

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

PÁGINA 31

PRACTICA

Números enteros

1 ■■■ Calcula.

a) $5 + (-3) - (-2) + (4 - 6) - [3 - (6 - 4)]$

b) $(3 + 6 - 11) \cdot (4 - 2 - 9) \cdot (-1)$

c) $5 \cdot [8 - (2 + 3)] - (-4) \cdot [6 - (2 + 7)]$

d) $(-7) \cdot [4 \cdot (3 - 8) - 5 \cdot (8 - 5)]$

$$\begin{aligned} \text{a) } 5 + (-3) - (-2) + (4 - 6) - [3 - (6 - 4)] &= 5 - 3 + 2 + 4 - 6 - 3 + 6 - 4 = \\ &= (5 + 2 + 4 + 6) - (3 + 6 + 3 + 4) = \\ &= 17 - 16 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{b) } (3 + 6 - 11) \cdot (4 - 2 - 9) \cdot (-1) = (-2) \cdot (-7) \cdot (-1) = -14$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 5 \cdot [8 - (2 + 3)] - (-4) \cdot [6 - (2 + 7)] &= 5 \cdot (8 - 5) - (-4) \cdot (6 - 9) = \\ &= 5 \cdot 3 - (-4) \cdot (-3) = 15 - 12 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (-7) \cdot [4 \cdot (3 - 8) - 5 \cdot (8 - 5)] &= (-7) \cdot [4 \cdot (-5) - 5 \cdot 3] = \\ &= (-7) \cdot (-20 - 15) = (-7) \cdot (-35) = 245 \end{aligned}$$

2 ■■■ Calcula.

a) $|3 + (2 - 5)|$

b) $|1 - 5 + 31|$

c) $|20 - (-10 + 9)|$

d) $|-3 + |2 - 8||$

$$\text{a) } |3 + (-3)| = |3 - 3| = |0| = 0$$

$$\text{b) } |-4 + 31| = |27| = 27$$

$$\text{c) } |20 - (-1)| = |20 + 1| = |21| = 21$$

$$\text{d) } |-3 + 1 - 6| = |-3 + 6| = |3| = 3$$

3 ■■■ Calcula las siguientes potencias:

$$\begin{array}{ccccccc} (-2)^3 & -2^3 & 2^3 & (-2)^4 & -2^4 & 2^0 & \\ (-2)^3 = -8 & -2^3 = -8 & 2^3 = 8 & (-2)^4 = 16 & -2^4 = -16 & 2^0 = 1 & \end{array}$$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

4 ■■■ Ordena de menor a mayor.

$$(-5)^2 \quad -4^3 \quad (-1)^{105} \quad 7^2 \quad 11^0 \quad -3^2$$

Calculamos cada una de las potencias dadas:

$$(-5)^2 = 25 \qquad 7^2 = 49$$

$$-4^3 = -64 \qquad 11^0 = 1$$

$$(-1)^{105} = -1 \qquad -3^2 = -9$$

Ordenamos los resultados obtenidos:

$$-64 < -9 < -1 < 1 < 25 < 49 \rightarrow -4^3 < -3^2 < (-1)^{105} < 11^0 < (-5)^2 < 7^2$$

5 ■■■ Realiza las siguientes operaciones:

a) $(-3 + 1)^3 + (5 - 8)^4 \cdot (-1) - 5^2 : (-1)^7$

b) $4 : (2 - 3)^7 + 5 \cdot (-1)^2 - 3^2 \cdot 4$

c) $(2 \cdot 3)^2 : (-1 - 5) + 3 \cdot (5 - 2)^0$

d) $6 \cdot (-1) + 5 \cdot (-2)^2 - 2 \cdot (-5 + 4)^6$

a) $(-2)^3 + (-3)^4 \cdot (-1) - 25 : (-1) = -8 + 81 \cdot (-1) + 25 = -8 - 81 + 25 = -64$

b) $4 : (-1)^7 + 5 \cdot 1 - 9 \cdot 4 = 4 : (-1) + 5 - 36 = -4 + 5 - 36 = -35$

c) $6^2 : (-6) + 3 \cdot 3^0 = 36 : (-6) + 3 = -6 + 3 = -3$

d) $-6 + 5 \cdot 4 - 2 \cdot (-1)^6 = -6 + 20 - 2 \cdot 1 = 12$

6 ■■■ Expresa como potencia única.

