2}=\frac{5^{10}\cdot 2^2\cdot 2^{-6}\cdot 5^{-4}}{2^9:5^2}=\frac{2^{-4}\cdot 5^6}{2^9\cdot 5^{-2}}=\frac{5^6\cdot 5^2}{2^9\cdot 2^4}=\frac{5^8}{2^{13}}$$

e) $$\frac{3^{-2}\cdot\left(2^4\right)^{-2}:\left(2^{-3}\cdot 3^{-5}\right)}{2^{-3}\cdot 3^2:3^5}=\frac{3^{-2}\cdot 2^{-8}:\left(2^{-3}\cdot 3^{-5}\right)}{2^{-3}\cdot 3^{-3}}=\frac{3^{-2}\cdot 2^{-8}\cdot 2^3\cdot 3^5}{2^{-3}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^{-5}\cdot 3^3}{2^{-3}\cdot 3^{-3}}=\frac{3^6}{2^2}$$

f) $$\frac{3^4:\left(2:3^{-3}\right)^2}{2^3:\left(3^4\cdot 2^3\right)^{-2}}=\frac{3^4:\left(2\cdot 3^{-3}\right)^2}{2^3:\left(3^{-8}\cdot 2^{-6}\right)}=\frac{3^4:\left(2^2\cdot 3^{-6}\right)}{2^3:\left(3^{-8}\cdot 2^{-6}\right)}=\frac{3^4\cdot 2^{-2}\cdot 3^6}{2^3\cdot 3^8\cdot 2^6}=\frac{2^{-2}\cdot 3^{10}}{2^9\cdot 3^8}=\frac{2^{-2}\cdot 3^{10}}{2^9\cdot 3^8}=\frac{3^2}{2^{11}}$$

g) $$\frac{6^5\cdot 2^4:\left(2^4:3^{-3}\right)^3}{2^3:3^{-2}}=\frac{(2\cdot 3)^5\cdot 2^4:\left(2^{12}:3^{-9}\right)}{2^3\cdot 3^2}=\frac{2^5\cdot 3^5\cdot 2^4:\left(2^{12}\cdot 3^9\right)}{2^3\cdot 3^2}=\frac{2^5\cdot 3^5\cdot 2^4\cdot 2^{-12}\cdot 3^{-9}}{2^3\cdot 3^2}=$$

$$=\frac{2^{-3}\cdot 3^{-4}}{2^3\cdot 3^2}=\frac{1}{2^6\cdot 3^6}=\frac{1}{6^6}$$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 17

9. Expresa en forma de potencia de base 2:

a) $\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt[3]{2^5}=2^{\frac{5}{3}}$

c) $\sqrt[4]{32}=\sqrt[4]{2^5}=2^{\frac{5}{4}}$

d) $\sqrt[5]{8}=\sqrt[5]{2^3}=2^{\frac{3}{5}}$

10. Expresa como radical las siguientes potencias:

a) $3^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{3^3}$

b) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$

c) $7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

d) $4^{\frac{2}{8}} = \left(2^2\right)^{\frac{2}{8}} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

e) $6^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{6^4}$

11. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt{5^6} = 5^{\frac{6}{2}} = 5^3$

b) $\sqrt[15]{7^{12}} = 7^{\frac{12}{15}} = 7^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{7^4}$

c) $\sqrt[60]{5^{36}} = 5^{\frac{36}{60}} = 5^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{5^3}$

d) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = 2^{\frac{6}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$

12. Da dos radicales equivalentes de cada uno:

a) $\sqrt{3} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[6]{3^3}$

b) $\sqrt[3]{5^4} = \sqrt[6]{5^8} = \sqrt[12]{5^{16}}$

c) $\sqrt[5]{4^2} = \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[10]{4^4}$

d) $\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6} = \sqrt[15]{2^{18}}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 18

13. Extrae factores de las siguientes expresiones simplificando cuando sea posible:

a) $\sqrt{5^{21}} = \sqrt{5^{20}\cdot 5} = \sqrt{5^{20}}\cdot\sqrt{5} = 5^{10}\cdot\sqrt{5}$

b) $\sqrt[3]{2^{17}} = \sqrt[3]{2^{15}\cdot 2^2} = \sqrt[3]{2^{15}}\cdot\sqrt[3]{2^2} = 2^5\cdot\sqrt[3]{2^2}$

c) $\sqrt[6]{2^8\cdot 3^{14}} = \sqrt[3]{2^4\cdot 3^7} = 2\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{2\cdot 3}$

d) $\sqrt[5]{\dfrac{3^{16}\cdot 2^{24}}{7^{18}}} = \dfrac{3^3\cdot 2^4}{7^3}\cdot\sqrt[5]{\dfrac{3\cdot 2^4}{7^3}}$

14. Introduce los factores dentro de la raíz y simplifica si es posible:

a) $3^2\cdot\sqrt{5} = \sqrt{\left(3^2\right)^2\cdot 5} = \sqrt{3^4\cdot 5}$

b) $3\cdot\sqrt{3} = \sqrt{3^2\cdot 3} = \sqrt{3^3}$

c) $5^4\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{5^4}}=\sqrt[3]{\frac{\left(5^4\right)^3}{5^4}}=\sqrt[3]{\frac{5^{12}}{5^4}}=\sqrt[3]{5^8}$

d) $\frac{3}{4}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{\frac{3^2\cdot 8}{4^2}}=\sqrt{\frac{3^2\cdot 2^3}{\left(2^2\right)^2}}=\sqrt{\frac{3^2\cdot 2^3}{2^4}}=\sqrt{\frac{3^2}{2}}$

e) $\frac{2^3}{3}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{4}}=\sqrt[3]{\frac{2^9\cdot 3}{3^3\cdot 2^2}}=\sqrt[3]{\frac{2^7}{3^2}}$

15. Ordena de mayor a menor los siguientes números:

Expresando todos los radicales con el mismo índice, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{5}=\sqrt[12]{5^6}\\ \sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{2^2}=\sqrt[12]{2^8}\\ \sqrt[4]{175}=\sqrt[12]{175^3}\\ \sqrt[6]{256}=\sqrt[6]{2^8}=\sqrt[12]{2^{14}}\end{array}\right\}\Rightarrow\ \sqrt[3]{4}<\sqrt{5}<\sqrt[6]{256}<\sqrt[4]{175}$$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 19

16. Opera y simplifica:

a) $2\cdot\sqrt{5}-4\cdot\sqrt[6]{125}=2\cdot\sqrt{5}-4\cdot\sqrt[6]{5^3}=2\cdot\sqrt{5}-4\cdot\sqrt{5}=-2\cdot\sqrt{5}$

b) $4\cdot\sqrt[3]{5^2}+2\cdot\sqrt[3]{25}=4\cdot\sqrt[3]{5^2}+2\cdot\sqrt[3]{5^2}=6\cdot\sqrt[3]{5^2}$

c) $\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{5^2}=\sqrt[6]{5^3}\cdot\sqrt[6]{5^4}=\sqrt[6]{5^7}=5\cdot\sqrt[6]{5}$

d) $\sqrt[6]{2^5}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[6]{2^5}\cdot\sqrt[6]{2^2}=\sqrt[6]{2^7}=2\cdot\sqrt[6]{2}$

e) $\sqrt{8}\cdot\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[4]{2^3}=\sqrt{2^3}\cdot\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[4]{2^3}=\sqrt[12]{2^{18}}\cdot\sqrt[12]{2^2}\cdot\sqrt[12]{2^9}=\sqrt[12]{2^{29}}=2^2\cdot\sqrt[12]{2^5}$

f) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{4^3}}=\frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[4]{2^6}}=\frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}}=1$

g) $\sqrt[3]{\frac{2^2}{\sqrt[5]{2^3}}}=\sqrt[3]{\sqrt[5]{\frac{2^{10}}{2^3}}}=\sqrt[15]{2^7}$

h) $\sqrt{3\cdot\sqrt[4]{9^3}}=\sqrt{3\cdot\sqrt[4]{3^6}}=\sqrt{\sqrt[4]{3^4\cdot 3^6}}=\sqrt[8]{3^{10}}=\sqrt[4]{3^5}=3\cdot\sqrt[4]{3}$

i) $\frac{\sqrt{2\cdot\sqrt[4]{4}}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2\cdot\sqrt[4]{2^2}}}{\sqrt{2^3}}=\frac{\sqrt{\sqrt[4]{2^4\cdot 2^2}}}{\sqrt{2^3}}=\frac{\sqrt[8]{2^6}}{\sqrt{2^3}}=\sqrt[8]{\frac{2^6}{2^{12}}}=\sqrt[8]{\frac{1}{2^6}}=\sqrt[4]{\frac{1}{2^3}}=\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$

j) $\frac{\sqrt{9\cdot\sqrt[3]{3}}}{\sqrt[3]{3^4}}=\frac{\sqrt{3^2\cdot\sqrt[3]{3}}}{\sqrt[3]{3^4}}=\frac{\sqrt{\sqrt[3]{3^6\cdot 3}}}{\sqrt[3]{3^4}}=\frac{\sqrt{\sqrt[3]{3^7}}}{\sqrt[3]{3^4}}=\frac{\sqrt[6]{3^7}}{\sqrt[3]{3^4}}=\sqrt[6]{\frac{3^7}{3^8}}=\sqrt[6]{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[6]{3}}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 20

17. Racionaliza y simplifica cuando sea posible:

a) $\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{5\cdot\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$

b) $\frac{4}{1-\sqrt{3}}=\frac{4\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}=\frac{4\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{1-3}=\frac{4\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)}{-2}=-2\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)$

c) $\frac{6}{\sqrt[3]{3}}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3^2}}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{3^2}}{3}=2\cdot\sqrt[3]{3^2}$

d) $\frac{44}{5-\sqrt{3}}=\frac{44\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)}{\left(5-\sqrt{3}\right)\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)}=\frac{44\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)}{25-3}=\frac{44\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)}{22}=2\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)$

e) $\frac{\sqrt[4]{10}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt[4]{10}\cdot\sqrt{10}}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}}=\frac{\sqrt[4]{10}\cdot\sqrt[4]{10^2}}{10}=\frac{\sqrt[4]{10^3}}{10}$

f) $\frac{12}{\sqrt{11}-\sqrt{2}}=\frac{12\cdot\left(\sqrt{11}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{11}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{11}+\sqrt{2}\right)}=\frac{12\cdot\left(\sqrt{11}+\sqrt{2}\right)}{11-2}=\frac{12\cdot\left(\sqrt{11}+\sqrt{2}\right)}{9}=\frac{4\cdot\left(\sqrt{11}+\sqrt{2}\right)}{3}$

g) $\frac{35}{\sqrt{243}}=\frac{35}{\sqrt{3^5}}=\frac{35}{3^2\cdot\sqrt{3}}=\frac{35\cdot\sqrt{3}}{3^2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{35\cdot\sqrt{3}}{3^2\cdot 3}=\frac{35\cdot\sqrt{3}}{3^3}=\frac{35\cdot\sqrt{3}}{27}$

h) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{2-5}=\frac{2+\sqrt{10}}{-3}=-\frac{2+\sqrt{10}}{3}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 21

18. Aproxima por exceso y por defecto los siguientes números hasta las milésimas:

a) $3,568<3,568930<3,569$

b) $2,349<2,34928<2,35$

c) $0,013<0,0134<0,014$

d) $3,599<3,599124<3,6$

19. Redondea hasta las milésimas los números del ejercicio anterior y calcula el error absoluto cometido en cada aproximación:

a) $3,568930\approx 3,569 \quad\Rightarrow\quad E_a=\left|3,568930-3,569\right|=0,00007$

b) $2,34928\approx 2,35 \quad\Rightarrow\quad E_a=\left|2,34928-2,35\right|=0,00072$

c) $0,0134\approx 0,013 \quad\Rightarrow\quad E_a=\left|0,0134-0,013\right|=0,0004$

d) $3,599124 \approx 3,599 \quad \Rightarrow \quad E_a = |3,599124 - 3,599| = 0,000124$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 22

20. Escribe en notación científica los siguientes números:

a) $653000000 = 6,53 \cdot 10^8$

b) 4 millones $= 4000000 = 4 \cdot 10^6$

c) 43 cienmilésimas $= 0,00043 = 4,3 \cdot 10^{-4}$

d) 43 milésimas $= 0,043 = 4,3 \cdot 10^{-2}$

e) $0,00000567 = 5,67 \cdot 10^{-6}$

f) 35 billones $= 35000000000000 = 3,5 \cdot 10^{13}$

21. Los siguientes números están mal expresados en notación científica. Corrígelos:

a) $32,4 \cdot 10^5 = 3,24 \cdot 10^6$

b) $48000 \cdot 10^4 = 4,8 \cdot 10^8$

c) $0,0095 \cdot 10^{-5} = 9,5 \cdot 10^{-8}$

d) $3200 \cdot 10^{-3} = 3,2$

e) $0,0345 \cdot 10^8 = 3,45 \cdot 10^6$

f) $23,45 \cdot 10^{-5} = 2,345 \cdot 10^{-4}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES - PÁG. 23

22. Realiza las siguientes operaciones en notación científica:

a) $2,3 \cdot 10^8 + 9 \cdot 10^9 = 0,23 \cdot 10^9 + 9 \cdot 10^9 = 9,23 \cdot 10^9$

b) $3,5 \cdot 10^{-5} - \left(0,5 \cdot 10^{-9}\right) \cdot \left(3 \cdot 10^3\right) = 3,5 \cdot 10^{-5} - 1,5 \cdot 10^{-6} = 3,5 \cdot 10^{-5} - 0,15 \cdot 10^{-5} = 3,35 \cdot 10^{-5}$

c) $4,2 \cdot 10^{-7} : \left(7 \cdot 10^4\right) = 0,6 \cdot 10^{-11} = 6 \cdot 10^{-12}$

d) $-2,8 \cdot 10^{-8} + 9 \cdot 10^{-9} = -0,28 \cdot 10^{-9} + 9 \cdot 10^{-9} = 8,72 \cdot 10^{-9}$

23.Realiza las siguientes operaciones utilizando la calculadora:

a) $-3,65 \cdot 10^{-8} + 4,3 \cdot 10^7 \cdot \left(-8,46 \cdot 10^{-15}\right) = -4,0028 \cdot 10^{-7}$

b) $\left(2,58 \cdot 10^7\right)^3 : \left(-2,5 \cdot 10^{25}\right) = -6,8694 \cdot 10^{-4}$

c) $\dfrac{5,2\cdot10^{12}-4,3\cdot10^{6}\cdot\left(2,5\cdot10^{3}\right)^{2}}{3,2\cdot10^{18}}=\dfrac{-2,1675\cdot10^{13}}{3,2\cdot10^{18}}=-6,7734\cdot10^{-6}$

EJERCICIOS Y ACTIVIDADES DE RECAPITULACIÓN - PÁGINAS 26-28

NÚMEROS RACIONALES

1. Expresa en forma decimal las siguientes fracciones:

a) $\dfrac{5}{4}=1,25$

b) $\dfrac{4}{15}=0,2\widehat{6}$

c) $\dfrac{7}{24}=0,291\widehat{6}$

2. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

a) $2,48=\dfrac{248}{100}=\dfrac{62}{25}$

b) $7,666\ldots=\dfrac{76-7}{9}=\dfrac{69}{9}=\dfrac{23}{3}$

c) $2,3666\ldots=\dfrac{236-23}{90}=\dfrac{213}{90}=\dfrac{71}{30}$

d) $0,3477\ldots=\dfrac{347-34}{900}=\dfrac{313}{900}$

e) $0,56565656\ldots=\dfrac{56}{99}$

f) $0,48212121\ldots=\dfrac{4821-48}{9900}=\dfrac{4773}{9900}=\dfrac{1591}{3300}$

3. Encuentra tres ejemplos de fracciones cuya expresión decimal sea un número decimal exacto, un número periódico puro y un número periódico mixto.

