

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

PÁGINA 75

PRACTICA

1 ■■■ Calcula mentalmente:

- a) 50% de 360 b) 25% de 88
c) 10% de 1 375 d) 20% de 255
e) 75% de 800 f) 30% de 150

- a) 50% de 360 → 180
b) 25% de 88 → 22
c) 10% de 1 375 → 137,5
d) 20% de 255 → 51
e) 75% de 800 → 600
f) 30% de 150 → 45

2 ■■■ Calcula:

- a) 20% de 1 240 b) 12% de 175
c) 87% de 4 000 d) 95% de 60
e) 13% de 2 400 f) 7% de 250
g) 22% de 1 353 h) 5% de 421

a) 20% de 1 240 = $\frac{20 \cdot 1\,240}{100} = 248$

b) 12% de 175 = $\frac{12 \cdot 175}{100} = 21$

c) 87% de 4 000 = $\frac{87 \cdot 4\,000}{100} = 3\,480$

d) 95% de 60 = $\frac{95 \cdot 60}{100} = 57$

e) 13% de 2 400 = $\frac{13 \cdot 2\,400}{100} = 312$

f) 7% de 250 = $\frac{7 \cdot 250}{100} = 17,5$

g) 22% de 1 353 = $\frac{22 \cdot 1\,353}{100} = 297,66$

h) 5% de 421 = $\frac{5 \cdot 421}{100} = 21,05$

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

3 ■■■ Piensa y completa:

- a) Al multiplicar por 0,2 se calcula el ...%.
- b) Al multiplicar por 0,02 se calcula el ...%.
- c) Al multiplicar por 0,87 se calcula el ...%.
- d) Al multiplicar por ... se calcula el 34%.
- e) Al multiplicar por ... se calcula el 130%.

a) 20% b) 2% c) 87% d) 0,34 e) 1,30

4 ■■■ Calcula mentalmente qué tanto por ciento representa cada cantidad respecto de su total:

- a) 18 respecto de 72 b) 120 respecto de 240
- c) 17 respecto de 170 d) 15 respecto de 60

a) 25% b) 50% c) 10% d) 25%

5 ■■■ Calcula el tanto por ciento que representa:

- a) 42 respecto de 200 b) 45 respecto de 1 500
- c) 432 respecto de 960 d) 117 respecto de 650
- e) 575 respecto de 2 500 f) 195 respecto de 1 300
- g) 8 respecto de 50 h) 75 respecto de 625

- a) $\frac{42}{200} \cdot 100 = 21\%$ b) $\frac{45}{1\,500} \cdot 100 = 3\%$
- c) $\frac{432}{960} \cdot 100 = 45\%$ d) $\frac{117}{650} \cdot 100 = 18\%$
- e) $\frac{575}{2\,500} \cdot 100 = 23\%$ f) $\frac{195}{1\,300} \cdot 100 = 15\%$
- g) $\frac{8}{50} \cdot 100 = 16\%$ h) $\frac{75}{625} \cdot 100 = 12\%$

6 ■■■ ¿Qué índice de variación corresponde a estos aumentos porcentuales?

- a) 8% b) 3% c) 17% d) 95% e) 110%

- a) I.V. = 1,08 b) I.V. = 1,03 c) I.V. = 1,17
- d) I.V. = 1,95 e) I.V. = 2,10

7 ■■■ ¿Qué índice de variación corresponde a estas disminuciones porcentuales?

- a) 96% b) 13% c) 35% d) 6% e) 63%

- a) I.V. = 0,04 b) I.V. = 0,87 c) I.V. = 0,65
- d) I.V. = 0,94 e) I.V. = 0,37

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

8 ■■■ Piensa y completa:

- a) Al multiplicar por 1,3 se aumenta un ...%.
 - b) Al multiplicar por 1,08 se aumenta un ...%.
 - c) Al multiplicar por 0,90 se disminuye un ...%.
 - d) Al multiplicar por 0,65 se disminuye un ...%.
- a) 30% b) 8% c) 10% d) 35%

9 ■■■ Calcula el valor de x en cada caso:

- a) El 30% x es 21.
 - b) El 85% de x es 187.
 - c) El 32% de x es 384.
 - d) El 13% de x es 97,24.
- a) 30% de $x = 21 \rightarrow 0,3 \cdot x = 21 \rightarrow x = 21 : 0,3 = 70$
b) 85% de $x = 187 \rightarrow 0,85 \cdot x = 187 \rightarrow x = 187 : 0,85 = 220$
c) 32% de $x = 384 \rightarrow 0,32 \cdot x = 384 \rightarrow x = 384 : 0,32 = 1\ 200$
d) 13% de $x = 97,24 \rightarrow 0,13 \cdot x = 97,24 \rightarrow x = 97,24 : 0,13 = 748$

Problemas de proporcionalidad simple y compuesta

10 ■■■ Un coche ha consumido 24 litros de combustible en un viaje de 375 km. ¿Cuántos litros consume cada 100 kilómetros? ¿Cuántos consumirá en un viaje de 80 km?

El número de litros que consume un coche es directamente proporcional a la distancia que recorre.

P. DIRECTA	
DISTANCIA (km)	CONSUMO (l)
375	24
100	x
80	y

$$\left. \begin{array}{l} \frac{375}{100} = \frac{24}{x} \rightarrow x = \frac{24 \cdot 100}{375} = 6,4 \\ \frac{375}{80} = \frac{24}{y} \rightarrow y = \frac{80 \cdot 24}{375} = 5,12 \end{array} \right\}$$

Cada 100 km consume 6,4 l y en un viaje de 80 km consumirá 5,12 l.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 11** ■■■ Un campesino ha obtenido una cosecha de 40 000 kilos de trigo de un campo que tiene una superficie de 2,5 hectáreas. ¿Qué cosecha puede esperar de un campo próximo con una superficie de hectárea y media?