a) $(2 \cdot 3 \cdot 5)^4$

b) $(-3)^5 : (-3)^2$

c) $3^4 : (-3)^2$

d) $(2^2 \cdot 2)^3$

e) $12^2 : 4^2$

f) $(-1)^3 \cdot (-2)^3 \cdot 5^3$

a) 30^4

b) $(-3)^3$

c) $3^4 : 3^2 = 3^2$

d) $(2^3)^3 = 2^9$

e) $\left(\frac{12}{4}\right)^2 = 3^2$

f) $[(-1) \cdot (-2) \cdot 5]^3 = 10^3$

7 ■■■ Elimina paréntesis y simplifica.

a) $\frac{[(-5)^3]^2}{(-5)^6}$

b) $[(-3)^5 : (-3)^3]^2$

c) $\frac{9^2}{(-3)^4}$

d) $[2^4 \cdot (-2)^2] : (-4)^3$

a) $\frac{(-5)^6}{(-5)^6} = 1$

b) $[(-3)^2]^2 = (-3)^4 = 81$

c) $\frac{(3^2)^2}{(-3)^4} = \frac{3^4}{3^4} = 1$

d) $\frac{2^4 \cdot 2^2}{-4^3} = \frac{2^6}{-(2^2)^3} = \frac{2^6}{-2^6} = -1$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 8** ■■■ Un ascensor se encuentra en el sótano 4. ¿En qué piso se encontrará después de realizar los siguientes movimientos?:

sube 6; baja 3; sube 9; baja 5; baja 2

El sótano 4 equivale a -4 . Una subida es un número positivo, y una bajada, uno negativo. Por tanto:

$$-4 + 6 - 3 + 9 - 5 - 2 = 15 - 14 = 1$$

Se encuentra en la primera planta.

- 9** ■■■ Las temperaturas medias que se alcanzan en un mismo mes, en distintas ciudades, son:

-2 °C , 3 °C , 10 °C , -7 °C , 0 °C , 12 °C

Ordénalas de menor a mayor.

$$-7\text{ °C} < -2\text{ °C} < 0\text{ °C} < 3\text{ °C} < 10\text{ °C} < 12\text{ °C}$$

- 10** ■■■ La temperatura de un congelador baja 2 °C cada 3 minutos hasta llegar a -18 °C . ¿Cuánto tardará en llegar a -12 °C si cuando lo encendemos la temperatura es de 16 °C ?

La diferencia de temperatura entre 16 °C y -12 °C es de $16 + 12 = 28\text{ °C}$.

Cada 3 minutos, la temperatura baja 2 °C . En bajar 28 °C tardará:

$$\frac{28}{2} \cdot 3 \text{ minutos} = 14 \cdot 3 = 42 \text{ minutos}$$

- 11** ■■■ Aristóteles murió en el año 322 a.C. y vivió 62 años. ¿En qué año nació?

(Año en que murió) $-$ (Año en que nació) = N.º de años vividos

$$(322 \text{ a.C.}) - (\text{Año en que nació}) = 62$$

$$(-322) - (\text{Año en que nació}) = 62$$

$$-322 - 62 = \text{Año en que nació}$$

$$-384 = \text{Año en que nació}$$

Aristóteles nació en el año 384 a.C.

Fracciones

- 12** ■■■ Calcula mentalmente.

a) La mitad de $\frac{7}{8}$.

b) La tercera parte de $\frac{9}{5}$.

c) La mitad de la quinta parte de -4 .

d) El triple de la mitad de $\frac{2}{3}$.

a) $\frac{7}{16}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $-\frac{2}{5}$

d) 1

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

13 ■■■ Calcula mentalmente.

- a) Los dos quintos de 400.
- b) El número cuyos dos quintos son 160.
- c) Los tres séptimos de 140.
- d) El número cuyos cinco sextos son 25.

a) $\frac{2}{5}$ de 400 = $2 \cdot 80 = 160$

b) $\frac{2}{5}$ de = 160 → por a) se sabe que el número es 400

c) $\frac{3}{7}$ de 140 = $3 \cdot 20 = 60$

d) $\frac{5}{6}$ de = 25 → el número es 30

14 ■■■ Calcula mentalmente.