- Decimal exacto: $\dfrac{2}{5}=0,4$; $\dfrac{15}{8}=1,875$; $\dfrac{9}{20}=0,45$
- Periódico puro: $\dfrac{1}{3}=0,333\ldots$; $\dfrac{20}{11}=1,818181\ldots$; $\dfrac{265}{333}=0,795795795...$
- Periódico mixto: $\dfrac{1}{6}=0,1666\ldots$; $\dfrac{44}{30}=1,4666\ldots$; $\dfrac{2531}{990}=2,5565656\ldots$

4. Realiza las siguientes operaciones. Si no puedes realizar la operación, pasa primero los números decimales a fracción, luego efectúa las operaciones y termina pasando el resultado de nuevo a número decimal:

a) $2,5\widehat{3}+1,3\widehat{8}=\frac{253-25}{90}+\frac{138-13}{90}=\frac{228}{90}+\frac{125}{90}=\frac{353}{90}=3,9\widehat{2}$

b) $5,35\cdot\left(-0,\widehat{3}\right)+1,6\widehat{5}=\frac{535}{100}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{149}{90}=-\frac{1605}{900}+\frac{1490}{900}=-\frac{115}{900}=-\frac{23}{180}$

NÚMEROS REALES

5. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Justifica la respuesta:

a) **Hay números racionales que tienen una expresión decimal infinita.**
VERDADERO, ya que todos los decimales periódicos cumplen esa condición.

b) **Los números enteros son aquellos que tienen una expresión decimal exacta.**
FALSO, ya que hay decimales como el $2,5$ que, no siendo enteros, tienen una expresión decimal exacta.

c) **Un número irracional se puede expresar como una fracción.**
FALSO, ya que si fuera posible entonces pertenecería, por definición, al conjunto de los números racionales.

d) **Hay fracciones que tienen una expresión decimal infinita no periódica.**
FALSO, ya que en tal caso sería un número irracional.

e) **Existen números irracionales que no son números reales.**
FALSO, ya que el conjunto de los números reales está formado, por definición, por los racionales y los irracionales.

f) **Existen números enteros que no son racionales.**
FALSO, ya que todos ellos se pueden expresar como una fracción con denominador igual a la unidad.

6. Clasifica los siguientes números según sean racionales o irracionales.

a) $\sqrt{121}=11\in\mathbb{Q}$ ya que es un número entero.

b) $\sqrt{\frac{81}{16}}=\frac{9}{4}\in\mathbb{Q}$ número racional.

c) $-0,56888\ldots\in\mathbb{Q}$ número racional ya que puede ser expresado como una fracción.

d) $\sqrt{\frac{1}{15}}\notin\mathbb{Q}$ número irracional ya que es una raíz cuadrada no exacta.

e) $\sqrt{12}\notin\mathbb{Q}$ número irracional ya que es una raíz cuadrada no exacta.

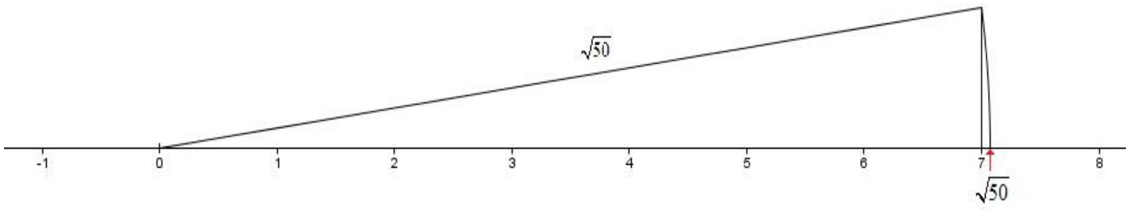
f) $6-2\cdot\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$ por ser $\sqrt{3}$ un número irracional.

7. Escribe dos números irracionales comprendidos entre 2,5 y 2,501.

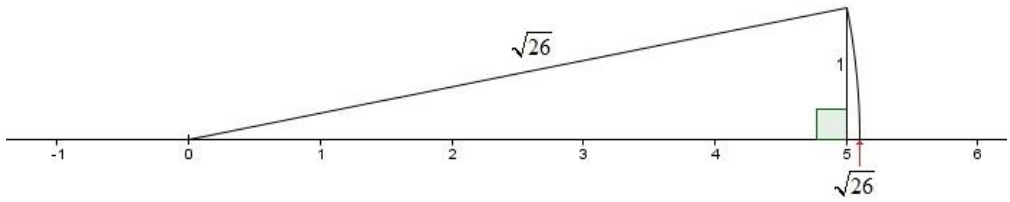
$$2,5<2,5003<2,5007<2,501$$

8. Representa de forma exacta en la recta real $\sqrt{50}$, $\sqrt{26}$ y $\sqrt{17}$.

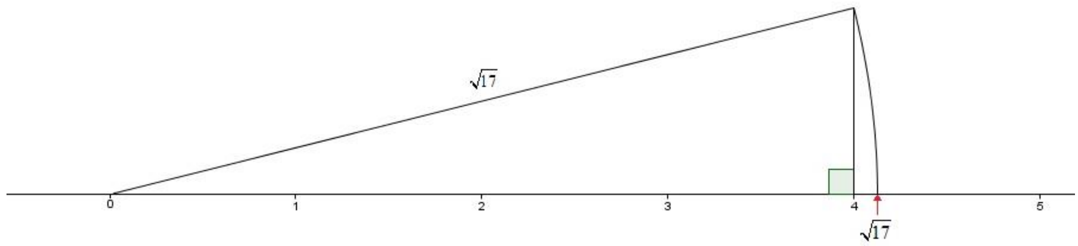
$\sqrt{50}$



$\sqrt{26}$



$\sqrt{17}$

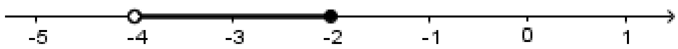


TOPOLOGÍA DE LA RECTA REAL

9. Representa gráficamente y escribe el intervalo y el conjunto de todos los números reales que sean:

a) Mayores que -1 y menores que 2 o iguales a 2.
$\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 2\} = (-1, 2]$

b) Menores que -2 o iguales a -2 y mayores que -4.
$\{x \in \mathbb{R} : -4 < x \leq -2\} = (-4, 2]$



c) Mayores o iguales que -3.
$\{x \in \mathbb{R} : x \geq -3\} = [-3, +\infty)$

d) Menores que 5.
$\{x \in \mathbb{R} : x < 5\} = (-\infty, 5)$

e) Mayores que -5 o iguales a -5 y menores que -1 o iguales a -1.
$\{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x \leq -1\} = [-5, -1]$