La superficie de un campo y el número de kilos de trigo que se obtienen son magnitudes directamente proporcionales.

$$\begin{array}{c} \text{P. DIRECTA} \\ \left. \begin{array}{cc} \text{SUPERFICIE (ha)} & \text{TRIGO (kg)} \\ 2,5 & 40\,000 \\ 1,5 & x \end{array} \right\} \frac{2,5}{1,5} = \frac{40\,000}{x} \rightarrow \\ \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 40\,000}{2,5} = 24\,000 \end{array}$$

Puede esperar una cosecha de 24 000 kg.

- 12** ■■■ Un soldador, trabajando 8 horas al día, ha tardado 5 días en poner el suelo de una vivienda. ¿Cuántos días habría tardado trabajando 10 horas diarias?

El número de horas trabajadas al día es inversamente proporcional al número de días que se tarda en hacer un trabajo.

$$\begin{array}{c} \text{P. INVERSA} \\ \left. \begin{array}{cc} \text{HORAS/DÍA} & \text{NÚMERO DE DÍAS} \\ 8 & 5 \\ 10 & x \end{array} \right\} \frac{8}{10} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 5}{10} = 4 \end{array}$$

Trabajando 10 horas al día habría tardado 4 días.

- 13** ■■■ El ayuntamiento de una población de 2 300 habitantes dedica una partida de 9 200 € anuales para actividades culturales. ¿Qué cantidad dedicará a ese mismo concepto una población vecina que distribuye los presupuestos con criterios similares y tiene una población de 3 700 habitantes?

El número de habitantes de una población y el presupuesto anual dedicado a cierta actividad, son magnitudes directamente proporcionales:

$$\begin{array}{c} \text{P. DIRECTA} \\ \left. \begin{array}{cc} \text{Nº DE HABITANTES} & \text{PRESUPUESTO (€)} \\ 2\,300 & 9\,200 \\ 3\,700 & x \end{array} \right\} \frac{2\,300}{3\,700} = \frac{9\,200}{x} \rightarrow \\ \rightarrow x = \frac{9\,200 \cdot 3\,700}{2\,300} = 14\,800 \end{array}$$

En una población de 3 700 habitantes se ha de dedicar un presupuesto de 14 800 €.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 14** ■■■ Un taller de confección ha fabricado 1 600 chaquetas, trabajando 8 horas diarias durante 10 días. ¿Cuánto tiempo tardará en servir un pedido de 2 000 chaquetas trabajando 10 horas al día?

El número de chaquetas que se han de confeccionar es directamente proporcional al número de días que se han de trabajar.

Sin embargo, el número de horas de trabajo al día es inversamente proporcional al número de días trabajados.

			P. DIRECTA			
		P. INVERSA				
CHAQUETAS	HORAS/DÍA	Nº DE DÍAS	}	$\frac{1\,600 \cdot 10}{2\,000 \cdot 8} = \frac{10}{x}$	\rightarrow	
1 600	8	10				
2 000	10	x				

$$\rightarrow x = \frac{10 \cdot 2\,000 \cdot 8}{1\,600 \cdot 10} = 10$$

Se tardarán 10 días en servir el pedido.

- 15** ■■■ Tres personas mecanografían 120 folios en 5 horas. ¿Cuántos folios pueden mecanografiar 4 personas en 6 horas si mantienen el mismo ritmo que las anteriores?

El número de personas que mecanografían y el número de horas trabajadas son directamente proporcionales al número de folios.

			P. DIRECTA				
		P. DIRECTA					
Nº PERSONAS	Nº HORAS	Nº FOLIOS	}	$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{120}{x}$	\rightarrow	$x = \frac{10 \cdot 4 \cdot 6}{3 \cdot 5} = 192$	
3	5	120					
4	6	x					

Cuatro personas en 6 horas mecanografían 192 folios.

Problemas de repartos proporcionales

- 16** ■■■ Se ha encargado a un orfebre el diseño y fabricación de un trofeo que ha de pesar 5 kg y ha de estar fabricado con una aleación que contenga tres partes de oro, tres de plata y dos de cobre. ¿Qué cantidad se necesita de cada metal?

$$\text{Número total de partes} = 3 + 3 + 2 = 8$$

$$\text{Cantidad de metal en cada parte} = \frac{5}{8} = 0,625 \text{ kg}$$

$$\text{Cantidad de oro} \rightarrow 3 \cdot 0,625 = 1,875$$

$$\text{Cantidad de plata} \rightarrow 3 \cdot 0,625 = 1,875$$

$$\text{Cantidad de cobre} \rightarrow 2 \cdot 0,625 = 1,25$$

Se necesita 1 kg 875 g de oro, la misma cantidad de plata y 1 kg 250 g de cobre.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

PÁGINA 76

- 17** ■■■ Tres vecinos de una aldea alquilan una máquina motosierra durante 12 días. Juan la tiene 2 días; Pedro, 3 días; y Rufino, 7 días. El importe del alquiler asciende a 264 euros. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

Número total de días que se alquila la máquina = 12

$$\text{Precio por día} = \frac{\text{Precio total}}{\text{Nº de días}} = \frac{264}{12} = 22$$

$$\text{Juan debe pagar} \rightarrow 2 \cdot 22 = 44 \text{ €}$$

$$\text{Pedro debe pagar} \rightarrow 3 \cdot 22 = 66 \text{ €}$$

$$\text{Rufino debe pagar} \rightarrow 7 \cdot 22 = 154 \text{ €}$$

Juan debe pagar 44 €, Pedro, 66 €, y Rufino, 154 €.

- 18** ■■■ Tres socios financian un negocio que exige una inversión de 136 000 €. El primero pone el 65%; el segundo, el 20%, y el tercero, el resto. Un tiempo después reparten unos beneficios de 16 800 €. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno?