- a) $\frac{4}{3}$ de 21
- b) $\frac{5}{2}$ de 10
- c) $\frac{3}{10}$ de 1 millón
- d) $\frac{7}{20}$ de cien mil

a) $\frac{4}{3}$ de 21 = $4 \cdot 7 = 28$

b) $\frac{5}{2}$ de 10 = $5 \cdot 5 = 25$

c) $\frac{3}{10}$ de 1 millón = $3 \cdot 100\,000 = 300\,000$

d) $\frac{7}{20}$ de cien mil = $7 \cdot 5\,000 = 35\,000$

15 ■■■ Compara mentalmente los siguientes pares de fracciones:

a) $\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{7}$

b) 3 y $\frac{7}{2}$

c) $\frac{7}{8}$ y 1

d) $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{8}$

a) $\frac{2}{7} < \frac{2}{5}$

b) $3 < \frac{7}{2}$

c) $\frac{7}{8} < 1$

d) $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$

16 ■■■ Expresa en forma de fracción de hora.

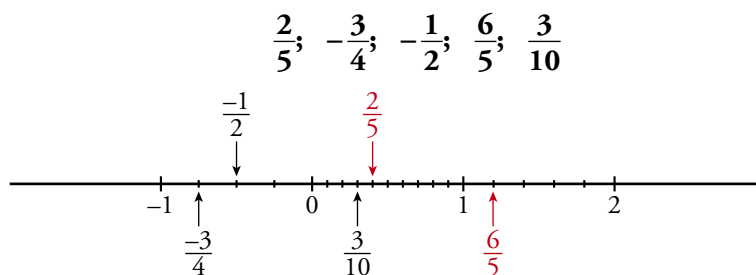
- a) 15 minutos
- b) 20 minutos
- c) 10 minutos
- d) 1 minuto
- e) 120 segundos
- f) 1 segundo

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

a) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ c) $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{60}$
 e) $120'' = 2' \rightarrow \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ f) $1 \text{ h} = 3600'' \rightarrow \frac{1}{3600}$

PÁGINA 32

17 Representa, aproximadamente, en la recta numérica.



18 Calcula tres fracciones equivalentes a $\frac{8}{12}$. ¿Cuál es la correspondiente fracción irreducible?

$\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{10}{15} \rightarrow$ Por tanto, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{10}{15}$ son tres fracciones equivalentes a $\frac{8}{12}$.

La fracción irreducible es $\frac{2}{3}$.

19 Expresa como número mixto las siguientes fracciones:

a) $\frac{5}{3}$ b) $\frac{-7}{3}$ c) $\frac{45}{5}$
 d) $\frac{-48}{5}$ e) $\frac{93}{10}$ f) $\frac{2437}{621}$

a) $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ b) $\frac{-7}{3} = \frac{-6}{3} - \frac{1}{3} = -2 - \frac{1}{3}$
 c) $\frac{45}{5} = 9$ d) $\frac{-48}{5} = \frac{-45}{5} - \frac{3}{5} = -9 - \frac{3}{5}$
 e) $\frac{93}{10} = \frac{90}{10} + \frac{3}{10} = 9 + \frac{3}{10}$ f) $\frac{2437}{621} = \frac{1863}{621} + \frac{574}{621} = 3 + \frac{574}{621}$

20 Calcula.

a) $6 - \left[\frac{10}{3} - \left(1 + \frac{5}{6} \right) \right]$ b) $\frac{3}{2} - \left(\frac{7}{8} + \frac{3}{4} \right) - \left(-\frac{1}{2} \right)$
 c) $\frac{4}{3} - \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{6} \right) - \left(\frac{13}{12} - \frac{1}{2} \right)$ d) $-\frac{7}{2} - \left[2 + \frac{2}{7} - \left(-\frac{3}{4} \right) \right]$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

$$\text{a) } 6 - \frac{10}{3} + 1 + \frac{5}{6} = \frac{36}{6} - \frac{20}{6} + \frac{6}{6} + \frac{5}{6} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$$