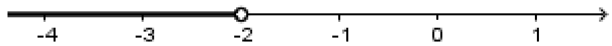
10. Representa gráficamente y escribe el intervalo que representa los siguientes conjuntos:

a) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 3\} = (-2, 3]$

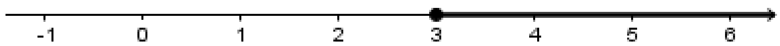
b) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 4\} = (-1, 4)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq -1\} = [-2, -1]$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x < -2\} = (-\infty, -2)$



e) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\} = [3, +\infty)$



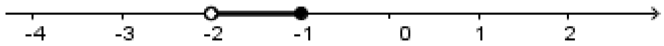
f) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 3\} = (-\infty, 3]$

11. Escribe el conjunto que representan los siguientes intervalos y represéntalos gráficamente:

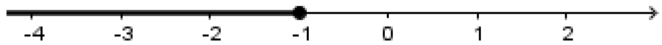
a) $[-1, 3] = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 3\}$

b) $[2, 7) = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < 7\}$

c) $(-2,-1]=\{x\in\mathbb{R}:-2<x\leq-1\}$

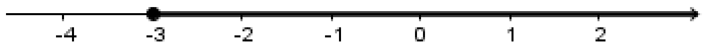


d) $(-\infty,-1]=\{x\in\mathbb{R}:x\leq-1\}$



e) $(1,6)=\{x\in\mathbb{R}:1<x<6\}$

f) $[-3,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}:x\geq-3\}$



12. Definimos el valor absoluto de un número, $|x|$, de la siguiente forma:

$$|x|=\begin{cases} x & si\ x\geq 0 \\ -x & si\ x<0 \end{cases}$$

Representa gráficamente el conjunto $\{x\in\mathbb{R}:|x|\leq 3\}$.

¿Existe algún número real que tenga valor absoluto negativo? Razona la respuesta.

$\{x\in\mathbb{R}:|x|\leq 3\}$

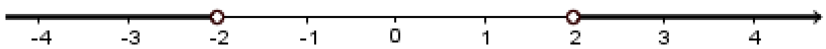
No existe ningún número real $x\in\mathbb{R}$ con valor absoluto negativo ya que:

- Si $x\geq 0$ entonces su valor absoluto es él mismo y por tanto no negativo.
- Si $x<0$ entonces su valor absoluto es su opuesto y por tanto positivo.

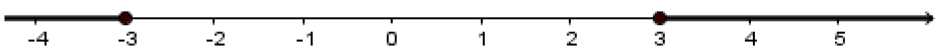
13. Representa gráficamente los conjuntos:

a) $\{x\in\mathbb{R}:|x|<4\}$

b) $\{x\in\mathbb{R}:|x|>2\}$



c) $\{x\in\mathbb{R}:|x|\geq 3\}$

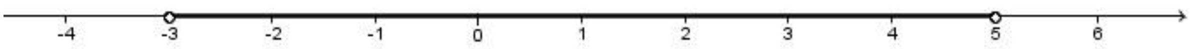


d) $\{x \in \mathbb{R} : |x| > 0\}$

14. Representa gráficamente los conjuntos:

a) $\{x \in \mathbb{R} : |x+1| \le 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : |x-1| < 4\}$



LAS RAÍCES: PROPIEDADES Y OPERACIONES

15. Ordena los siguientes radicales de mayor a menor: $\sqrt{2};\ \sqrt[4]{2^3};\ \sqrt[4]{5};\ \sqrt[6]{4}$

Expresando todos los radicales con el mismo índice, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64} \\ \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^9} = \sqrt[12]{512} \\ \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125} \\ \sqrt[6]{4} = \sqrt[12]{4^2} = \sqrt[12]{16} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt[6]{4} < \sqrt{2} < \sqrt[4]{5} < \sqrt[4]{2^3}$$

16. Encuentra dos radicales equivalentes:

a) $\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[9]{4^3}$

b) $\sqrt[4]{8} = \sqrt[16]{8^4} = \sqrt[20]{8^5}$

c) $\sqrt[3]{12} = \sqrt[6]{12^2} = \sqrt[12]{12^4}$

d) $\sqrt{50} = \sqrt[4]{50^2} = \sqrt[6]{50^3}$

17. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2^7}$

b) $\sqrt[4]{3^{16}} = 3^4$

c) $\sqrt[30]{2^{18}} = \sqrt[5]{2^3}$

d) $\sqrt[6]{125} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt{5}$

18. Introduce los factores dentro de la raíz:

a) $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\cdot 3}$

b) $2\cdot\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{2^3\cdot 4}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2^2}=\sqrt[3]{2^5}$

c) $\dfrac{2}{3}\cdot\sqrt{6}=\sqrt{\dfrac{2^2\cdot 6}{3^2}}=\sqrt{\dfrac{2^2\cdot 2\cdot 3}{3^2}}=\sqrt{\dfrac{2^3}{3}}$

d) $\dfrac{4}{4}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{5}{2}}=\sqrt[4]{\dfrac{5}{2}}$

19. Extrae todos los factores que sea posible:

a) $\sqrt[4]{5^8\cdot 3^{19}}=5^2\cdot 3^4\cdot\sqrt[4]{3^3}$

b) $\sqrt[4]{2^{12}\cdot 3^9}=2^3\cdot 3^2\cdot\sqrt[4]{3}$

c) $\sqrt[6]{3^{15}\cdot 5^{25}\cdot 8^4}=\sqrt[6]{3^{15}\cdot 5^{25}\cdot 2^{12}}=3^2\cdot 5^4\cdot 2^2\cdot\sqrt[6]{3^3\cdot 5}$

d) $\sqrt[5]{\dfrac{5^6\cdot 3^7}{2^{12}}}=\dfrac{5\cdot 3}{2^2}\cdot\sqrt[5]{\dfrac{5\cdot 3^2}{2^2}}$

20. Expresa en una sola raíz:

a) $\sqrt[4]{2^5}\cdot\sqrt{6}=\sqrt[4]{2^5}\cdot\sqrt[4]{6^2}=\sqrt[4]{2^5\cdot 6^2}=\sqrt[4]{2^5\cdot 2^2\cdot 3^2}=\sqrt[4]{2^7\cdot 3^2}$

b) $\sqrt[8]{8}\cdot\sqrt[4]{2^5}=\sqrt[8]{2^3}\cdot\sqrt[8]{2^{10}}=\sqrt[8]{2^3\cdot 2^{10}}=\sqrt[8]{2^{13}}$

c) $\sqrt[6]{2^5}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[4]{2}=\sqrt[6]{2^5}\cdot\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[4]{2}=\sqrt[12]{2^{10}}\cdot\sqrt[12]{2^8}\cdot\sqrt[12]{2^3}=\sqrt[12]{2^{21}}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{5}}\cdot\sqrt[3]{5^4}=\sqrt[6]{5}\cdot\sqrt[3]{5^4}=\sqrt[6]{5}\cdot\sqrt[6]{5^8}=\sqrt[6]{5^9}=\sqrt{5^3}$

e) $\sqrt{6\cdot\sqrt{6\cdot\sqrt{6\cdot\sqrt{6}}}}=\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{6^8\cdot 6^4\cdot 6^2\cdot 6}}}}=\sqrt[16]{6^{15}}$

f) $\dfrac{\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{4\cdot\sqrt{2}}}}{2\cdot\left(\sqrt[3]{2}\right)^4}=\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2^6\cdot 4^2\cdot 2}}}}{2\cdot\sqrt[3]{2^4}}=\dfrac{\sqrt[12]{2^6\cdot 2^4\cdot 2}}{\sqrt[3]{2^3\cdot 2^4}}=\dfrac{\sqrt[12]{2^{11}}}{\sqrt[3]{2^7}}=\sqrt[12]{\dfrac{2^{11}}{2^{28}}}=\sqrt[12]{\dfrac{1}{2^{17}}}$