El beneficio se repartirá de forma proporcional a como se ha hecho la inversión.

$$\text{PRIMERO} \rightarrow \text{se queda con el 65\% de } 16\,800 = 0,65 \cdot 16\,800 = 10\,920$$

$$\text{SEGUNDO} \rightarrow \text{se queda con el 20\% de } 16\,800 = 0,2 \cdot 16\,800 = 3\,360$$

$$\text{TERCERO} \rightarrow \text{se queda con el 15\% de } 16\,800 = 0,15 \cdot 16\,800 = 2\,520$$

Al primero le corresponden 10 920 €, al segundo, 3 360 €, y al tercero, 2 520 €.

Problemas de mezclas

- 19** ■■■ Un fabricante de churros usa una mezcla de aceite que contiene dos partes de aceite de oliva por cada parte de aceite de girasol. Sabiendo que compra el de oliva a 3,40 €/litro y el de girasol a 1,60 €/litro, ¿a cómo le sale el litro de mezcla?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE TOTAL (€)
ACEITE OLIVA	2	3,40	6,80
ACEITE GIRASOL	1	1,60	1,60
MEZCLA	3		8,40

$$\text{Precio de un litro de mezcla} = \frac{\text{Coste}}{\text{nº de litros}} = \frac{8,40}{3} = 2,8$$

El litro de mezcla sale a 2,8 €.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 20** ■■■ Para fabricar cierta colonia se mezcla 1 litro de esencia con 5 litros de alcohol y 2 litros de agua destilada. La esencia cuesta 200 €/litro; el alcohol, 6 €/litro; y el agua destilada, 1 €/litro. ¿Cuál es el coste de un litro de esa colonia?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE
ESENCIA	1	200	200
ALCOHOL	5	6	30
AGUA DESTILADA	2	1	2
MEZCLA	8		232

$$\text{Precio mezcla} = \frac{\text{Coste}}{\text{litros}} = \frac{232}{8} = 29$$

El precio de 1 litro de colonia es de 29 €.

- 21** ■■■ Se quiere fundir un lingote de 500 g que contiene un 77% de plata con otro de 1,3 kg y un 95% de plata. ¿Cuál es la proporción de plata del lingote resultante?

	PESO (kg)	% PLATA	COSTE EN PLATA (kg)
LINGOTE 1	0,5	77	77% DE 0,5 = 0,385
LINGOTE 2	1,3	95	95% DE 1,3 = 1,235
LINGOTE NUEVO	1,8		1,62

$$\text{Proporción de plata} = \frac{\text{peso en plata}}{\text{peso total}} = \frac{1,62}{1,8} = 0,9 \rightarrow 90\%$$

La proporción de plata es del 90%.

- 22** ■■■ Se funden juntos un lingote de 800 g de oro de ley 0,95 con un vaso de 6 kg de oro de ley 0,78. ¿Cuál es la ley del lingote obtenido?

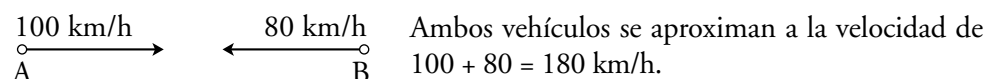
	PESO (kg)	LEY	PESO EN ORO
LINGOTE	0,8	0,95	0,8 · 0,95 = 0,76
VASO	6	0,78	6 · 0,78 = 4,68
LINGOTE RESULTANTE	6,8		5,44

$$\text{Ley del lingote resultante} = \frac{\text{peso en oro}}{\text{peso total}} = \frac{5,44}{6,8} = 0,8$$

La ley del lingote obtenido es de 0,80.

Problemas de móviles

- 23** ■■■ Dos poblaciones A y B distan 270 km. A las 12 de la mañana sale de A hacia B un coche a una velocidad de 100 km/h. En el mismo instante, un coche sale de B hacia A a 80 km/h. ¿A qué hora se cruzan?



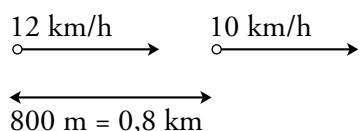
A una velocidad de 180 km/h, el tiempo que tardan en recorrer los 270 km que separan

$$\text{A de B es } t = \frac{e}{v} = \frac{270}{180} = 1,5 \text{ h.}$$

Por tanto, se cruzarán a las 13 horas y media (una y media de la tarde).

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 24** ■■■ Un corredor de fondo avanza a la velocidad de 10 km/h, perseguido por un rival que está 800 metros más atrás y lleva una velocidad de 12 km/h. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el segundo alcance al primero?



Los corredores se aproximan a una velocidad de $12 - 10 = 2$ km/h.

El tiempo que se tarda en recorrer los 0,8 km que les separan, a una velocidad de 2 km/h es:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ h} = 0,4 \cdot 60 \text{ min} = 24 \text{ minutos}$$

El segundo alcanzará al primero al cabo de 24 minutos.

- 25** ■■■ Un depósito contiene 16 800 l de agua para uso doméstico. Por error, se abren simultáneamente un grifo que arroja un caudal de 185 l/min y el desagüe del depósito con 335 l/min de caudal. ¿Cuánto tarda el depósito en vaciarse?

El caudal que va saliendo del pozo es la diferencia del caudal del desagüe y el caudal del grifo: $335 - 185 = 150$ l/min.

El tiempo que tarda el depósito en vaciarse es:

$$t = \frac{n^\circ \text{ litros}}{\text{caudal}} = \frac{16\,800}{150} = 112 \text{ minutos} \rightarrow 1 \text{ hora } 52 \text{ minutos}$$

- 26** ■■■ Un depósito de 21 000 litros se abastece de dos grifos que aportan un caudal de 40 litros por minuto y de 30 litros por minuto, respectivamente. ¿Cuánto tardará en llenarse el depósito si se abren ambos grifos simultáneamente?

Ambos grifos, en 1 minuto, aportan un caudal de $40 + 30 = 70$ l.