$$\text{b) } \frac{3}{2} - \frac{7}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} - \frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{16}{8} - \frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\text{c) } \frac{4}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{6} - \frac{13}{12} + \frac{1}{2} = \frac{16}{12} - \frac{9}{12} - \frac{2}{12} - \frac{13}{12} + \frac{6}{12} = \frac{-2}{12} = \frac{-1}{6}$$

$$\text{d) } -\frac{7}{2} - \left[2 + \frac{2}{7} + \frac{3}{4} \right] = -\frac{7}{2} - 2 - \frac{2}{7} - \frac{3}{4} = \frac{-98}{28} - \frac{56}{28} - \frac{8}{28} - \frac{21}{28} = \frac{-183}{28}$$

21 ■■■ Reduce a una sola fracción cada una de estas expresiones:

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$$

$$\text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2 \right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1 \right)$$

$$\text{c) } \left(1 + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\text{d) } \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20} \right]$$

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{8}{16} - \frac{4}{16} - \frac{2}{16} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2 \right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1 \right) &= \left(\frac{12}{20} - \frac{5}{20} + \frac{40}{20} \right) - \left(\frac{15}{20} - \frac{8}{20} + \frac{20}{20} \right) = \\ &= \frac{47}{20} - \frac{27}{20} = \frac{20}{20} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(1 + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) &= 1 + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \\ &= 1 + \frac{2}{3} - \frac{4}{4} - \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{3} - 1 - \frac{1}{2} = \\ &= \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20} \right] &= \left(\frac{9}{15} + \frac{5}{15} \right) - \left[1 - \left(\frac{3-2}{4} \right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20} \right] = \\ &= \frac{14}{15} - \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{20} \right) = \\ &= \frac{14}{15} - 1 + \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{3}{20} = \\ &= \frac{56}{60} - \frac{60}{60} + \frac{15}{60} - \frac{40}{60} + \frac{9}{60} = \\ &= \frac{-20}{60} = \frac{-1}{3} \end{aligned}$$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

22 ■■■ Calcula.

a) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{-6}$

b) $\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) : \left(3 + \frac{1}{7}\right)$

c) $\frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{2} - \frac{3}{14}}$

d) $\frac{\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)}{\frac{5}{3} : \frac{7}{6}}$

a) $\frac{3 \cdot 8 \cdot 5}{4 \cdot 9 \cdot 6} = \frac{5}{9}$

b) $\left(\frac{8}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8}\right) : \left(\frac{21}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{11}{8} : \frac{22}{7} = \frac{11 \cdot 7}{22 \cdot 8} = \frac{7}{16}$

c) $\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} - \frac{3}{14}} = \frac{\frac{6}{8} - \frac{4}{8} - \frac{1}{8}}{\frac{7}{14} - \frac{3}{14}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{14}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{14}{4} = \frac{7}{16}$

d) $\frac{-\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 3}}{\frac{5 \cdot 6}{7 \cdot 3}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{10}{7}} = \frac{-5 \cdot 7}{2 \cdot 10} = \frac{-7}{4}$

23 ■■■ Con una barrica que contiene 510 l de vino, ¿cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro se pueden llenar? ¿Cuántas de litro y medio?

$$510 : \frac{3}{4} = \frac{510 \cdot 4}{3} = 680 \rightarrow \text{Se pueden llenar 680 botellas de } \frac{3}{4} \text{ de litro.}$$

$$1 \text{ litro y medio} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$510 : \frac{3}{2} = \frac{510 \cdot 2}{3} = 340 \rightarrow \text{Se pueden llenar 340 botellas de litro y medio.}$$

Este último caso también se puede resolver observando que 1 botella de litro y medio equivale a 2 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. Por tanto, el número de botellas de litro y medio

que se pueden llenar será la mitad del número de botellas de $\frac{3}{4}$ de litro: $\frac{680}{2} = 340$.

24 ■■■ Calcula qué fracción de hora ha pasado entre las diez y cuarto y las once menos veinte.

Entre las diez y cuarto y las once menos veinte han pasado 25 minutos, que equivalen

a) $\frac{25}{60}$ de hora = $\frac{5}{12}$ de hora.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

25 ■■■ En cierta parcela se cultivan $\frac{4}{5}$ partes de trigo, y el resto, 100 m², de maíz.

