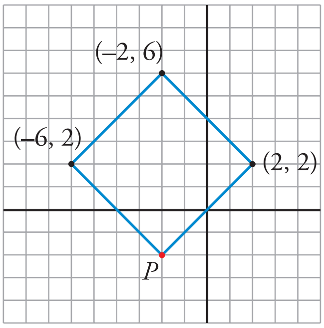
8 Soluciones a los ejercicios y problemas

PÁGINA 180

PRACTICA

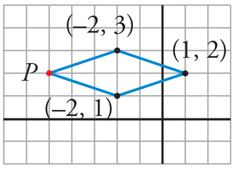
Puntos

1 □□□ **Si los puntos (–6, 2), (–2, 6) y (2, 2) son vértices de un cuadrado, ¿cuál es el cuarto vértice?**



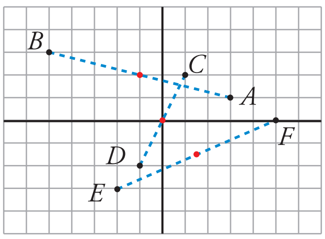
$P(-2, 2)$

2 □□□ **Los puntos (–2, 3), (1, 2) y (–2, 1) son vértices de un rombo. ¿Cuáles son las coordenadas del cuarto vértice?**



$P(-5, 2)$

3 □□□ **Representa los puntos $A(3, 1)$, $B(-5, 3)$, $C(1, 2)$, $D(-1, -2)$, $E(-2, -3)$, $F(5, 0)$ y halla las coordenadas del punto medio de los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ y $\overline{EF}$.**

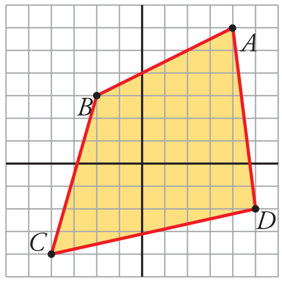


$$M_{AB} = \left(\frac{3-5}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (-1, 2)$$

$$M_{CD} = \left(\frac{1-1}{2}, \frac{2-2}{2}\right) = (0, 0)$$

$$M_{EF} = \left(\frac{-2+5}{2}, \frac{-3+0}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$

4 **Calcula las coordenadas de los puntos medios de los lados y de las diagonales del cuadrilátero *ABCD*.**



$$A(4, 6),\ B(-2, 3),\ C(-4, -4),\ D(5, -2)$$

$$M_{AB} = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+6}{2}\right) = \left(1, \frac{9}{2}\right) \qquad M_{BC} = \left(\frac{-2-4}{2}, \frac{3-4}{2}\right) = \left(-3, -\frac{1}{2}\right)$$

$$M_{CD} = \left(\frac{-4+5}{2}, \frac{-4-2}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, -3\right) \qquad M_{AD} = \left(\frac{5+4}{2}, \frac{6-2}{2}\right) = \left(\frac{9}{2}, 2\right)$$

$$M_{AC} = \left(\frac{4-4}{2}, \frac{6-4}{2}\right) = (0, 1) \qquad M_{BD} = \left(\frac{-2+5}{2}, \frac{3-2}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

5 **Halla, en cada caso, el punto simétrico de $A(-3, -5)$ respecto de:**

a) *P*(–2, 0) **b) *Q*(2, –3)** **c) *O*(0, 0)**

a) $\left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-5+y}{2}\right) = (-2, 0);\ \left.\begin{cases} \frac{-3+x}{2} = -2 \ \rightarrow\ x = -1 \\ \frac{-5+y}{2} = 0 \ \rightarrow\ y = 5 \end{cases}\right\}\ A'(-1, 5)$

b) $\left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-5+y}{2}\right) = (2, -3);\ \left.\begin{cases} \frac{-3+x}{2} = 2 \ \rightarrow\ x = 7 \\ \frac{-5+y}{2} = -3 \ \rightarrow\ y = -1 \end{cases}\right\}\ A'(7, -1)$

c) $\left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-5+y}{2}\right) = (0, 0);\ \left.\begin{cases} \frac{-3+x}{2} = 0 \ \rightarrow\ x = 3 \\ \frac{-5+y}{2} = 0 \ \rightarrow\ y = 5 \end{cases}\right\}\ A'(3, 5)$

6 **Si $M(-3, 5)$ es el punto medio del segmento *AB*, halla el punto *B* en cada uno de los siguientes casos:**

a) *A*(–1, 5) **b) *A*(6, –4)** **c) *A*(–4, –7)**

a) $\left(\frac{-1+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right) = (-3, 5) \ \rightarrow\ x = -5;\ y = 5 \ \rightarrow\ B(-5, 5)$

b) $\left(\frac{6+x}{2}, \frac{-4+y}{2}\right) = (-3, 5) \ \rightarrow\ x = -12;\ y = 14 \ \rightarrow\ B(-12, 14)$

c) $\left(\frac{-4+x}{2}, \frac{-7+y}{2}\right) = (-3, 5) \ \rightarrow\ x = -2;\ y = 17 \ \rightarrow\ B(-2, 17)$

7 □□□ **Los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ tienen el mismo punto medio. Halla las coordenadas del punto D, sabiendo que $A(-2, 3)$, $B(-3, -1)$, $C(4, -2)$.**

$$M_{AC} = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3-2}{2}\right) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$$

$$M_{BD} = \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-1+y}{2}\right) = \left(1, \frac{1}{2}\right) \quad \left.\begin{cases} \dfrac{-3+x}{2} = 1 \ \rightarrow\ x = 5 \\ \dfrac{-1+y}{2} = \dfrac{1}{2} \ \rightarrow\ y = 2 \end{cases}\right\} D(5, 2)$$

8 □□□ **Comprueba, en cada caso, que los puntos dados están alineados:**

a) $A(1, 2)$, $B(4, 3)$, $C(19, 8)$ b) $P(-2, -3)$, $Q(2, 0)$, $R(-26, -21)$

a) $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \dfrac{y_3-y_2}{x_3-x_2} \ \rightarrow\ \dfrac{3-2}{4-1} = \dfrac{8-3}{19-4} \ \rightarrow\ \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{15}$ Cierto.

b) $\dfrac{0+3}{2+2} = \dfrac{-21-0}{-26-2} \ \rightarrow\ \dfrac{3}{4} = \dfrac{21}{28}$ Cierto.

9 □□□ **Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:**

a) $A(-1, 3)$, $B\left(-\dfrac{5}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$, $C(-4, -2)$ b) $A(1, 0)$, $B(-3, -2)$, $C(5, 2)$

a) $\dfrac{1/2-3}{-5/2+1} = \dfrac{-2-1/2}{-4+5/2} \ \rightarrow\ \dfrac{5}{3} = \dfrac{5}{3}$ Sí están alineados.

b) $\dfrac{-2-0}{-3-1} = \dfrac{2+2}{5+3} \ \rightarrow\ \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{4}{8}$ Sí están alineados.