21. Opera y expresa como potencia de exponente racional:

a) $\left(\sqrt[3]{4^2}\right)^7=\left(\sqrt[3]{2^4}\right)^7=\left(2^{\frac{4}{3}}\right)^7=2^{\frac{28}{3}}$

b) $\left(\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt{8}\right)^2=\left(2^{\frac{1}{4}}\cdot 8^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(2^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{3}{2}}\right)^2=\left(2^{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}}\right)^2=\left(2^{\frac{7}{4}}\right)^2=2^{\frac{7}{2}}$

c) $\left(\sqrt[3]{\dfrac{9}{3^4}}\right)^2=\left(\sqrt[3]{\dfrac{3^2}{3^4}}\right)^2=\left(\sqrt[3]{\dfrac{1}{3^2}}\right)^2=\left(3^{-\frac{2}{3}}\right)^2=3^{-\frac{4}{3}}$

d) $\left(\sqrt{\frac{\sqrt{4^5}}{2^3}}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2^{10}}}{2^3}}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{2^5}{2^3}}\right)^2=\left(\sqrt{2^2}\right)^2=2^2$

e) $\left(\sqrt{\sqrt[6]{3^7}}\right)^{\frac{9}{4}}=\left(\sqrt[12]{3^7}\right)^{\frac{9}{4}}=\left(3^{\frac{7}{12}}\right)^{\frac{9}{4}}=3^{\frac{7\cdot 9}{12\cdot 4}}=3^{\frac{7\cdot 3}{4\cdot 4}}=3^{\frac{21}{16}}$

f) $\left(\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{27}\cdot\sqrt[3]{3^2}}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{3^3}\cdot\sqrt[3]{3^2}}\right)^2=\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3^2}}\right)^2=\left(3^{-\frac{2}{3}}\right)^2=3^{-\frac{4}{3}}$

22. Opera y extrae factores:

a) $\sqrt[4]{4^5\sqrt{8}}=\sqrt[4]{\sqrt{4^{10}\cdot 8}}=\sqrt[8]{2^{20}\cdot 2^3}=\sqrt[8]{2^{23}}=2^2\cdot\sqrt[8]{2^7}$

b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{16}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{32}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2^4}\cdot\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{2^8}\cdot\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[6]{2^{16}}=2^2\cdot\sqrt[6]{2^4}=2^2\cdot\sqrt[3]{2^2}$

c) $\sqrt{a}\cdot\frac{\sqrt{\sqrt{a^3}}}{\sqrt[3]{a^4}}=\sqrt{a}\cdot\frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[3]{a^4}}=\sqrt[12]{a^6}\cdot\frac{\sqrt[12]{a^9}}{\sqrt[12]{a^8}}=\sqrt[12]{\frac{a^6\cdot a^9}{a^8}}=\sqrt[12]{a^7}$

d) $\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{12}{9}}=\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{4}{3}}=\sqrt[6]{\frac{3^3}{2^3}}\cdot\sqrt[6]{\frac{4^2}{3^2}}=\sqrt[6]{\frac{3^3\cdot 4^2}{2^3\cdot 3^2}}=\sqrt[6]{\frac{3^3\cdot 2^4}{2^3\cdot 3^2}}=\sqrt[6]{3\cdot 2}=\sqrt[6]{6}$

e) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[4]{a^3}=\sqrt[4]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}=\sqrt[4]{a^5}=a\cdot\sqrt[4]{a}$

f) $\left(x\cdot\sqrt[4]{x^3}\cdot\sqrt[6]{x}\right)^2=\left(x\cdot\sqrt[12]{x^9}\cdot\sqrt[12]{x^2}\right)^2=\left(x\cdot\sqrt[12]{x^{11}}\right)^2=x^2\cdot\sqrt[12]{x^{22}}=x^3\cdot\sqrt[12]{x^{10}}=x^3\cdot\sqrt[6]{x^5}$

23. Opera y simplifica:

a) $3\cdot\sqrt{24}-2\cdot\sqrt{54}+\sqrt{216}=3\cdot\sqrt{2^3\cdot 3}-2\cdot\sqrt{2\cdot 3^3}+\sqrt{2^3\cdot 3^3}=$
$=2\cdot 3\cdot\sqrt{2\cdot 3}-2\cdot 3\cdot\sqrt{2\cdot 3}+2\cdot 3\cdot\sqrt{2\cdot 3}=2\cdot 3\cdot\sqrt{2\cdot 3}=6\sqrt{6}$

b) $\sqrt{96}-\sqrt{150}+\sqrt{486}=\sqrt{2^5\cdot 3}-\sqrt{2\cdot 3\cdot 5^2}+\sqrt{2\cdot 3^5}=$
$=2\sqrt{2\cdot 3}-5\sqrt{2\cdot 3}+3\sqrt{2\cdot 3}=0$

c) $\sqrt{512}-\sqrt{72}+\sqrt{200}=\sqrt{2^9}-\sqrt{2^3\cdot 3^2}+\sqrt{2^3\cdot 5^2}=2^4\cdot\sqrt{2}-2\cdot 3\cdot\sqrt{2}+2\cdot 5\cdot\sqrt{2}=$
$=16\sqrt{2}-6\sqrt{2}+10\sqrt{2}=20\sqrt{2}$

RACIONALIZACIÓN

24. Racionaliza y simplifica

a) $\frac{8}{\sqrt{6}}=\frac{8\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\frac{8\cdot\sqrt{6}}{6}=\frac{4\cdot\sqrt{6}}{3}$

b) $\frac{2}{2+\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2+\sqrt{2}\right)\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)}=\frac{2\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)}{4-2}=\frac{2\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}=2-\sqrt{2}$

c) $\frac{4}{\sqrt{8}}=\frac{4\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}}=\frac{4\cdot\sqrt{8}}{8}=\frac{\sqrt{8}}{2}=\frac{\sqrt{2^3}}{2}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

d) $\frac{8}{3-\sqrt{5}}=\frac{8\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}=\frac{8\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)}{9-5}=\frac{8\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}=2\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)$

e) $\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{6\cdot\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{2}$

f) $\frac{7}{3+\sqrt{2}}=\frac{7\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(3+\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}=\frac{7\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}{9-2}=\frac{7\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}{7}=3-\sqrt{2}$

25. Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{16}{1+\sqrt{5}}=\frac{16\cdot\left(1-\sqrt{5}\right)}{\left(1+\sqrt{5}\right)\cdot\left(1-\sqrt{5}\right)}=\frac{16\cdot\left(1-\sqrt{5}\right)}{1-5}=\frac{16\cdot\left(1-\sqrt{5}\right)}{-4}=-4\cdot\left(1-\sqrt{5}\right)$

b) $\frac{\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}{\left(4-\sqrt{2}\right)\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}{4-2}=\frac{\sqrt{2}\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}{2}=\frac{4\sqrt{2}+2}{2}=2\sqrt{2}+1$

c) $\frac{6\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\frac{6\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}=\frac{6\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{2-5}=\frac{6\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{-3}=-2\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$

d) $\frac{3}{\sqrt[4]{3}}=\frac{3\cdot\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{3^3}}=\frac{3\cdot\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}}=\frac{3\cdot\sqrt[4]{3^3}}{3}=\sqrt[4]{3^3}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}{\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{3}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}{4-3}=\sqrt{3}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)=2\cdot\sqrt{3}-3$

f) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}-2}=\frac{\sqrt{8}\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)}{\left(\sqrt{2}-2\right)\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)}=\frac{\sqrt{8}\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)}{2-4}=\frac{\sqrt{8}\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)}{-2}=\frac{2\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)}{-2}=$