Como el depósito tiene una capacidad de 21 000 l:

$$\frac{21\,000}{70} = 300 \text{ minutos} = 5 \text{ horas}$$

El depósito tardará 5 horas en llenarse.

- 27** ■■■ Un ciclista sale de un lugar a 18 km/h. Media hora más tarde sale otro ciclista del mismo lugar a 22 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar al primero?

- Calculamos la distancia que ha recorrido el primer ciclista en media hora, yendo a una velocidad de 18 km/h:

Si en 1 hora recorre 18 km, en media hora recorrerá 9 km.

- Los ciclistas se aproximan a la velocidad de $22 - 18 = 4$ km/h.
- El tiempo que tardarán en encontrarse, a una velocidad de 4 km/h, sabiendo que la distancia que los separa es de 9 km, será:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{9 \text{ km}}{4 \text{ km/h}} = 2,25 \text{ h} = 2 \text{ h y cuarto}$$

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

Problemas de porcentajes

- 28** ■■■ Para comprar un piso que se vende en 180 000 €, se ha de pagar además un 7% a Hacienda (IVA), y 5 400 € de gastos de notaría y gestión.

¿Cuál es el gasto total necesario para la compra?

$$7\% \text{ de } 180\,000 \text{ €} = 180\,000 \cdot 0,07 = 12\,600 \text{ €}$$

$$180\,000 + 12\,600 + 5\,400 = 198\,000$$

El gasto total es de 198 000 €.

- 29** ■■■ En una sesión de cine, de las 840 localidades disponibles, se han vendido un 65%. ¿Cuántos asientos hay vacíos?

Si se han vendido un 65% de las localidades, el 35% quedan sin vender.

$$35\% \text{ de } 840 = 0,35 \cdot 840 = 294$$

Quedan 294 asientos vacíos.

- 30** ■■■ En un estudio sociológico, de 1 232 hombres encuestados, 924 declaran que colaboran activamente en las tareas del hogar. ¿Cuál es el porcentaje de hombres que dice trabajar en casa?

De un total de 100 hombres, colaboran en las tareas del hogar x .

$$\left. \begin{array}{r} \text{TOTAL} \\ 1\,232 \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PARTE} \\ 924 \\ x \end{array} \right\} \frac{1\,232}{100} = \frac{924}{x} \rightarrow x = \frac{924 \cdot 100}{1\,232} = 75$$

El 75% de los hombres dice trabajar en casa.

- 31** ■■■ Paula ha pagado 76,50 € por un jersey que costaba 85 €. ¿Qué tanto por ciento le han rebajado?

$$\left. \begin{array}{r} \text{PRECIO INICIAL (€)} \\ 85 \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{PRECIO FINAL (€)} \\ 76,5 \\ x \end{array} \right\} \frac{85}{100} = \frac{76,5}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{76,5 \cdot 100}{85} = 90$$

En un artículo que hubiera costado 100 €, habría pagado 90 €, luego le han rebajado el 10%.

- 32** ■■■ En un supermercado se vuelca una caja que contiene 360 huevos y se rompen 45. ¿Qué tanto por ciento de los huevos se han roto?

$$\left. \begin{array}{r} \text{Nº TOTAL DE HUEVOS} \\ 360 \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{HUEVOS ROTOS} \\ 45 \\ x \end{array} \right\} \frac{360}{100} = \frac{45}{x} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 100}{360} = 12,5$$

Se han roto el 12,5% de los huevos.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 33** ■■■ Iván recibe un sueldo de 80 € semanales por ayudar en el negocio familiar en los ratos libres. A partir del mes que viene, su padre le subirá su asignación en un 20%, lo que le permitirá apuntarse a clases de guitarra que le cuestan 50 € mensuales. Calcula cuánto dinero le quedará disponible cada semana.

El sueldo semanal que va a recibir es el 120% del sueldo inicial:

$$120\% \text{ de } 80 = 1,20 \cdot 80 = 96 \text{ €}$$

El gasto en las clases de guitarra, por semana, es de $\frac{50}{4} = 12,5 \text{ €}$.

Así, el dinero disponible cada semana es de $96 - 12,5 = 83,5 \text{ €}$.

Cada semana le quedarán disponibles 83,5 €.

- 34** ■■■ En una tienda se anuncian rebajas del 35%. Una camisa cuesta 60 €; un pantalón, 72 €, y un jersey, 46 €. ¿Cuánto costarán después de la rebaja?

Una rebaja del 35% implica que se paga el 65% del precio del artículo. Por tanto, los precios después de la rebaja serán:

$$\text{Camisa} \rightarrow 0,65 \cdot 60 = 39 \text{ €}$$

$$\text{Pantalón} \rightarrow 0,65 \cdot 72 = 46,80 \text{ €}$$

$$\text{Jersey} \rightarrow 0,65 \cdot 46 = 29,90 \text{ €}$$

- 35** ■■■ Un especulador compra un terreno de 6 000 m² a 80 € el metro cuadrado. Un año después, vende 2 000 m² un 20% más caro, y seis meses más tarde vende el resto por un 25% más de lo que le costó. ¿Cuál ha sido la ganancia obtenida?

$$\text{Precio pagado por el terreno} = 6\,000 \cdot 80 = 480\,000 \text{ €}$$

Precio de venta:

$$\bullet \text{ 2 000 m}^2 \text{ un 20\% más caro} \rightarrow 1,20 \cdot 80 = 96 \text{ €/m}^2$$

$$\text{Venta de 2 000 m}^2: 2\,000 \cdot 96 = 192\,000 \text{ €}$$

$$\bullet \text{ 4 000 m}^2 \text{ un 25\% más caro} \rightarrow 1,25 \cdot 80 = 100 \text{ €/m}^2$$

$$\text{Venta de 4 000 m}^2: 4\,000 \cdot 100 = 400\,000 \text{ €}$$

$$\text{Dinero total conseguido por la venta: } 400\,000 + 192\,000 = 592\,000 \text{ €}$$

$$\text{Ganancia} = 592\,000 - 480\,000 = 112\,000 \text{ €}$$

La ganancia obtenida es de 112 000 €.