10 □□□ **Calcula m para que los puntos $R(5, -2)$, $S(-1, 1)$ y $T(2, m)$ estén alineados.**

$$\frac{-2-1}{5+1} = \frac{m-1}{2+1} \ \rightarrow\ \frac{-1}{2} = \frac{m-1}{3} \ \rightarrow\ m = -\frac{3}{2} + 1 \ \rightarrow\ m = -\frac{1}{2}$$

Rectas

11 □□□ **Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados:**

a) $A(-1, 0)$, $B(0, 3)$ b) $A(0, -2)$, $B(5, -2)$ c) $A(-2, 3)$, $B(4, -1)$

a) $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1} = \dfrac{x-x_1}{x_2-x_1} \ \rightarrow\ \dfrac{y-0}{3-0} = \dfrac{x+1}{0+1} \ \rightarrow\ y = 3x + 3$

b) $\dfrac{y+2}{-2+2} = \dfrac{x-0}{5-0} \ \rightarrow\ \dfrac{y+2}{0} = \dfrac{x}{5} \ \rightarrow\ y + 2 = 0 \ \rightarrow\ y = -2$

c) $\dfrac{y-3}{-1-3} = \dfrac{x+2}{4+2} \ \rightarrow\ 6(y-3) = -4(x+2) \ \rightarrow\ 6y - 18 = -4x - 8 \ \rightarrow$

$\rightarrow\ 4x + 6y - 10 = 0 \ \rightarrow\ 2x + 3y - 5 = 0$

12 □□□ **Escribe la ecuación de las siguientes rectas:**

a) Pasa por (–4, 2) y su pendiente es $\frac{1}{2}$.

b) Pasa por (1, 3) y su pendiente es –2.

c) Pasa por (5, –1) y su pendiente es 0.

a) $y = 2 + \frac{1}{2}(x + 4)$

b) $y = 3 - 2(x - 1)$

c) $y = -1 + 0(x - 5) \rightarrow y = -1$

13 □□□ **Halla la ecuación de las siguientes rectas:**

a) Paralela a $y = -2x + 3$ y pasa por (4, 5).

b) Paralela a $2x - 4y + 3 = 0$ y pasa por (4, 0).

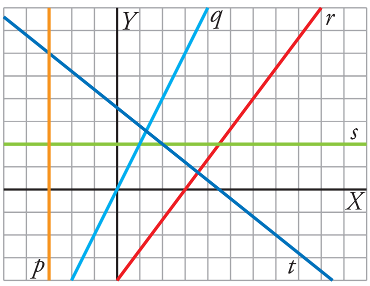
c) Paralela a $3x + 2y - 6 = 0$ y pasa por (0, –3).

a) $m = -2;\ y = 5 - 2(x - 4)$

b) $m = \frac{1}{2};\ y = 0 + \frac{1}{2}(x - 4) \rightarrow y = \frac{1}{2}(x - 4)$

c) $m = -\frac{3}{2};\ y = -3 - \frac{3}{2}(x - 0) \rightarrow y = -3 - \frac{3}{2}x$

14 □□□ **Escribe la ecuación de las rectas *p*, *q*, *r*, *s* y *t*.**



r: (0, –4) y (3, 0)

$$\frac{y + 4}{0 + 4} = \frac{x - 0}{3 - 0} \rightarrow 3y + 12 = 4x \rightarrow 4x - 3y - 12 = 0$$

s: $y = 2$

t: (2, 2) y (–3, 6)

$$\frac{y - 2}{6 - 2} = \frac{x - 2}{-3 - 2} \rightarrow -5y + 10 = 4x - 4 \rightarrow 4x + 5y - 14 = 0$$

p: $x = -3$

q: (0, 0) y (2, 4)

$$\frac{y - 0}{4 - 0} = \frac{x - 0}{2 - 0} \rightarrow 2y = 4x \rightarrow y = 2x$$

15 □□□ **Escribe la ecuación de la recta perpendicular a r y que pasa por el punto P en los siguientes casos:**

a) $r: y = -2x + 3;\ \ P(-3, 2)$

b) $r: 3x - 2y + 1 = 0;\ \ P(4, -1)$

c) $r: x = 3;\ \ P(0, 4)$

a) $m = \frac{1}{2};\ y = 2 + \frac{1}{2}(x + 3)$

b) $m = -\frac{2}{3};\ y = -1 - \frac{2}{3}(x - 4)$

c) $y = 4$

16 □□□ **Comprueba si los puntos $A(18, 15)$ y $B(-43, -5)$ pertenecen a la recta $x - 3y + 27 = 0$.**

$A:\ 18 - 3 \cdot 15 + 27 = 0 \ \rightarrow\ A \in r$

$B:\ -43 - 3 \cdot (-5) + 27 \neq 0 \ \rightarrow\ B \notin r$

17 □□□ **Dados los puntos $A(-3, 2)$ y $B(5, 0)$, halla las ecuaciones de las rectas siguientes:**

r: pasa por A y es perpendicular a $\overline{AB}$.

s: pasa por B y es perpendicular a $\overline{AB}$.

$m_{AB} = \frac{0 - 2}{5 + 3} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$

r: pendiente $= 4;\ y = 2 + 4(x + 3) \ \rightarrow\ y = 4x + 14$

s: pendiente $= 4;\ y = 0 + 4(x - 5) \ \rightarrow\ y = 4x - 20$

18 □□□ **Calcula n y m para que las rectas**

$$r: 3x + my - 8 = 0 \qquad\qquad s: nx - 2y + 3 = 0$$

se corten en el punto $P(1, 5)$.

$r:\ 3x + my - 8 = 0 \ \rightarrow\ 3 \cdot 1 + m \cdot 5 - 8 = 0 \ \rightarrow\ m = 1$

$s:\ nx - 2y + 3 = 0 \ \rightarrow\ n \cdot 1 - 10 + 3 = 0 \ \rightarrow\ n = 7$

PÁGINA 181

19 □□□ **Halla el punto de intersección de las rectas r y s en los casos siguientes:**

a) $\begin{cases} r: 3x - 5y + 17 = 0 \\ s: 7x + 3y - 63 = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} r: 3x + 6 = 0 \\ s: 2y - 5 = 0 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = -17 \\ 7x + 3y = 63 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{r} 9x - 15y = -51 \\ 35x + 15y = 315 \\ \hline 44x \qquad = 264 \end{array} \rightarrow x = 6$

$7 \cdot 6 + 3y = 63 \rightarrow 3y = 21 \rightarrow y = 7$

r y s se cortan en el punto $P(6, 7)$.

b) $\left.\begin{array}{l} x = -2 \\ y = 5/2 \end{array}\right\} \; P\left(-2, \dfrac{5}{2}\right)$

20 **Estudia la posición relativa de las rectas:**

r: $3x - 5y + 15 = 0$ y s: pasa por $(-2, -3)$ y $(8, 3)$

r: $3x - 5y + 15 = 0$

s: $m = \dfrac{3+3}{8+2} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$; $y = -3 + \dfrac{3}{5}(x + 2) \rightarrow$

$\rightarrow 5y = -15 + 3x + 6 \rightarrow 3x - 5y - 9 = 0$

Las rectas r y s son paralelas.