$=-2\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)=-4-4\sqrt{2}$

g) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{12}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}=\frac{\sqrt{12}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{3-5}=\frac{\sqrt{12}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{-2}=$

$=\frac{2\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{-2}=-\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)=-3+\sqrt{15}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{27}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{3^3}}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^3}\cdot\sqrt[4]{3}}=\frac{\sqrt[4]{3^2}\cdot\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^4}}=\frac{\sqrt[4]{3^3}}{3}$

26. Racionaliza y simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[6]{8}}=\dfrac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[6]{2^3}}=\dfrac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{2^2}}{2}=\dfrac{\sqrt[4]{2^3}}{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot\left(1+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{12}}{3-6}=\dfrac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{-3}=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$

c) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}\cdot\left(\sqrt{8}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{8}-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{18}}{8-3}=\dfrac{2\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{5}$

d) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}=\dfrac{\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2^2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}=\dfrac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt[6]{2}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}=\dfrac{\sqrt[6]{2}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}{2-1}=\sqrt[6]{2}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)$

e) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{6}}-\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

f) $\dfrac{6\cdot\sqrt{10}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\dfrac{6\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}=\dfrac{6\cdot\sqrt{10}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{2-5}=\dfrac{6\cdot\left(\sqrt{20}+\sqrt{50}\right)}{-3}=$

$=-2\cdot\left(2\sqrt{5}+5\sqrt{2}\right)=-4\sqrt{5}-10\sqrt{2}$

APROXIMACIONES

27. Redondea, trunca y aproxima por exceso a las centésimas los siguientes números:

a) Redondeo: $2,36782354701\approx 2,37$
Truncamiento: $2,36782354701\approx 2,36$
Aproximación por exceso: $2,36782354701\approx 2,37$

b) Redondeo: $0,065792836\approx 0,07$
Truncamiento: $0,065792836\approx 0,06$
Aproximación por exceso: $0,065792836\approx 0,07$

c) Redondeo: $\sqrt{8}\approx 2,83$
Truncamiento: $\sqrt{8}\approx 2,82$
Aproximación por exceso: $\sqrt{8}\approx 2,83$

d) Redondeo: $2,89635433\approx 2,9$
Truncamiento: $2,89635433\approx 2,89$
Aproximación por exceso: $2,89635433\approx 2,9$

e) Redondeo: $3,18490986\approx 3,18$
Truncamiento: $3,18490986\approx 3,18$
Aproximación por exceso: $3,18490986\approx 3,19$

f) Redondeo: $12,125\approx 12,13$
Truncamiento: $12,125\approx 12,12$
Aproximación por exceso: $12,125\approx 12,13$

28. Redondea, trunca y aproxima por exceso a las diezmilésimas los números del ejercicio anterior:

a) Redondeo: $2,36782354701 \approx 2,3678$
Truncamiento: $2,36782354701 \approx 2,3678$
Aproximación por exceso: $2,36782354701 \approx 2,3679$

b) Redondeo: $0,065792836 \approx 0,0658$
Truncamiento: $0,065792836 \approx 0,0657$
Aproximación por exceso: $0,065792836 \approx 0,0658$

c) Redondeo: $\sqrt{8} \approx 2,8284$
Truncamiento: $\sqrt{8} \approx 2,8284$
Aproximación por exceso: $\sqrt{8} \approx 2,8285$

d) Redondeo: $2,89635433 \approx 2,8964$
Truncamiento: $2,89635433 \approx 2,8963$
Aproximación por exceso: $2,89635433 \approx 2,8964$

e) Redondeo: $3,18490986 \approx 3,1849$
Truncamiento: $3,18490986 \approx 3,1849$
Aproximación por exceso: $3,18490986 \approx 3,185$

f) Redondeo: $12,125 \approx 12,1251$
Truncamiento: $12,125 \approx 12,1251$
Aproximación por exceso: $12,125 \approx 12,1252$

29. Calcula el error absoluto y el error relativo para las aproximaciones del ejercicio anterior:

a) Redondeo: $2,36782354701 \approx 2,3678$

- Error absoluto: $E_a = |2,36782354701 - 2,3678| = 0,00002354701$
- Error relativo: $E_r = \left|\frac{0,00002354701}{2,36782354701}\right| = 9,945 \cdot 10^{-6}$

Truncamiento: $2,36782354701 \approx 2,3678$

- Error absoluto: $E_a = |2,36782354701 - 2,3678| = 0,00002354701$
- Error relativo: $E_r = \left|\frac{0,00002354701}{2,36782354701}\right| = 9,945 \cdot 10^{-6}$

Aproximación por exceso: $2,36782354701 \approx 2,3679$

- Error absoluto: $E_a = |2,36782354701 - 2,3679| = 0,000076453$
- Error relativo: $E_r = \left|\frac{0,000076453}{2,36782354701}\right| = 3,229 \cdot 10^{-5}$

b) Redondeo: $0,065792836 \approx 0,0658$

- Error absoluto: $E_a = |0,065792836 - 0,0658| = 0,00007164$
- Error relativo: $E_r = \left|\frac{0,00007164}{0,065792836}\right| = 1,089 \cdot 10^{-4}$

Truncamiento: $0,065792836 \approx 0,0657$

- Error absoluto: $E_a = |0,065792836 - 0,0657| = 0,000092836$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0,000092836}{0,065792836}\right| = 1,411 \cdot 10^{-3}$

Aproximación por exceso: $0,065792836 \approx 0,0658$

- Error absoluto: $E_a = |0,065792836 - 0,0658| = 0,00007164$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0,00007164}{0,065792836}\right| = 1,089 \cdot 10^{-4}$

c) Redondeo: $\sqrt{8} \approx 2,8284$

- Error absoluto: $E_a = \left|\sqrt{8} - 2,8284\right|$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{\sqrt{8} - 2,8284}{\sqrt{8}}\right| = 9,59 \cdot 10^{-6}$

Truncamiento: $\sqrt{8} \approx 2,8284$

- Error absoluto: $E_a = \left|\sqrt{8} - 2,8284\right|$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{\sqrt{8} - 2,8284}{\sqrt{8}}\right| = 9,59 \cdot 10^{-6}$

Aproximación por exceso: $\sqrt{8} \approx 2,8285$

- Error absoluto: $E_a = \left|\sqrt{8} - 2,8285\right|$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{\sqrt{8} - 2,8285}{\sqrt{8}}\right| = 2,577 \cdot 10^{-5}$

d) Redondeo: $2,89635433 \approx 2,8964$

- Error absoluto: $E_a = |2,89635433 - 2,8964| = 0,00004567$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0,00004567}{2,89635433}\right| = 1,577 \cdot 10^{-5}$

Truncamiento: $2,89635433 \approx 2,8963$

- Error absoluto: $E_a = |2,89635433 - 2,8963| = 0,00005433$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0,00005433}{2,89635433}\right| = 1,876 \cdot 10^{-5}$

Aproximación por exceso: $2,89635433 \approx 2,8964$

- Error absoluto: $E_a = |2,89635433 - 2,8964| = 0,00004567$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0,00004567}{2,89635433}\right| = 1,577 \cdot 10^{-5}$

e) Redondeo: $3,18490986 \approx 3,1849$

- Error absoluto: $E_a = |3,18490986 - 3,1849| = 0,00000986$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0,00000986}{3,18490986}\right| = 3,096 \cdot 10^{-6}$