¿Cuál es la superficie de la parcela?

$$\text{Trigo} \rightarrow \frac{4}{5} \text{ partes} \rightarrow \text{sobra } \frac{1}{5}$$

$$\text{Maíz} \rightarrow \frac{1}{5} \text{ parte que equivale a } 100 \text{ m}^2$$

$$\text{Superficie de la parcela} = 100 \cdot 5 = 500 \text{ m}^2$$

26 ■■■ Ana se gasta $\frac{2}{3}$ del dinero en ropa y $\frac{1}{4}$ del total en comida.

a) ¿Cuál es la fracción gastada?

b) ¿Qué fracción le queda por gastar?

c) Si salió de casa con 180 €, ¿qué cantidad no se ha gastado?

$$\text{a) } \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\text{b) } 1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

c) La fracción que no se ha gastado es $\frac{1}{12}$:

$$\frac{1}{12} \text{ de } 180 \text{ €} = \frac{180}{12} = 15 \text{ € es la cantidad que no se ha gastado.}$$

27 ■■■ Con una garrafa de $\frac{5}{2}$ de litro se llenan 25 vasos. ¿Qué fracción de litro

entra en 1 vaso?

$$\frac{5}{2} \text{ de litro} : 25 \text{ vasos} = \frac{5}{2} : 25 = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

En 1 vaso entra $\frac{1}{10}$ de litro.

28 ■■■ De una botella de $\frac{3}{4}$ de litro se ha consumido la quinta parte. ¿Qué fracción de litro queda?

Si se ha consumido la quinta parte, quedan sin consumir $\frac{4}{5}$ de la botella:

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{3}{4} \text{ de litro} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \text{ de litro quedan sin consumir.}$$

Potencias

29 ■■■ Calcula.

a) $(-2)^4$

b) -2^4

c) $(-2)^3$

d) -2^{-3}

e) 2^{-3}

f) $(-2)^{-3}$

g) $(-1)^{-16}$

h) 1^{-17}

i) -1^{-30}

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

- a) 16 b) -16 c) -8
d) $\frac{1}{-2^3} = -\frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ f) $\frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$
g) $\frac{1}{(-1)^{16}} = 1$ h) $\frac{1}{1^{17}} = 1$ i) $-\frac{1}{1^{30}} = -1$

30 ■■■ Ordena de menor a mayor.

$$3^{-3} \quad (-3)^{-1} \quad -3^0 \quad (-3)^{-4} \quad 3^{-2}$$

Calculamos el valor de cada una de las potencias:

$$3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \quad (-3)^{-1} = \frac{1}{(-3)^1} = -\frac{1}{3} \quad -3^0 = -1$$

$$(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81} \quad 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Por tanto:

$$-1 < -\frac{1}{3} < \frac{1}{81} < \frac{1}{27} < \frac{1}{9} \rightarrow -3^0 < (-3)^{-1} < (-3)^{-4} < 3^{-3} < 3^{-2}$$

31 ■■■ Calcula.

- a) $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$ c) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}$
d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ e) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$ f) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$
g) $\left(-\frac{7}{6}\right)^{-1}$ h) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ i) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}$
a) $\frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$ b) $-\frac{7}{3}$ c) $(-6)^2 = 36$
d) $2^3 = 8$ e) $\frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$ f) $\frac{3}{2}$
g) $-\frac{6}{7}$ h) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ i) $-(4)^3 = -64$

32 ■■■ Expresa como potencias de base 10.

- a) Cien millones. b) Diez billones.
c) Una milésima. d) Cien mil millones.
e) Una millonésima. f) Cien milésimas.
g) Diez mil billones. h) Mil centésimas.
a) $100 \cdot 1\,000\,000 = 10^2 \cdot 10^6 = 10^8$ b) $10 \cdot 10^{12} = 10^{13}$
c) $0,001 = 10^{-3}$ d) $100\,000 \cdot 1\,000\,000 = 10^5 \cdot 10^6 = 10^{11}$
e) $0,000001 = 10^{-6}$ f) $100 \cdot 0,001 = 10^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-1}$
g) $10\,000 \cdot 10^{12} = 10^4 \cdot 10^{12} = 10^{16}$ h) $1\,000 \cdot 0,01 = 10^3 \cdot 10^{-2} = 10$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