PÁGINA 77

- 36** ■■■ Una lavadora cuesta, sin IVA, 480 €. A ese precio hay que añadirle un 5% por entrega a domicilio. Calcula el precio final de la lavadora sabiendo que el IVA es del 12%.

$$\text{Precio inicial} = 480 \text{ €}$$

$$\text{Subida del 5\%} \rightarrow \text{I.V. es } 1,05$$

$$\text{IVA 12\%} \rightarrow \text{I.V. es } 1,12$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Precio inicial} = 480 \text{ €} \\ \text{Subida del 5\%} \rightarrow \text{I.V. es } 1,05 \\ \text{IVA 12\%} \rightarrow \text{I.V. es } 1,12 \end{array} \right\} \text{ Precio final} = 480 \cdot 1,05 \cdot 1,12 = 564,48 \text{ €}$$

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 37** ■■■ El precio de la vivienda subió un 8% hace dos años, un 15% el año pasado y un 10% durante este año. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida en los tres últimos años?

El índice de variación en los últimos tres años será:

$$1,08 \cdot 1,15 \cdot 1,1 = 1,3662 \rightarrow 1,3662 - 1 = 0,3662$$

El porcentaje de subida es 36,62%.

- 38** ■■■ El precio inicial de una enciclopedia era de 355 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 10%, subió un 16% y bajó un 25%.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Precio inicial} = 355 \\ \text{Subió un 10\%} \rightarrow \text{I.V.} = 1,10 \\ \text{Subió un 16\%} \rightarrow \text{I.V.} = 1,16 \\ \text{Bajó un 25\%} \rightarrow \text{I.V.} = 0,75 \end{array} \right\} \text{ Precio Actual} = 355 \cdot 1,10 \cdot 1,16 \cdot 0,75 = \\ = 339,74 \text{ €}$$

b) Índice de variación total = $1,10 \cdot 1,16 \cdot 0,75 = 0,957$

$1 - 0,957 = 0,043 \rightarrow$ La enciclopedia ha sufrido una bajada del 4,3%.

- 39** ■■■ Un GPS cuesta 556 €. Calcula el precio final después de subirlo un 15% y rebajarlo un 25%. ¿Cuál es el porcentaje de descuento final?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Precio inicial} = 556 \text{ €} \\ \text{Subida del 15\%} \rightarrow \text{I.V.} = 1,15 \\ \text{Rebaja del 25\%} \rightarrow \text{I.V.} = 0,75 \end{array} \right\} \text{ Precio final} = 556 \cdot 1,15 \cdot 0,75 = 479,55 \text{ €}$$

Índice de variación total = $1,15 \cdot 0,75 = 0,8625$

$1 - 0,8625 = 0,1375 \rightarrow$ El porcentaje de descuento final es del 13,75%.

Problemas de depósitos y préstamos

- 40** ■■■ Se depositan 15 000 € al 2,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden 10 000 € y se deposita todo en otro banco al 4%. ¿Cuánto dinero habrá al acabar el segundo año?

Dinero al finalizar el primer año = $15\,000 \cdot 1,025 = 15\,375 \text{ €}$

Añade otros 10 000 €: $15\,375 + 10\,000 = 25\,375 \text{ €}$

Se depositan en otro banco al 4% durante otro año:

$$25\,375 \cdot 1,04 = 26\,390 \text{ €}.$$

Al acabar el segundo año habrá 26 390 €.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 41** ■■■ ¿En cuánto se transforman 20 600 € durante 3 años al 6% anual si los periodos de capitalización son mensuales?

6% anual significa 0,5% mensual ($6 : 12 = 0,5$)

En 3 años hay 36 meses.

Por tanto:

$$\text{Capital final} = 20\,600 \cdot 1,005^{36} = 24\,651,62 \text{ €}$$

- 42** ■■■ Un padre de familia gana en la lotería un premio de 24 000 €, y pacta con el banco mantener el dinero en una cuenta durante cinco años, cobrando los beneficios cada año. A cambio, el banco le dará un interés del 6% anual. ¿Qué beneficio obtiene anualmente? ¿Y en los cinco años que dura el acuerdo?

Dado que los beneficios los retira anualmente, el interés que pacta con el banco es simple.

- Beneficio que obtiene en 1 año:

$$6\% \text{ de } 24\,000 = \frac{6 \cdot 24\,000}{100} = 1\,440 \text{ €}$$

- Beneficio que obtiene en 5 años:

$$5 \cdot 1\,440 = 7\,200 \text{ €}$$

En 1 año obtiene un beneficio de 1 440 €, y en 5 años, 7 200 €.

- 43** ■■■ Un inversor coloca 200 000 € al 5% de interés compuesto durante un periodo de 4 años. ¿A cuánto ascenderá su capital al final de dicho periodo?

Los beneficios se suman al capital, el cual se incrementa un 5% cada año.

$$\text{Capital final} = 200\,000 \cdot 1,05^4 = 243\,101,25$$

Al cabo de 4 años, el capital final será de 243 101,25 €.

- 44** ■■■ Rosa coloca 6 000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios obtenidos por cada una?

Rosa negocia su capital bajo un interés simple:

$$\left. \begin{array}{l} C = 6\,000 \text{ €} \\ r = 4 \\ t = 4 \end{array} \right\} \text{Beneficio} \rightarrow I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{6\,000 \cdot 4 \cdot 4}{100} = 960 \text{ €}$$

María negocia su capital bajo un interés compuesto:

$$\text{Capital final} = 6\,000 \cdot 1,04^4 = 7\,019,15 \text{ €}$$

$$\text{María gana } 7\,019,15 - 6\,000 = 1\,019,15 \text{ €}$$

María obtiene $1\,019,15 - 960 = 59,15 \text{ €}$ más de beneficio que Rosa.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 45** ■■■ Tengo en el banco 28 500 € colocados al 4,25% anual. Al terminar el año, añado los intereses a lo que tenía y lo dejo en el banco con las mismas condiciones. ¿Qué cantidad de dinero podré retirar al cabo del año? ¿Y cinco años después?