Truncamiento: $3{,}18490986 \approx 3{,}1849$

- Error absoluto: $E_a = |3{,}18490986 - 3{,}1849| = 0{,}00000986$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0{,}00000986}{3{,}18490986}\right| = 3{,}096 \cdot 10^{-6}$

Aproximación por exceso: $3{,}18490986 \approx 3{,}185$

- Error absoluto: $E_a = |3{,}18490986 - 3{,}185| = 0{,}00009014$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0{,}00009014}{3{,}18490986}\right| = 2{,}83 \cdot 10^{-5}$

f) Redondeo: $12{,}125 \approx 12{,}1251$

- Error absoluto: $E_a = |12{,}125 - 12{,}1251| = 0{,}0000251$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0{,}0000251}{12{,}125}\right| = 2{,}072 \cdot 10^{-6}$

Truncamiento: $12{,}125 \approx 12{,}1251$

- Error absoluto: $E_a = |12{,}125 - 12{,}1251| = 0{,}0000251$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0{,}0000251}{12{,}125}\right| = 2{,}072 \cdot 10^{-6}$

Aproximación por exceso: $12{,}125 \approx 12{,}1252$

- Error absoluto: $E_a = |12{,}125 - 12{,}1252| = 0{,}0000748$
- Error relativo: $E_r = \left|\dfrac{0{,}0000748}{12{,}125}\right| = 6{,}175 \cdot 10^{-6}$

30. Completa la siguiente tabla:

Orden de aproximación	Cota de error absoluto		
	Truncamiento	Redondeo	Aproximación por exceso
Milésimas	0,001	0,0005	0,001
Diezmilésimas	0,0001	0,00005	0,0001
Cienmilésimas	0,00001	0,000005	0,00001
Millonésimas	0,000001	0,0000005	0,000001
Diezmillonésima	0,0000001	0,00000005	0,0000001

NOTACIÓN CIENTÍFICA

31. Expresa con todas las cifras los siguientes números:

a) $2{,}3 \cdot 10^3 = 2300$

b) $-8,34\cdot10^{5}=-834\,000$

c) $4,35\cdot10^{6}=4\,350\,000$

d) $3,65\cdot10^{-3}=0,00365$

e) $1,24\cdot10^{-8}=0,0000000124$

f) $5\cdot10^{-6}=0,000005$

32. Expresa en notación científica los siguientes números:

a) $25\,000\,000=2,5\cdot10^{7}$

b) $0,000000458=4,58\cdot10^{-7}$

c) $-0,0000004529=-4,529\cdot10^{-7}$

d) $45\,600\,000\,000=4,5\cdot10^{10}$

e) $0,0000756=7,56\cdot10^{-5}$

f) $60\,000\,000\,000=6\cdot10^{10}$

33. Los siguientes números no están expresados correctamente en notación científica. Corrígelos:

a) $18,5\cdot10^{4}=1,85\cdot10^{5}$

b) $345,2\cdot10^{-6}=3,452\cdot10^{-4}$

c) $0,00047\cdot10^{9}=4,7\cdot10^{5}$

d) $2\,340\cdot10^{7}=2,34\cdot10^{10}$

e) $0,0004\cdot10^{-8}=4\cdot10^{-12}$

f) $2\,300\cdot10^{-7}=2,3\cdot10^{-4}$

34. Realiza las siguientes operaciones sin utilizar la calculadora:

a) $2,3\cdot10^{7}-3,2\cdot10^{8}=0,23\cdot10^{8}-3,2\cdot10^{8}=-2,97\cdot10^{8}$

b) $0,8\cdot10^{-5}+2,5\cdot10^{-6}=0,8\cdot10^{-5}+0,25\cdot10^{-5}=1,05\cdot10^{-5}$

35. Realiza las siguientes divisiones sin utilizar la calculadora:

a) $6\cdot10^{14}:3\cdot10^{12}=(6:3)\cdot10^{14-12}=2\cdot10^{2}$

b) $-1,5\cdot10^{-8}:3\cdot10^{3}=-0,5\cdot10^{-11}=-5\cdot10^{-12}$

c) $-2,5\cdot10^{4}:5\cdot10^{-3}=-0,5\cdot10^{7}=-5\cdot10^{6}$

d) $2,7\cdot10^{-7}:3\cdot10^{-9}=0,9\cdot10^{2}=9\cdot10=90$

36. Comprueba con la calculadora los resultados obtenidos en los tres ejercicios anteriores.

Utilizando la tecla EXP de la calculadora para realizar las operaciones se comprueba el resultado.

37. Realiza las siguientes operaciones utilizando la calculadora:

a) $2,3\cdot 10^{7}-5,4\cdot 10^{-10}\cdot\left(-2\cdot 10^{17}\right)=2,3\cdot 10^{7}+1,08\cdot 10^{8}=1,31\cdot 10^{8}$

b) $\left(2\cdot 10^{3}\right)^{3}+1,8\cdot 10^{10}=8\cdot 10^{9}+1,8\cdot 10^{10}=2,7\cdot 10^{10}$

c) $\dfrac{-1,2\cdot 10^{2}:\left(3\cdot 10^{4}\right)}{2\cdot 10^{-6}}=\dfrac{-4\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-6}}=-2\cdot 10^{3}$

PROBLEMAS

38. En la siguiente tabla se muestran la masa y la densidad de algunos cuerpos celestes de nuestro sistema solar. Sabiendo que $d=\dfrac{m}{V}$, calcula el volumen de cada uno de los cuerpos celestes de la tabla.

	Densidad g/cm^3	Masa (kg · 10^{23})
La Tierra	5,52	59,7
Luna	3,34	0,734
Marte	3,93	6,4
Venus	5,25	48,7
Mercurio	5,41	3,3

Despejando V en $d=\dfrac{m}{V}$, tenemos que $V=\dfrac{m}{d}$. Para poder operar debemos expresar ambas magnitudes en la misma unidad de masa (kg) y, puesto que hablamos de volúmenes de planetas, elegimos como unidad de volumen el kilómetro cúbico:

$$1\frac{g}{cm^{3}}=10^{-3}\frac{kg}{cm^{3}}=10^{-3}\cdot 10^{15}\frac{kg}{km^{3}}=10^{12}\frac{kg}{km^{3}}$$

De este modo, podemos calcular el volumen de los cuerpos celestes:

- $V_{Tierra}=\dfrac{m_{Tierra}}{d_{Tierra}}=\dfrac{59,7\cdot 10^{23}}{5,52\cdot 10^{12}}=1,08\cdot 10^{12}\,km^{3}$
- $V_{Luna}=\dfrac{m_{Luna}}{d_{Luna}}=\dfrac{0,734\cdot 10^{23}}{3,34\cdot 10^{12}}=2,2\cdot 10^{10}\,km^{3}$
- $V_{Marte}=\dfrac{m_{Marte}}{d_{Marte}}=\dfrac{6,4\cdot 10^{23}}{3,93\cdot 10^{12}}=1,63\cdot 10^{11}\,km^{3}$
- $V_{Venus}=\dfrac{m_{Venus}}{d_{Venus}}=\dfrac{48,7\cdot 10^{23}}{5,25\cdot 10^{12}}=9,28\cdot 10^{11}\,km^{3}$

- $V_{Mercurio} = \frac{m_{Mercurio}}{d_{Mercurio}} = \frac{3,3 \cdot 10^{23}}{5,41 \cdot 10^{12}} = 6,1 \cdot 10^{10}\, km^3$

39. La masa de un electrón es de $9 \cdot 10^{-31}$ kg. Las masas de un protón y de un neutrón son aproximadamente de $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. Determina la masa de una molécula de agua (H_2O) sabiendo que un átomo de hidrógeno contiene un protón y un electrón, y que un átomo de oxígeno tiene 8 electrones, 8 protones y 8 neutrones.

$$m_{H_2O} = 2m_H + m_O = 2 \cdot \left(9 \cdot 10^{-31} + 1,67 \cdot 10^{-27}\right) + 8 \cdot \left(9 \cdot 10^{-31} + 1,67 \cdot 10^{-27} + 1,67 \cdot 10^{-27}\right) =$$
$$= 2 \cdot 1,6709 \cdot 10^{-27} + 8 \cdot 3,3409 \cdot 10^{-27} = 3,0069 \cdot 10^{-26}\, kg$$

La masa de una molécula de agua es de aproximadamente $3,0069 \cdot 10^{-26}$ kg.