33 ■■■ Escribe en forma de potencia de base 2 ó 5.

a) -625

b) $\frac{1}{128}$

c) $-\frac{1}{25}$

d) $\frac{1}{5}$

e) 32

f) -125

g) $\frac{1}{64}$

h) $-\frac{1}{8}$

a) -5^4

b) $\frac{1}{2^7} = 2^{-7}$

c) $-\frac{1}{5^2} = -5^{-2}$

d) 5^{-1}

e) 2^5

f) -5^3

g) $\frac{1}{2^6} = 2^{-6}$

h) $-\frac{1}{2^3} = -2^{-3}$

PÁGINA 33

34 ■■■ Calcula.

a) $-3 \cdot (4-2)^{-2} + 10 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot (2-5)$

c) $(1-4) \cdot 3^{-2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} - 6 \cdot 2^{-3}$

d) $\left(\frac{8}{5}\right)^{-1} + (3-5) \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 2^{-3} \cdot 3$

a) $-3 \cdot 2^{-2} + 10 \cdot \frac{4}{5} = -3 \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{40}{5} = -\frac{3}{4} + 8 = -\frac{3}{4} + \frac{32}{4} = \frac{29}{4}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{1} + \frac{4}{9} \cdot (-3) = 4 - \frac{4}{3} = \frac{12}{3} - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$

c) $(-3) \cdot \frac{1}{3^2} + \frac{5}{2} - 6 \cdot \frac{1}{2^3} = -\frac{3}{9} + \frac{5}{2} - \frac{6}{8} = -\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{-4}{12} + \frac{30}{12} - \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$

d) $\frac{5}{8} + (-2) \cdot \frac{49}{4} + \frac{1}{2^3} \cdot 3 = \frac{5}{8} - \frac{98}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} - \frac{98}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} - \frac{49}{2} + \frac{3}{8} = 1 - \frac{49}{2} = \frac{2}{2} - \frac{49}{2} = -\frac{47}{2}$

35 ■■■ Calcula.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{7}{2}\right)^3 : \left(-\frac{2}{21}\right)^{-2}$

c) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

d) $\left[\left(\frac{4}{7}\right)^{-1} \cdot \frac{3}{28}\right] : 2^{-4}$

a) $\frac{9}{25} \cdot \frac{10}{9} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{7^3}{2^3} : \left(-\frac{21}{2}\right)^2 = \frac{7^3}{2^3} : \frac{21^2}{2^2} = \frac{7^3 \cdot 2^2}{21^2 \cdot 2^3} = \frac{7^3}{7^2 \cdot 3^2 \cdot 2} = \frac{7}{3^2 \cdot 2} = \frac{7}{9 \cdot 2} = \frac{7}{18}$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

$$\text{c) } -5 \cdot \frac{2^2}{5^2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{-5 \cdot 2^2 \cdot 3^3}{5^2 \cdot 2^3} = \frac{-3^3}{5 \cdot 2} = -\frac{27}{10}$$

$$\text{d) } \left[\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{28}\right] : \frac{1}{2^4} = \frac{3}{16} : \frac{1}{16} = \frac{3 \cdot 16}{16 \cdot 1} = 3$$

36 ■■■ Calcula.

$$\text{a) } \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 : \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4}\right)^2 \qquad \text{b) } \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right)^2 : \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2$$

$$\text{c) } \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4 \qquad \text{d) } \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{12}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{2}\right) \left(\frac{1}{4} - 4\right)^{-1}$$

$$\text{a) } \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 : \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{6}{4} - \frac{7}{4}\right)^3 : \left(\frac{9-10}{8}\right)^2 = \left(\frac{-1}{4}\right)^3 : \left(\frac{-1}{8}\right)^2 = -\left(\frac{1}{2}\right)^6 : \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -1$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right)^2 : \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2 &= \left(\frac{1}{6} - \frac{4}{6}\right)^2 - \left(\frac{8}{6} - \frac{5}{6}\right)^2 : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{3}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{-3}{6}\right)^2 - \left(\frac{3}{6}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \\ &= \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4 &= \left(\frac{6}{4} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{9} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4 = \\ &= \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 = \\ &= \frac{-4^2 \cdot 9}{3 \cdot 4} + 4 = -12 + 4 = -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{12}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 4\right)^{-1} &= \left(\frac{3}{12} - \frac{7}{12}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{10}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{4}\right)^{-1} = \\ &= \frac{-4}{12} + \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{15}{4}\right)^{-1} = \\ &= -\frac{1}{3} + \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{-4}{15}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0 \end{aligned}$$