Cada año, el capital aumenta un 4,25%, es decir, se multiplica por 1,0425.

Al cabo del año, el capital obtenido será $28\,500 \cdot 1,0425 = 29\,711,25$ €.

En cinco años tendrá $28\,500 \cdot 1,0425^5 = 35\,093,38$ €.

PIENSA Y RESUELVE

- 46** ■■■ Un mayorista compra, sobre el terreno, 2 000 kilos de naranjas a 0,54 €/kg, y tres días después, otros 3 000 kilos a 0,63 €/kg. Posteriormente, vende todas las naranjas a 0,84 €/kg. ¿Cuánto gana en cada kilo por término medio? ¿Cuánto gana en total?

Calculamos el precio del kilo de naranjas en el momento de la compra:

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE
NARANJAS CALIDAD INFERIOR	2 000	0,54	1 080
NARANJAS CALIDAD SUPERIOR	3 000	0,63	1 890
TOTAL	5 000		2 970

$$\text{Precio mezcla} = \frac{\text{Coste}}{\text{kilos}} = \frac{2\,970}{5\,000} = 0,594 \text{ €/kg}$$

Las vende a 0,84 €/kg, luego en cada kilo gana:

$$0,84 - 0,594 = 0,246 \text{ €}$$

En total gana $0,246 \cdot 5\,000 = 1\,230$ €.

- 47** ■■■ En una granja de avestruces, cada animal consume, por término medio, 800 gramos de pienso al día. ¿Cuál será el presupuesto para alimentar a 80 avestruces, durante tres meses (90 días), si el kilo de pienso cuesta 1,03 €?

Estamos ante un problema de proporcionalidad compuesta: el número de avestruces y de días para alimentarlos son directamente proporcionales al presupuesto:

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{P. DIRECTA} & \\
 & \swarrow \quad \searrow & \\
 \text{N}^\circ \text{ DE AVESTRUCES} & \text{N}^\circ \text{ DE DÍAS} & \text{PRESUPUESTO (€)} \\
 \left. \begin{array}{ccc}
 1 & 1 & 0,8 \cdot 1,03 \\
 80 & 90 & x
 \end{array} \right\} \frac{1 \cdot 1}{80 \cdot 90} = \\
 = \frac{0,8 \cdot 1,03}{x} \rightarrow \frac{1}{7\,200} = \frac{0,8 \cdot 1,03}{x} \rightarrow x = 7\,200 \cdot 0,8 \cdot 1,03 = 5\,932,8
 \end{array}$$

El presupuesto para alimentar a 80 avestruces durante tres meses es de 5 932,8 €.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

48 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

49 ■■■ Se mezclan 300 kg de pintura de 30 € el kilo con 200 kg de otra pintura más barata. De esta forma, la mezcla sale a 24 € el kilo. ¿Cuál es el precio de la pintura barata?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
PINTURA BARATA	200	?	?
PINTURA CARA	300	30	9 000
MEZCLA	500	24	12 000

Para que el coste de la mezcla sea de 12 000 €, el coste de la pintura barata ha de ser $12\,000 - 9\,000 = 3\,000$ €.

El precio por kilo de la pintura barata será: $\frac{\text{Coste}}{\text{kilos}} = \frac{3\,000}{200} = 15$ €

15 €/kg cuesta la pintura barata.

50 ■■■ Se funde un lingote de medio kilo con un 77% de oro con otro lingote que pesa 1,3 kg obteniéndose un lingote con un 90% de oro. ¿Qué proporción de oro tiene el segundo lingote?

Situamos los datos en una tabla y razonamos sobre ella:

	PESO (kg)	PORCENTAJE ORO	PESO DE ORO (kg)
LINGOTE 1	0,5	77%	$0,5 \cdot 0,77 = 0,385$
LINGOTE 2	1,3		
MEZCLA	1,8	90%	$1,8 \cdot 0,90 = 1,62$

De la tabla se deduce que el peso de oro del 2º lingote es $1,62 - 0,385 = 1,235$ kg.

Por tanto:

$$\text{Proporción de oro del 2º lingote} = \frac{\text{Cantidad de oro}}{\text{Cantidad total}} = \frac{1,235}{1,3} = 0,95$$

El segundo lingote tiene el 95% de oro.

PÁGINA 78

51 ■■■ ¿En cuánto se convierte un capital de 1 000 euros colocados al 0,003% mensual, durante 5 meses?

Suponemos que, mensualmente, los beneficios obtenidos se suman al capital, que se incrementa un 0,003% al mes.

$$\left. \begin{array}{l} C = 1\,000 \text{ €} \\ t = 5 \end{array} \right\} \text{Capital final} = 1\,000 \cdot 1,00003^5 = 1\,000,15 \text{ €}$$

El capital de 1 000 € se convierte en 1 000,15 €.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 52** ■■■ De una plancha de acero se ha cortado una porción rectangular de 70 cm de longitud y 60 cm de anchura. Ahora deseamos cortar una nueva porción de 40 cm de anchura y que tenga el mismo peso que la primera. ¿Cuál será el largo de esta nueva porción?

Para que las dos planchas tengan el mismo peso, la longitud y la anchura han de ser magnitudes inversamente proporcionales (a menos anchura, más longitud):

$$\begin{array}{c} \text{P. INVERSA} \\ \left. \begin{array}{cc} \text{ANCHO (cm)} & \text{LARGO (cm)} \\ \hline 60 & 70 \\ 40 & x \end{array} \right\} \frac{60}{40} = \frac{x}{70} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 70}{40} = 105 \end{array}$$

El largo de la nueva porción será de 105 cm.