21 **Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:**

a) $\begin{cases} r: 2x - 5y + 3 = 0 \\ s: P(3, 1),\; Q(-2, 3) \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} r: 5x - 4y + 8 = 0 \\ s: A(4, 7),\; B(0, 2) \end{cases}$

a) • s: $P(3, 1)$, $Q(-2, 3)$

$m = \dfrac{3-1}{-2-3} = \dfrac{2}{-5} = -\dfrac{2}{5}$

$y = 1 - \dfrac{2}{5}(x - 3) \rightarrow 5y = 5 - 2x + 6 \rightarrow 2x + 5y - 11 = 0$

• $\begin{array}{l} r: \; 2x - 5y + 3 = 0 \\ s: \; 2x + 5y - 11 = 0 \\ \hline \quad\; 4x \qquad - 8 = 0 \end{array} \rightarrow x = 2$

$2 \cdot 2 - 5y + 3 = 0 \rightarrow 5y = 7 \rightarrow y = \dfrac{7}{5}$

r y s se cortan en el punto $\left(2, \dfrac{7}{5}\right)$.

b) • s: $A(4, 7)$, $B(0, 2)$

$m = \dfrac{2-7}{-4} = \dfrac{5}{4}$; $y = 2 + \dfrac{5}{4}(x - 0) \rightarrow y = 2 + \dfrac{5}{4}x \rightarrow$

$\rightarrow 4y = 8 + 5x \rightarrow 5x - 4y + 8 = 0$

r: $5x - 4y + 8 = 0$

r y s son la misma recta.

22 □□□ **Halla la ecuación de la recta perpendicular a $\overline{AB}$ en su punto medio, siendo $A(-5, 3)$ y $B(2, 7)$.**

$A(-5, 3),\ B(2, 7) \rightarrow m = \frac{7-3}{2+5} = \frac{4}{7};\ m' = -\frac{7}{4}$

$M_{AB} = \left(\frac{-5+2}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 5\right)$

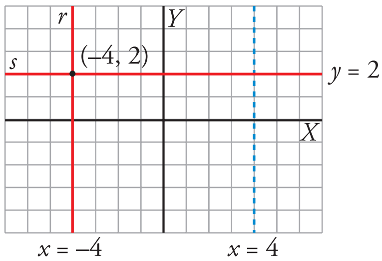
$y = 5 - \frac{7}{4}\left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow y = 5 - \frac{7}{4}x - \frac{21}{8} \rightarrow 8y = 40 - 14x - 21 \rightarrow 14x + 8y - 19 = 0$

23 □□□ **Las rectas r y s pasan por el punto $(-4, 2)$; r es paralela a $3x - 12 = 0$ y s es perpendicular a ella. Representa r y s y halla su ecuación.**

$3x - 12 = 0 \rightarrow x = 4$

Paralela a $x = 4$ que pasa por $(-4, 2) \rightarrow r\!: x = -4$

Perpendicular a $x = 4$ que pasa por $(-4, 2) \rightarrow s\!: y = 2$



24 □□□ **La recta r es paralela a $5x - 4y + 3 = 0$, y la recta s es perpendicular a ellas. Ambas pasan por el punto (1, 3). Escribe las ecuaciones de las rectas r y s.**

$5x - 4y + 3 = 0 \rightarrow m = \frac{5}{4}$

r es la recta de pendiente $\frac{5}{4}$ que pasa por $(1, 3)$:

$r\!: y = 3 + \frac{5}{4}(x - 1) \rightarrow 4y = 12 + 5x - 5 \rightarrow 5x - 4y + 7 = 0$

s es la recta de pendiente $-\frac{4}{5}$ que pasa por $(1, 3)$:

$s\!: y = 3 - \frac{4}{5}(x - 1) \rightarrow 5y = 15 - 4x + 4 \rightarrow 4x + 5y - 19 = 0$

Distancias y circunferencia

25 □□□ **Calcula la distancia entre P y Q:**

a) $P(3, 5),\ Q(3, -7)$

b) $P(-8, 3),\ Q(-6, 1)$

c) $P(0, -3),\ Q(-5, 1)$

d) $P(-3, 0),\ Q(15, 0)$

a) $d = \sqrt{(3-3)^2 + (5+7)^2} = \sqrt{12^2} = 12$

b) $d = \sqrt{(-8+6)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

c) $d = \sqrt{5^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$

d) $d = \sqrt{(-3-15)^2 + 0^2} = 18$

26 □□□ **a) Halla el punto medio del segmento de extremos $A(-2, 0)$, $B(6, 4)$.**

b) Comprueba que la distancia del punto medio a cada uno de los extremos es la misma.

a) $M\left(\dfrac{-2+6}{2}, \dfrac{0+4}{2}\right) = (2, 2)$

b) $A(-2, 0) \rightarrow \overline{AM} = \sqrt{(-2-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

$B(6, 4) \rightarrow \overline{MB} = \sqrt{(6-2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

27 □□□ **Comprueba que el triángulo de vértices $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(7, 4)$ es isósceles. ¿Cuáles son los lados iguales?**

$$\left.\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(-1-3)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \\ \overline{AC} &= \sqrt{(-1-7)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} \\ \overline{BC} &= \sqrt{(7-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \end{aligned}\right\} \overline{AB} = \overline{BC}$$

28 □□□ **Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que el triángulo de vértices $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 6)$ es rectángulo.**

$\overline{AB} = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

$\overline{AC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$

$\overline{BC} = \sqrt{(3-1)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