40. La distancia de la Tierra al Sol es de 1,4 · 10⁸ km. La velocidad de la luz es de 3 · 10⁸ m/s. ¿Cuánto tiempo en minutos tardará en llegar a la Tierra un rayo de luz solar? Recuerda que $v = \frac{e}{t}$.

Despejando t en $v = \frac{e}{t}$ tenemos que $t = \frac{e}{v}$:

$$t = \frac{1,4 \cdot 10^8\, km}{3 \cdot 10^8\, m/s} = \frac{1,4 \cdot 10^{11}\, m}{3 \cdot 10^8\, m/s} = 466,\widehat{6}\, s = 7,\widehat{7} \min$$

Por tanto, un rayo de luz solar tarda $7,\widehat{7}$ minutos en llegar a la Tierra desde el Sol.

41. La velocidad media del sonido en el aire es de 340 m/s. Si se produce un accidente en la autovía, ¿cuánto tardaremos en escuchar el siniestro desde que se ha producido si estamos a 1,4 km?

Teniendo en cuenta que $t = \frac{e}{v}$, tenemos:

$$t = \frac{1,4\, km}{340\, m/s} = \frac{1,4 \cdot 10^3\, m}{340\, m/s} = 4,12\, s$$

Tardaremos en escuchar el siniestro 4,12 segundos.

42. Desde que vemos un relámpago hasta que oímos el trueno pasan 7 segundos. ¿A qué distancia se ha producido el fenómeno meteorológico?

Despejando en $t = \frac{e}{v}$ tenemos que $e = v \cdot t$ y como $v = 340\, m/s$: $e = 340\, m/s \cdot 7\, s = 2380\, m$

El fenómeno meteorológico se ha producido a 2,38 kilómetros.

43. La velocidad de propagación del sonido en el agua es de 1,6 · 10³ m/s. Si un submarinista escucha una explosión que está a 24 km de él, ¿cuánto habrá tardado en llegar el sonido hasta allí?

$t = \frac{e}{v} = \frac{24\ km}{1,6\cdot 10^3\ m/s} = \frac{24\cdot 10^3\ m}{1,6\cdot 10^3\ m/s} = 15\ s$. El sonido habrá tardado 15 s en llegar.

44. Calcula la velocidad a la que transita un automóvil de 1500 kg de peso sabiendo que tiene una energía cinética de 468 750 J. (Recuerda: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$).

Recordemos que $1\ J = 1\ \frac{kg\cdot m^2}{s^2}$ .Despejando en $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ tenemos que:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad 2E_c = mv^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{2E_c}{m} = v^2$$

y por tanto

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

Así, $v = \sqrt{\frac{2\cdot 468\,750}{1500}} = \sqrt{625} = 25\ m/s = \frac{25\cdot 10^3}{3600}\ km/h = 90\ km/h$.

La velocidad del coche es 25 m/s o, lo que es lo mismo, 90 km/h.

DESAFÍO PISA - PÁG. 29

EL SISTEMA SOLAR

Los planetas del sistema solar tienen tamaños muy distintos unos de otros y están compuestos de materiales que los hacen únicos, de forma que la densidad de cada uno de los planetas no es igual a la de otro planeta.
La luz solar tarda más de 8 minutos en llegar a nuestro planeta, concretamente 8 minutos y 19 segundos, a una velocidad de $3\cdot 10^8\ m/s$. Como $e = v\cdot t$, la distancia de la Tierra al Sol es de $149\,700\,000$ km.
En la siguiente tabla se presentan el Sol y los planetas de nuestro sistema solar:

	Densidad (g/cm³)	Diámetro (km)	Volumen (km³)	Distancia al Sol (km)
Sol	1,41	$1,392\cdot 10^6$	$1,41227\cdot 10^{18}$	
Mercurio	5,41	$4,878\cdot 10^3$	60 775 008 158	$5,79\cdot 10^6$
Venus	5,25	$1,218\cdot 10^4$	$9,4611\cdot 10^{11}$	$1,083\cdot 10^8$
La Tierra	5,52	$1,2756\cdot 10^4$	$1,08678\cdot 10^{12}$	$1,497\cdot 10^8$
Marte	3,9	$6,76\cdot 10^3$	$1,61748\cdot 10^{11}$	$2,281\cdot 10^8$
Júpiter	1,33	$1,428\cdot 10^5$	$1,5247\cdot 10^{15}$	$7,787\cdot 10^8$
Saturno	0,71	$1,2\cdot 10^5$	$9,04781\cdot 10^{14}$	$1,43\cdot 10^9$
Urano	1,3	$5\cdot 10^4$	$6,545\cdot 10^{13}$	$2,8765\cdot 10^9$
Neptuno	1,7	$4,5\cdot 10^4$	$4,77131\cdot 10^{13}$	$4,5066\cdot 10^9$

La densidad de un cuerpo nos permite poder calcular la masa de dicho cuerpo de una manera más sencilla, ya que la densidad es el cociente entre la masa y el volumen de ese cuerpo. Como se muestra en la tabla, la densidad se mide en g/cm^3 .

Actividad 1. Ordenando de mayor a menor los planetas, ¿qué lugar ocuparía la Tierra en ese orden?

A: 5, por detrás de Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno.

Actividad 2. Obtén la densidad de la Tierra en kg/km^3 .

C: $5,52\cdot10^{12}$ ya que $5,52\cdot10^{-12}$ $5,52\frac{g}{cm^3}=\frac{5,52\cdot10^{-3}}{10^{-15}}\frac{kg}{km^3}=5,52\cdot10^{12}\frac{kg}{km^3}$

Actividad 3. ¿Cuántas veces es el Sol mayor que la Tierra?

A: 10^6 ya que al dividir sus volúmenes hallamos una cifra de ese orden de magnitud.

Actividad 4. Calcula la masa de la Tierra.

B: $5,9\cdot10^{24}$, que se obtiene al multiplicar su densidad (en kg/km^3) por su volumen (en km^3) $5,52\cdot10^{12}\cdot1,08678\cdot10^{12}=5,9\cdot10^{24}$

Actividad 5. ¿Qué distancia hay entre la Tierra y Marte?

C: $7,84\cdot10^7$, que se obtiene restando sus respectivas distancias al Sol.

Actividad 6. ¿Cuánto tardará la luz del Sol en llegar a Júpiter?

B: $43\min 16\text{seg}$, que se obtiene dividiendo la distancia al sol entre la velocidad de la luz: $\frac{7,787\cdot10^8}{3\cdot10^5}\approx2596\text{seg}=43\min16\text{seg}$