- 53** ■■■ En una carrera ciclista, la primera semana abandonan el 20% de los corredores, y en la segunda, el 40% de los que quedaban. ¿Qué porcentaje de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana?

En la primera semana abandonan la carrera el 20% \rightarrow quedan el 80%

En la segunda semana abandonan el 40% del 80% de los participantes:

$$40\% \text{ de } 80\% = \frac{40}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{32}{100} = 32\% \text{ abandonan}$$

$$\text{Quedan: } 80\% - 32\% = 48\%$$

El 48% de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana.

- 54** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 55** ■■■ Ignacio ha pagado 63 € por una camisa que estaba rebajada un 10%. ¿Cuánto costaba la camisa antes de la rebaja?

Llamamos x al precio inicial de la camisa.

Si está rebajada el 10%, se paga el 90% del precio inicial:

$$90\% \text{ de } x = 63 \rightarrow 0,9 \cdot x = 63 \rightarrow x = 63 : 0,9 = 70$$

La camisa costaba 70 € antes de la rebaja.

- 56** ■■■ El 72% de las fichas de un club deportivo pertenecen a jóvenes menores de veinte años. ¿Cuántos socios tiene el club, sabiendo que los menores de veinte años son 108?

Llamamos x al número de socios del club.

$$72\% \text{ de } x = 108 \rightarrow 0,72 \cdot x = 108 \rightarrow x = 108 : 0,72 = 150$$

El club tiene 150 socios.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 57** ■■■ Repartir 720 € entre tres socios de un negocio, sabiendo que el primero puso el triple que el segundo, y este, el doble que el tercero.

El tercer socio puso una cantidad C .

El segundo socio puso $2C$.

El primer socio puso el triple de $2C$, es decir, $6C$.

Nº total de cantidades iguales puestas = $6 + 2 + 1 = 9$.

El dinero que corresponde a cada cantidad es $720 : 9 = 80$ €.

El reparto será:

$$1^{\text{er}} \text{ socio: } 6 \cdot 80 \text{ €} = 480 \text{ €}$$

$$2^{\text{o}} \text{ socio: } 2 \cdot 80 \text{ €} = 160 \text{ €}$$

$$3^{\text{er}} \text{ socio: } 1 \cdot 80 \text{ €} = 80 \text{ €}$$

- 58** ■■■ Calcula el interés que produce un capital de 40 000 €, colocados al 3,25% anual durante:

a) Un año. b) Un mes. c) Cinco meses.

a) UN AÑO

$$3,25\% \text{ de } 40\,000 = \frac{3,25 \cdot 40\,000}{100} = 1\,300 \text{ €}$$

El interés que se produce es de 1 300 €.

b) UN MES

Si en 1 año se producen 1 300 € de interés, en 1 mes serán:

$$1\,300 : 12 = 108,33 \text{ €}$$

c) CINCO MESES

Si en 1 mes se producen 108,33 € de interés, en 5 meses serán:

$$108,33 \cdot 5 = 541,67 \text{ €}$$

- 59** ■■■ El 34% de los asistentes a un congreso sobre la paz son europeos; el 18%, africanos; el 32%, americanos; y el resto, asiáticos. Sabiendo que hay 51 europeos, ¿cuántos hay de cada uno de los demás continentes?

Llamamos x al número de asistentes al congreso.

$$34\% \text{ de } x = 51 \rightarrow 0,34 \cdot x = 51 \rightarrow x = 51 : 0,34 = 150$$

El número total de asistentes es de 150 personas.

Calculamos el número de africanos, americanos y asiáticos que hay:

$$\text{Africanos} \rightarrow 18\% \text{ de } 150 = 0,18 \cdot 150 = 27$$

$$\text{Americanos} \rightarrow 32\% \text{ de } 150 = 0,32 \cdot 150 = 48$$

$$\text{Asiáticos} \rightarrow 150 - 27 - 48 - 51 = 24$$

Hay 27 africanos, 48 americanos y 24 asiáticos.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

60 ■■■ Un automóvil ha viajado a 90 km/h durante 20 minutos y a 120 km/h durante los 10 minutos siguientes.

¿Cuál ha sido la velocidad media durante ese espacio de tiempo?

Calculamos el espacio que ha recorrido en cada periodo:

- Durante 20 minutos la velocidad ha sido de 90 km/h. El espacio que ha recorrido es de $\frac{90}{3} = 30$ km (20 minutos es la tercera parte de 1 hora).
- Durante 10 minutos la velocidad ha sido de 120 km/h. En este tiempo ha recorrido $\frac{120}{6} = 20$ km (10 minutos es la sexta parte de 1 hora).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Espacio total recorrido} = 30 + 20 = 50 \text{ km} \\ \text{Tiempo invertido} = 20 + 10 = 30 \text{ min} = 0,5 \text{ h} \end{array} \right\} \text{velocidad} = \frac{50}{0,5} = 100$$

La velocidad media ha sido de 100 km/h.

61 ■■■ Una pareja, al pactar la compra de un piso, acuerda abonar como señal un 5% del precio, un segundo pago del 65% a la firma de las escrituras, y el resto en 12 mensualidades de 7 000 euros cada una. ¿Cuál es el precio del piso?

Señal \rightarrow 5% del precio del piso

Firma de escrituras \rightarrow 65% del precio del piso

Resto $\rightarrow 12 \cdot 7\,000 = 84\,000$ €, que corresponde al 30% del valor del piso.

Llamando x al precio del piso:

$$\begin{aligned} 30\% \text{ de } x = 84\,000 &\rightarrow 0,3 \cdot x = 84\,000 \rightarrow x = 84\,000 : 0,3 \rightarrow \\ &\rightarrow x = 280\,000 \end{aligned}$$

El precio del piso es de 280 000 €.