$\sqrt{58}^2 = \sqrt{29}^2 + \sqrt{29}^2$

29 □□□ **Escribe la ecuación de la circunferencia de centro C y radio r:**

a) $C(4, -3)$, $r = 3$ **b) $C(0, 5)$, $r = 6$**

c) $C(6, 0)$, $r = 2$ **d) $C(0, 0)$, $r = 5$**

a) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 9$ b) $x^2 + (y-5)^2 = 36$

c) $(x-6)^2 + y^2 = 4$ d) $x^2 + y^2 = 25$

30 □□□ **Di cuál es el centro y el radio de las circunferencias siguientes:**

a) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ **b) $(x+1)^2 + y^2 = 81$** **c) $x^2 + y^2 = 10$**

a) $C(2, -3)$; $r = 4$ b) $C(-1, 0)$; $r = 9$ c) $C(0, 0)$; $r = \sqrt{10}$

31 □□□ **Halla la ecuación de las circunferencias siguientes:**

a) Centro $C(0, 0)$ y pasa por $(-3, 4)$.

b) Centro $C(1, 2)$ y pasa por $(5, 4)$.

a) radio: $\sqrt{(0+3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

$x^2 + y^2 = 25$

b) $r = \sqrt{(1-5)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

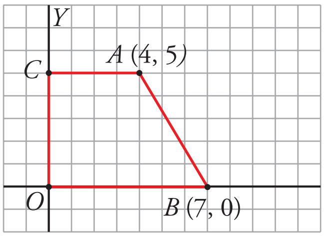
$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 20$

PIENSA Y RESUELVE

32 □□□ **Los puntos $A(4, 5)$ y $B(7, 0)$ son vértices de un trapecio rectángulo que tiene dos lados sobre los ejes de coordenadas y otro lado paralelo al eje X. Dibuja el trapecio y halla:**

a) Las ecuaciones de sus lados. **b) Su perímetro.** **c) Su área.**

a)



OC: $x = 0$

OB: $y = 0$

AC: $y = 5$

AB: $\dfrac{y-0}{5-0} = \dfrac{x-7}{4-7} \rightarrow -3y = 5x - 35 \rightarrow 5x + 3y - 35 = 0$

b) $\overline{AC} = 4$; $\overline{OC} = 5$; $\overline{OB} = 7$; $\overline{AB} = \sqrt{(7-4)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$P = 4 + 5 + 7 + \sqrt{34} = 16\sqrt{34}$ u

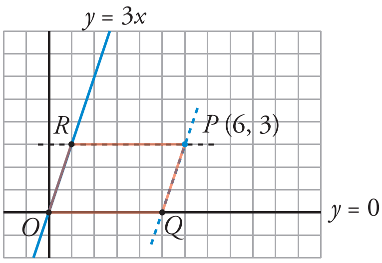
c) $A = \dfrac{7+4}{2} \cdot 5 = \dfrac{11}{2} \cdot 5 = \dfrac{55}{2}$ u^2

33 □□□ **Dibuja un paralelogramo que tenga dos de sus lados sobre las rectas $y = 3x$ e $y = 0$ y un vértice en el punto $P(6, 3)$.**

a) Halla las ecuaciones de los otros dos lados.

b) Di cuáles son las coordenadas de los otros vértices.

a)



OR: $y = 3x$

OQ: $y = 0$

PR: $y = 3$

PQ: $y = 3 + 3(x-6) \rightarrow$

$\rightarrow y = 3 + 3x - 18 \rightarrow 3x - y - 15 = 0$

b) $O(0, 0)$, $Q(5, 0)$, $R(1, 3)$, $P(6, 3)$

34 **Determina los puntos que dividen al segmento de extremos $A(-5, -2)$, $B(7, 2)$ en cuatro partes iguales.**

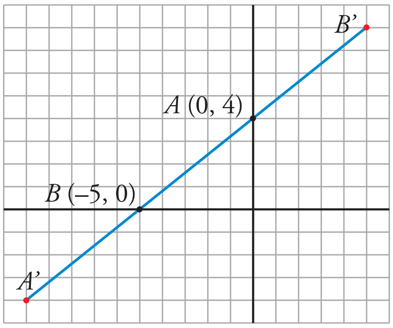
Punto medio de AB, $M\left(\dfrac{-5+7}{2}, \dfrac{-2+2}{2}\right) = (1, 0)$

Punto medio de AM, $P\left(\dfrac{-5+1}{2}, \dfrac{-2+0}{2}\right) = (-2, -1)$

Punto medio de BM, $Q\left(\dfrac{7+1}{2}, \dfrac{2+0}{2}\right) = (4, 1)$

Los puntos buscados son $M(1, 0)$, $P(-2, -1)$ y $Q(4, 1)$.

35 **Dados los puntos $A(0, 4)$ y $B(-5, 0)$, halla el punto simétrico de B respecto de A y el simétrico de A respecto de B.**



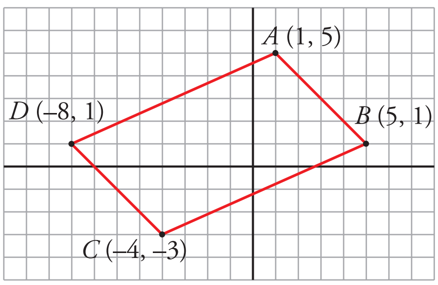
Simétrico de A respecto de B:

$$A'\left(\frac{0+x}{2}, \frac{4+y}{2}\right) = (-5, 0) \;\Big\langle\; \begin{matrix} \dfrac{x}{2} = -5 \;\rightarrow\; x = -10 \\ 4 + y = 0 \;\rightarrow\; y = -4 \end{matrix} \Bigg\} \; A'(-10, -4)$$

Simétrico de B respecto de A:

$$B'\left(\frac{-5+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right) = (0, 4) \;\Big\langle\; \begin{matrix} -5 + x = 0 \;\rightarrow\; x = 5 \\ y = 8 \end{matrix} \Bigg\} \; B'(5, 8)$$

36 **Comprueba que el cuadrilátero de vértices $A(1, 5)$, $B(5, 1)$, $C(-4, -3)$ y $D(-8, 1)$ es un paralelogramo. Para ello, prueba que los puntos medios de sus diagonales coinciden.**



- Punto medio de AC:

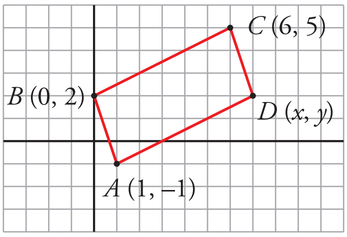
$$M_{AC} = \left(\frac{1-4}{2}, \frac{5-3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 1\right)$$

- Punto medio de BD:

$$M_{BD} = \left(\frac{5-8}{2}, \frac{1+1}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 1\right)$$

Los puntos medios de las diagonales coinciden.

37 **Halla las coordenadas del punto D, de modo que $ABCD$ sea un paralelogramo, siendo $A(1, -1)$, $B(0, 2)$ y $C(6, 5)$.**



- Punto medio de AC:

$$M_{AC} = \left(\frac{6+1}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, 2\right)$$

- Punto medio de BD:

$$M_{BD} = \left(\frac{x+0}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

Los puntos medios de las diagonales deben coincidir.

$$\frac{x}{2} = \frac{7}{2} \to x = 7$$

$$\frac{y+2}{2} = 2 \to y = 4 - 2 = 2$$

El punto D tiene coordenadas $D(7, 2)$.