62 ■■■ Un sastre ha cobrado 398 € por un traje en el que ha invertido 4 metros de tela y 10 horas de trabajo. Sabiendo que valora su trabajo a razón de 19 € la hora, ¿cuánto cobrará por otro traje para el que ha necesitado 3,5 metros de tela y 12 horas de trabajo?

De los 398 € cobrados por la confección de un traje, se tiene que:

Coste por el trabajo: $10 \text{ h} \cdot 19 \text{ €/h} = 190 \text{ €}$

Precio de 4 m de tela: $398 - 190 = 208 \text{ €}$

Precio de 1 m de tela: $208 \text{ €} : 4 \text{ m} = 52 \text{ €/m}$

Por un traje de 3,5 m de tela y 12 horas de trabajo cobrará:

$$\left. \begin{array}{l} 12 \cdot 19 = 228 \text{ €} \\ 3,5 \cdot 52 = 182 \text{ €} \end{array} \right\} \text{Total} = 228 + 182 = 410$$

Cobrá por el traje 410 €.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 63** ■■■ Un comerciante adquirió el mes pasado 210 carretes de hilo por cierta cantidad de dinero. ¿Cuántos adquirirá este mes, con el mismo gasto, sabiendo que han subido un 5%?

Llamamos x al número de carretes que adquirirá este mes.

El precio por carrete ha subido un 5%:

$$1,05 \text{ de } x = 210 \rightarrow x = 210 : 1,05 = 200$$

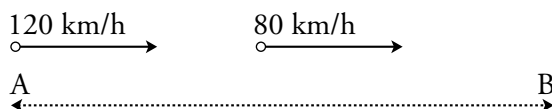
Podrá adquirir 200 carretes de hilo.

- 64** ■■■ Vicente ha pagado 405 € por una lavadora por la que le han cobrado un 12% de IVA, y le han rebajado un 25%. ¿Cuánto costaba inicialmente la lavadora sin IVA?

$$\left. \begin{array}{l} P_{\text{FINAL}} = 4,05 \\ \text{IVA del 12\%} \rightarrow \text{I.V.} = 1,12 \\ \text{Rebaja del 25\%} \rightarrow \text{I.V.} = 0,75 \end{array} \right\} P_{\text{FINAL}} = P_{\text{INICIAL}} \cdot 1,12 \cdot 0,75$$

$$405 = P_{\text{FINAL}} \cdot 0,84 \rightarrow P_{\text{FINAL}} = \frac{405}{0,84} = 482,14 \text{ €}$$

- 65** ■■■ Un camión sale de A hacia B a 80 km/h. Un cuarto de hora después sale un coche, en la misma dirección, a 120 km/h, llegando ambos a B simultáneamente. ¿Cuál es la distancia entre A y B?



Ambos vehículos se aproximan a una velocidad de $120 - 80 = 40$ km/h.

- Calculamos la distancia que lleva recorrida el camión cuando el coche sale:

En 1 h recorre 80 km.

En $\frac{1}{4}$ h recorre $\frac{80}{4} = 20$ km.

- El tiempo en recorrer los 20 km que les separan, a una velocidad de 40 km/h es:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{20}{40} = 0,5 \text{ h}$$

El coche y el camión tardan media hora en encontrarse, momento que se produce al final del trayecto. Por tanto, el coche tarda 0,5 h en llegar a B a una velocidad de 120 km/h. Así, la distancia de A a B será de:

$$e = 0,5 \text{ h} \cdot 120 \text{ km/h} = 60 \text{ km}$$

La distancia entre A y B es de 60 km.

- 66** ■■■ En un examen de Matemáticas han aprobado 22 alumnos, lo que supone el 88% del total de la clase. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Llamamos x al número de alumnos de la clase.

$$88\% \text{ de } x = 22 \rightarrow 0,88 \cdot x = 22 \rightarrow x = 22 : 0,88 = 25$$

En la clase hay 25 alumnos.

4 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 67** ■■■ Pablo invierte en un banco 48 000 € al 4% anual y percibe al cabo de un tiempo 53 760 €. Calcula cuántos años duró la inversión, sabiendo que cada año iba retirando los intereses dados.

$$48\,000 \text{ € al } 4\% \text{ anual } \xrightarrow{t \text{ años}} 53\,760 \text{ €}$$

48 000 € al 4% anual en 1 año se obtiene $\rightarrow 48\,000 \cdot 1,04 = 49\,920 \text{ €}$, es decir, $49\,920 - 48\,000 = 1\,920 \text{ €}$ de intereses.

En t años, se han obtenido $53\,760 - 48\,000 = 5\,760 \text{ €}$ de intereses.

$$\frac{5\,760}{1\,920} = 3 \text{ años} \Rightarrow \text{La inversión duró 3 años.}$$

- 68** ■■■ Un grifo con un caudal de 45 l/h llena un depósito en 8 horas. ¿Cuál debería ser el caudal para llenar la mitad del depósito en 6 horas?

El grifo en 1 hora arroja 45 l \rightarrow En 8 horas arrojará $45 \cdot 8 = 360 \text{ l}$.

La mitad del depósito será $\frac{360 \text{ l}}{2} = 180 \text{ l}$; si se quiere llenar en 6 horas, el caudal será:

$$\frac{180 \text{ l}}{6 \text{ h}} = 30 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

- 69** ■■■ Un comerciante pide una prórroga de dos meses en el pago de una letra de 2 000 €, con unos intereses de demora del 16% anual. ¿Cuánto le cuesta la prórroga?

Si la prórroga fuera de un año, tendría que pagar como intereses de demora el 16% de 2 000:

$$16\% \text{ de } 2\,000 = \frac{16 \cdot 2\,000}{100} = 320 \text{ €}$$

Como solo pide una prórroga de 2 meses (sexta parte del año), deberá pagar unos intereses de $320 : 6 = 53,33 \text{ €}$.

La prórroga le cuesta 53,33 €.