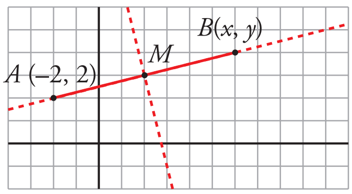
38 **El segmento AB está sobre la recta $x - 4y + 10 = 0$. Su mediatriz es la recta $4x + y - 11 = 0$. ¿Cuáles serán las coordenadas de B si las de A son $(-2, 2)$? Resuélvelo de forma gráfica y analítica.**

- Calculamos el punto de intersección de las rectas dadas:

$$\left.\begin{array}{r} x - 4y = -10 \\ 4x + y = 11 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} x - 4y = -10 \\ 16x + 4y = 44 \\ \hline 17x \quad = 34 \end{array} \to x = 2$$

$y = 11 - 4 \cdot 2 = 3$

El punto es $M(2, 3)$.



- El punto medio de AB es $(2, 3)$:

$$\left(\frac{x-2}{2}, \frac{y+2}{2}\right) = (2, 3) \to \begin{cases} x - 2 = 4 \to x = 6 \\ y + 2 = 6 \to y = 4 \end{cases}$$

El punto buscado es $B(6, 4)$.

PÁGINA 182

39 **Resuelto en el libro de texto.**

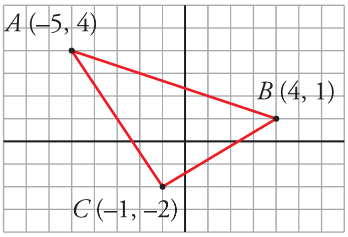
40 **Dado el triángulo de vértices $A(-5, 4)$, $B(4, 1)$, $C(-1, -2)$, halla:**

a) Las ecuaciones de los tres lados.

b) El punto medio del lado AC.

c) La ecuación de la mediana del vértice B.

a)



• Lado AB:

$$m = \frac{4-1}{-5-4} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

$$y = 1 - \frac{1}{3}(x-4) \rightarrow 3y = 3 - x + 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow x + 3y - 7 = 0$$

• Lado AC:

$$m = \frac{4+2}{-5+1} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$y = -2 - \frac{3}{2}(x+1) \rightarrow 2y = -4 - 3x - 3 \rightarrow 3x + 2y + 7 = 0$$

• Lado BC:

$$m = \frac{1+2}{4+1} = \frac{3}{5}$$

$$y = 1 + \frac{3}{5}(x-4) \rightarrow 5y = 5 + 3x - 12 \rightarrow 3x - 5y - 7 = 0$$

b) $M_{AC} = \left(\dfrac{-5-1}{2}, \dfrac{4-2}{2}\right) = (-3, 1)$

c) La mediana que corresponde a B pasa, también, por el punto medio de AC, M_{AC}.

$$m = \frac{1-1}{4+3} = 0$$

$$y = 1 + 0(x+3) \rightarrow y = 1$$

41 **En el triángulo de vértices $A(-1, 1)$, $B(3, 4)$, y $C(3, 0)$, halla:**

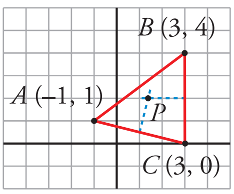
a) La ecuación de la mediatriz de BC.

b) La ecuación de la mediatriz de AC.

c) El punto de intersección de las mediatrices (el circuncentro del triángulo).

a) La mediatriz de BC es la perpendicular a BC por su punto medio, M_{BC}.

$$M_{BC} = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = (3, 2)$$



La recta que contiene a BC es $x = 3$. Su perpendicular por $(3, 2)$ es $y = 2$, mediatriz de BC.

b) $M_{AC} = \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{1+0}{2}\right) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$

Pendiente de la recta que contiene a AC, $m = \frac{1-0}{-1-3} = -\frac{1}{4}$.

Pendiente de la perpendicular a AC, $m' = 4$.

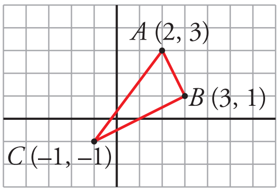
Mediatriz de AC: $y = \frac{1}{2} + 4(x-1) \rightarrow 2y = 1 + 8x - 8 \rightarrow 2y - 8x + 7 = 0$

c) Circuncentro, P:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2 \\ 2y - 8x + 7 = 0 \end{array}\right\} \; 4 - 8x + 7 = 0 \rightarrow 8x = 11 \rightarrow x = 11/8$$

Las coordenadas de P son $\left(\frac{11}{8}, 2\right)$.

42 ■■□ **Comprueba que el triángulo de vértices $A(2, 3)$, $B(3, 1)$ y $C(-1, -1)$ es rectángulo y halla su perímetro y su área.**



$\overline{AB} = \sqrt{(3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$\overline{AC} = \sqrt{(2+1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

$\overline{BC} = \sqrt{(3+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

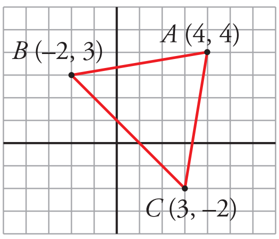
Comprobamos que el triángulo es rectángulo aplicando el teorema de Pitágoras:

$5^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 \rightarrow 25 = 5 + 20$

Perímetro $= \sqrt{5} + 5 + \sqrt{20} = 5 + 3\sqrt{5}$ u

Área $= \frac{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 5$ u^2

43 ■■■ **Comprueba que el triángulo de vértices $A(4, 4)$, $B(-2, 3)$ y $C(3, -2)$ es isósceles y calcula su área.**



$$\left.\begin{array}{l} \overline{AB} = \sqrt{(4+2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37} \\ \overline{AC} = \sqrt{(4-3)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37} \end{array}\right\} \; \overline{AB} = \overline{AC}$$

$\overline{BC} = \sqrt{(3+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Calculamos la altura sobre el lado BC:

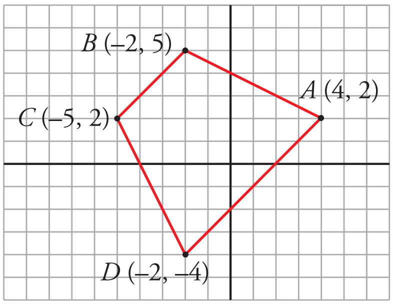
$$M_{BC} = \left(\frac{-2+3}{2}, \frac{3-2}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

La altura es la distancia entre A y el punto medio de BC:

$$h = \sqrt{\left(4-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(4-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} \cdot 2} = \frac{7}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{Área} = \frac{5\sqrt{2} \cdot (7/2)\sqrt{2}}{2} = \frac{35}{2}\ \text{u}^2$$

44 **Prueba que el cuadrilátero de vértices $A(4, 2)$, $B(-2, 5)$, $C(-5, 2)$ y $D(-2, -4)$ es un trapecio isósceles y calcula su perímetro.**



- Probamos que BC es paralelo a AD hallando las pendientes de las rectas que los contienen:

$$m_{BC} = \frac{5-2}{-2+5} = \frac{3}{3} = 1$$

$$m_{AD} = \frac{2+4}{4+2} = 1$$

- Probamos que $\overline{AB} = \overline{CD}$:

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-4)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(-5+2)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Por tanto, el trapecio $ABCD$ es isósceles.

- Perímetro:

$$\overline{BC} = \sqrt{(-2+5)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(4+2)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$$

$$P = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 6\sqrt{5} + 9\sqrt{2}\ \text{u}$$

45 **Halla en cada caso la ecuación de la circunferencia concéntrica con la dada y cuyo radio mida la mitad:**

a) $x^2 + (y-5)^2 = 36$ **b) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 12$**

a) Centro, (0, 5); radio, 6.

La circunferencia con centro en (0, 5) y radio 3 es: $x^2 + (y-5)^2 = 9$

b) Centro (4, –3); radio, $\sqrt{12}$.

La circunferencia de centro (4, –3) y radio $\frac{\sqrt{12}}{2}$ es:

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = \left(\frac{\sqrt{12}}{2}\right)^2 \rightarrow (x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$$

46 ■■□ **Halla la ecuación de la circunferencia de diámetro PQ, siendo $P(-5, 2)$ y $Q(3, -6)$.**

El centro de la circunferencia es el punto medio de PQ, $M = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{2-6}{2}\right) = (-1, -2)$.

El radio es la mitad de $\overline{PQ}$:

$$\overline{PQ} = \sqrt{(3+5)^2 + (-6-2)^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{2 \cdot 64} = 8\sqrt{2}$$

Radio $= 4\sqrt{2}$

Ecuación: $(x+1)^2 + (y+2)^2 = (4\sqrt{2})^2$

$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 32$

47 ■■□ **Determina los puntos de corte de la circunferencia $x^2 + y^2 = 50$ con la bisectriz del primer cuadrante.**

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 50 \\ x = y \end{array}\right\} \begin{array}{l} x^2 + x^2 = 50 \to 2x^2 = 50 \to x^2 = 25 \\ x = 5 \to y = 5 \\ x = -5 \to y = -5 \end{array}$$

Los puntos de corte son $P(5, 5)$ y $Q(-5, -5)$.

48 ■■□ **Calcula k para que el punto $(-3, k)$ pertenezca a la circunferencia $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.**

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

$(-3-1)^2 + (k+2)^2 = 25 \to 16 + k^2 + 4k + 4 - 25 = 0 \to k^2 + 4k - 5 = 0$

$$k = \frac{-4 \pm 6}{2} \left< \begin{array}{l} k = -5 \\ k = 1 \end{array}\right.$$

Hay dos soluciones, $k = -5$, $k = 1$.

49 ■■□ **Dadas las rectas:**

$$r: 3x + by - 12 = 0 \qquad s: ax - y + 6 = 0$$

calcula el valor de a y b sabiendo que r y s son perpendiculares y que r pasa por el punto $(9, -15/2)$.

- Como r: $3x + by - 12 = 0$ pasa por $\left(9, -\frac{15}{2}\right)$:

$$3 \cdot 9 + b \cdot \left(-\frac{15}{2}\right) - 12 = 0 \to 27 - \frac{15b}{2} - 12 = 0 \to$$

$$\to 15 = \frac{15b}{2} \to \frac{2 \cdot 15}{15} = b \to b = 2$$

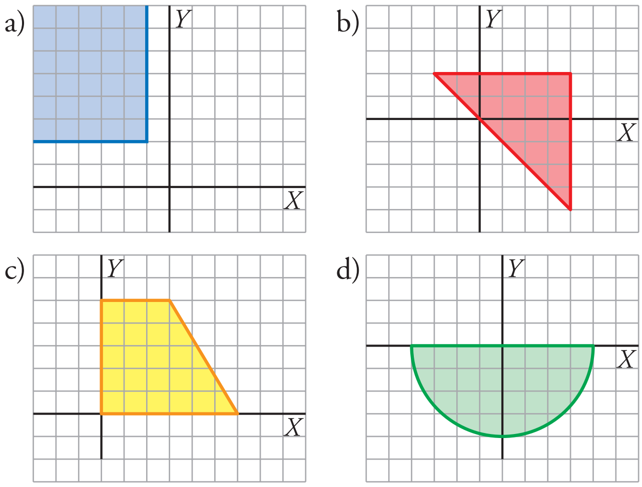
- r y s son perpendiculares:

$$m_r = -\frac{3}{2} \to m_s = \frac{2}{3} = a \to a = \frac{2}{3}$$

50 ■■□ **Resuelto en el libro de texto.**

PÁGINA 183

51 **Describe mediante inecuaciones o sistemas de inecuaciones, los siguientes recintos:**



a) $\left.\begin{array}{l} x \leq -1 \\ y \geq 2 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} x + 1 \leq 0 \\ y - 2 \geq 0 \end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l} y \leq 2 \\ x \leq 4 \\ x \geq -y \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} y - 2 \leq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$

c) El lado oblicuo del trapecio pasa por (6, 0) y (3, 5). Su ecuación es:

$$\frac{y-5}{0-5} = \frac{x-3}{6-3} \rightarrow 3y - 15 = -5x + 15 \rightarrow 5x + 3y = 30$$

Probamos con el punto (1, 1) que está dentro del recinto:

$5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 8 < 30$

Las ecuaciones del recinto son:

$$\begin{cases} 5x + 3y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

d) • El arco corresponde a una circunferencia de centro (0, 0) y radio 4. Su ecuación es $x^2 + y^2 = 16$.

Para el punto (0, –1), que está dentro de la región, $x^2 + y^2 \leq 16$.

• El segmento recto corresponde a la recta de ecuación $y = 0$.

Para el punto (0, –1), que está dentro de la región, $y \leq 0$.

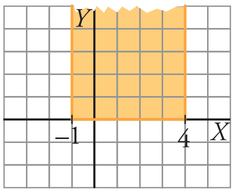
Expresiones que representan la región: $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ y \leq 0 \end{cases}$

52 ■■□ **Representa gráficamente los siguientes recintos:**

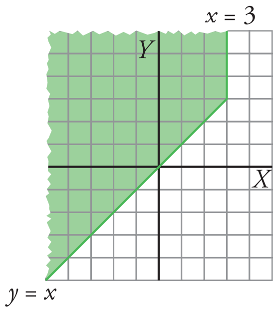
a) $\begin{cases} -1 \le x \le 4 \\ y \ge 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y \le 0 \\ x \le 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 9 \\ y \ge 0 \\ x \le 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x \le 0 \\ -5 \le y \le 0 \\ 5x - 2y \ge -10 \end{cases}$

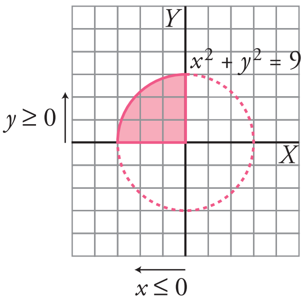
a)



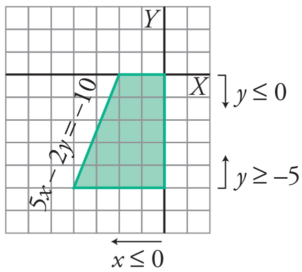
b)



c)



d)



REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

53 ■□□ **Si dos rectas r_1 y r_2 son perpendiculares, ¿cuál de estas condiciones cumplirán sus pendientes?**

a) $m_1 = \frac{1}{m_2}$ **b)** $m_1 = -m_2$ **c)** $m_1 \cdot m_2 = -1$ **d)** $m_1 + m_2 = -1$

La c), $m_1 \cdot m_2 = -1$, que equivale a $m_1 = -\frac{1}{m_2}$.

54 ■□□ **Sabes que la expresión $ax + by + c = 0$ es la ecuación de una recta. Di cómo es la recta en los siguientes casos:**

a) $a = 0$ **b)** $b = 0$ **c)** $c = 0$ **d)** $a = 0,\ c = 0$

a) $by + c = 0$ es paralela al eje OX.

b) $ax + c = 0$ es paralela al eje OY.

c) $ax + by = 0$ es una recta que pasa por el origen de coordenadas, (0, 0).

d) $by = 0 \rightarrow y = 0$. Es el eje OX.

55 ■□□ **¿Cuál de las rectas**

$$r: y = 3x + 1 \qquad s: y = -\frac{1}{3}x \qquad t: y + 3x = 0$$

es perpendicular a $y = \frac{1}{3}x + 1$**?**

La pendiente de $y = \frac{1}{3}x + 1$ es $m = \frac{1}{3}$.

La pendiente de una recta perpendicular a ella debe ser –3.

t: $y + 3x = 0$ es perpendicular a la recta $y = \frac{1}{3}x + 1$.

56 ■■□ **¿Cuál de estas dos ecuaciones**

$$x^2 + (y + 1)^2 = \frac{4}{9} \qquad x^2 + y^2 + 25 = 0$$

representa una circunferencia? Di su centro y su radio.

$x^2 + (y + 1)^2 = \frac{4}{9}$ representa una circunferencia.

Su centro es el punto (0, –1), y su radio, $\frac{2}{3}$.

57 ■□□ **¿Cuál de estas expresiones nos da la distancia entre** $P(x_1, y_1)$ **y** $Q(x_2, y_2)$**?**

a) $(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)$

b) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$

c) $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

d) $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

La c), $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

58 ■■■ **Si las rectas** $ax + by + c = 0$ **y** $a'x + b'y + c' = 0$ **son paralelas, ¿cuál de estas dos condiciones cumplen?**

a) $aa' + bb' = 0$

b) $ab' - a'b = 0$

¿Y si son perpendiculares?

Las pendientes de las rectas son, respectivamente:

$$m = -\frac{a}{b}, \quad m' = -\frac{a'}{b'}$$

Si las rectas son paralelas, sus pendientes son iguales:

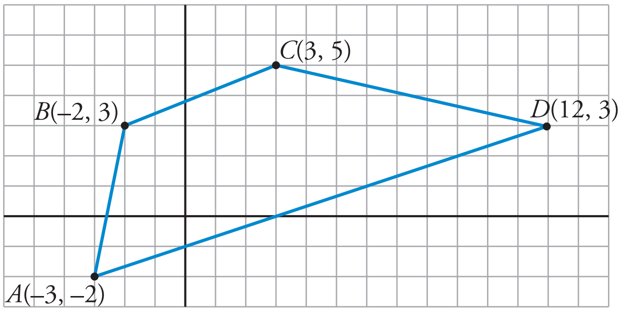
$$-\frac{a}{b} = -\frac{a'}{b'} \rightarrow ab' = a'b \rightarrow ab' - a'b = 0$$

Si las rectas son perpendiculares, $m = -\frac{1}{m'}$:

$$-\frac{a}{b} = \frac{b'}{a'} \rightarrow -aa' = bb' \rightarrow aa' + bb' = 0$$

PROFUNDIZA

59 **La figura adjunta parece un trapecio. Comprueba si realmente lo es. Si no lo es, rectifica las coordenadas del punto D para que sí lo sea.**



Veamos si BC es paralelo a AD, calculando sus pendientes:

$$\left.\begin{array}{l} m_{BC} = \dfrac{5-3}{3+2} = \dfrac{2}{5} \\ m_{AD} = \dfrac{3+2}{12+3} = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} m_{BC} \neq m_{AD} \rightarrow ABCD \text{ no es un trapecio.}$$

Rectificamos el punto D para que las pendientes m_{BC} y m_{AD} sean iguales. Sea $D(a, b)$:

$$m_{AD} = \frac{b+2}{a+3} = m_{BC} = \frac{2}{5}$$

Si, por ejemplo, mantenemos la primera coordenada de $D(12, b)$:

$$\frac{b+2}{12+3} = \frac{2}{5} \rightarrow b+2 = 6 \rightarrow b = 4$$

Podemos tomar $D(12, 4)$ (también es válido $D(7, 2)$).

60 **Halla un punto de la bisectriz del primer cuadrante que diste 5 unidades del punto (8, 7).**

Un punto de la bisectriz del primer cuadrante es de la forma (a, a), con $a \geq 0$.

$$dist = \sqrt{(8-a)^2 + (7-a)^2} = 5 \rightarrow a^2 + 64 - 16a + a^2 + 49 - 14a = 25 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2a^2 - 30a + 88 = 0 \rightarrow a^2 - 15a + 44 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{15 \pm \sqrt{225-176}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{15 \pm 7}{2} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $P(4, 4)$, $Q(11, 11)$.

61 **Las rectas $r: x - y + 1 = 0$; $s: x + y + 9 = 0$; $t: 4x - y - 14 = 0$ forman un triángulo ABC.**

a) Calcula las coordenadas de A, B y C.

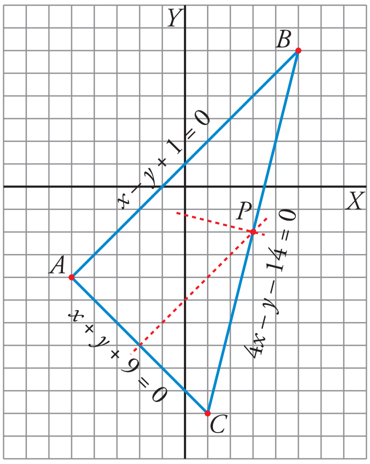
b) Halla el circuncentro del triángulo.

a) Los vértices del triángulo son los puntos donde se intersecan las rectas.

$$r \cap s \left\{ \begin{array}{l} x - y + \ \ 1 = 0 \\ x + y + \ \ 9 = 0 \\ \hline 2x \qquad + 10 = 0 \ \rightarrow \ x = -5, \ y = -4 \end{array} \right\} \ r \cap s\text{: } A(-5, -4)$$

$$r \cap t \left\{ \begin{array}{l} x - y + \ \ 1 = 0 \\ 4x - y - 14 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -x + y - 1 = 0 \\ 4x - y - 14 = 0 \\ \hline 3x \qquad - 15 = 0 \ \rightarrow \ x = 5, \ y = 6 \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{l}a\\a\\a\end{array}}\right\} \ r \cap t\text{: } B(5, 6)$$

$$s \cap t \left\{ \begin{array}{l} x + y + 9 = 0 \\ 4x - y - 14 = 0 \\ \hline 5x \qquad - \ \ 5 = 0 \ \rightarrow \ x = 1, \ y = -10 \end{array} \right\} \ s \cap t\text{: } C(1, -10)$$

b) 

El circuncentro es el punto en el que se intersecan las mediatrices.

La mediatriz es la perpendicular por el punto medio.

- Mediatriz de AC:

  Pendiente de la recta que contiene a AC, $m_{AC} = \dfrac{-10 + 4}{1 + 5} = -1$.

  Pendiente de la mediatriz de AC, $m'_1 = 1$.

  Punto medio de AC, $M_{AC} = \left(\dfrac{-5 + 1}{2}, \dfrac{-4 - 10}{2}\right) = (-2, -7)$.

  Ecuación de la mediatriz de AC:

  $y = -7 + (x + 2) \ \rightarrow \ y = x - 5$

- Mediatriz de BC:

  Pendiente de la recta que contiene a BC, $m_{BC} = \dfrac{-10 - 6}{1 - 5} = 4$.

  Pendiente de la mediatriz de BC, $m'_2 = -\dfrac{1}{4}$.

  Punto medio de BC, $M_{BC} = \left(\dfrac{5 + 1}{2}, \dfrac{6 - 10}{2}\right) = (3, -2)$.

  Ecuación de la mediatriz de BC:

  $y = -2 - \dfrac{1}{4}(x - 3) \ \rightarrow \ 4y = -8 - x + 3 \ \rightarrow \ 4y + x + 5 = 0$

- Calculamos el circuncentro:

$$\left.\begin{array}{l} y = x - 5 \\ 4y + x + 5 = 0 \end{array}\right\} \; 4x - 20 + x + 5 = 0 \;\rightarrow\; 5x = 15 \;\rightarrow\; x = 3$$

$x = 3 \;\rightarrow\; y = -2$

El circuncentro es el punto $P(3, -2)$.

62 ■■□ **Dada la recta r: $x - 2y + 1 = 0$ y el punto $A(-1, 5)$, calcula:**

a) La ecuación de la recta s perpendicular a r y que pasa por A.

b) El punto de intersección de r y s, M.

c) El simétrico de A respecto de M.

a) $m_r = \dfrac{1}{2} \;\rightarrow\; m_s = -2$

s: $y = 5 - 2(x + 1) \;\rightarrow\; y = 3 - 2x$

b) $$\left.\begin{array}{l} x - 2y + 1 = 0 \\ y = 3 - 2x \end{array}\right\} \begin{array}{l} x - 2(3 - 2x) + 1 = 0 \;\rightarrow \\ \rightarrow\; x - 6 + 4x + 1 = 0 \;\rightarrow\; 5x = 5 \;\rightarrow\; x = 1 \end{array}$$

$x = 1 \;\rightarrow\; y = 3 - 2 = 1$

Las coordenadas de M son $M(1, 1)$.

c) M es el punto medio de A y su simétrico $A'(x, y)$:

$$\left(\frac{-1 + x}{2}, \frac{5 + y}{2}\right) = (1, 1) \; \begin{array}{l} -1 + x = 2 \;\rightarrow\; x = 3 \\ 5 + y = 2 \;\rightarrow\; y = -3 \end{array}$$

Las coordenadas de A' son $A'(3, -3)$.

63 ■■■ **La recta $y = 2x + 1$ es la mediatriz de un segmento que tiene un extremo en el punto $A(-6, 4)$. Halla las coordenadas del otro extremo.**

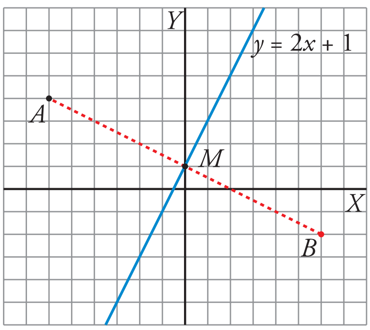
Sea B el otro extremo del segmento.

La pendiente de la mediatriz es $m = 2$.

La recta que contiene a AB tiene pendiente $-\dfrac{1}{2}$ y pasa por $A(-6, 4)$:

r: $y = 4 - \dfrac{1}{2}(x + 6) \;\rightarrow\; 2y = 8 - x - 6 \;\rightarrow\; x + 2y - 2 = 0$

El punto de corte de la mediatriz con esta recta r será el punto medio de AB. Lo calculamos:



$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 0 \\ y = 2x + 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x + 4x + 2 - 2 = 0 \;\rightarrow \\ \rightarrow\; 5x = 0 \;\rightarrow\; x = 0 \end{array}$$

$x = 0 \;\rightarrow\; y = 1$; $M(0, 1)$

$A(-6, 4)$, $B(a, b)$, $M(0, 1)$

$$\left(\frac{-6 + a}{2}, \frac{4 + b}{2}\right) = (0, 1) \; \begin{array}{l} -6 + a = 0 \;\rightarrow\; a = 6 \\ 4 + b = 2 \;\rightarrow\; b = -2 \end{array}$$

El otro extremo del segmento es $B(6, -2)$.