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

37 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

38 ■■■ Reduce aplicando las propiedades de las potencias.

a) $\frac{(-2)^3 \cdot 4^2}{32}$ b) $\frac{125}{25^2 \cdot (-5)^2}$ c) $\frac{3^2 \cdot 9^4}{(3^5)^2}$

a) $\frac{-2^3 \cdot (2^2)^2}{2^5} = \frac{-2^3 \cdot 2^4}{2^5} = \frac{-2^7}{2^5} = -2^2 = -4$

b) $\frac{5^3}{(5^2)^2 \cdot (-5)^2} = \frac{5^3}{5^4 \cdot 5^2} = \frac{5^3}{5^6} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

c) $\frac{3^2 \cdot (3^2)^4}{3^{10}} = \frac{3^2 \cdot 3^8}{3^{10}} = \frac{3^{10}}{3^{10}} = 1$

PIENSA Y RESUELVE

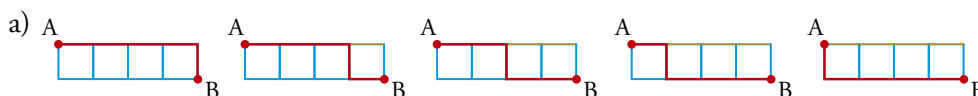
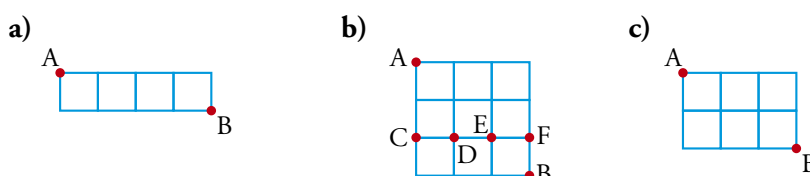
Problemas para contar

39 ■■■ Marta tiene 4 pantalones y 5 camisas. ¿De cuántas formas se puede vestir? ¿Y si además tiene 3 pares de zapatos?

Por cada pantalón que elija, tiene 5 camisas para ponerse; como tiene 4 pantalones, en total tiene $4 \cdot 5 = 20$ formas diferentes de vestirse.

Para cada una de las 20 formas anteriores, puede elegir 3 pares de zapatos. En total tendrá $20 \cdot 3 = 60$ formas diferentes de vestirse.

40 ■■■ En cada uno de los siguientes casos, ¿cuántos caminos distintos hay para llegar de A a B, sin retroceder en ningún momento?



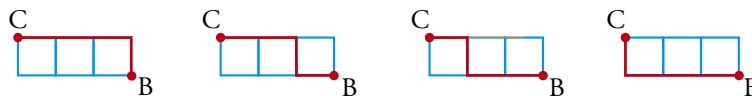
Hay 5 formas de ir de A a B.

b) Para calcular las diferentes posibilidades, organizamos el problema de la siguiente manera:

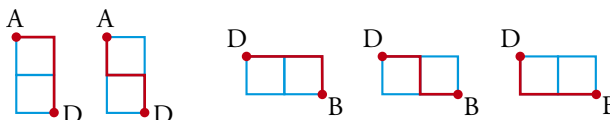
- Calculamos los caminos que hay de A a B pasando por C:

De A a C hay 1 camino y de C a B, 4 caminos $\rightarrow 1 \cdot 4 = 4$ formas.

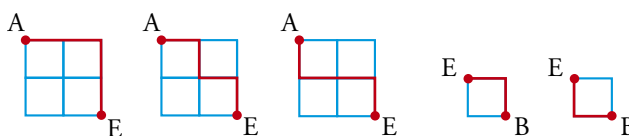
1 Soluciones a los ejercicios y problemas



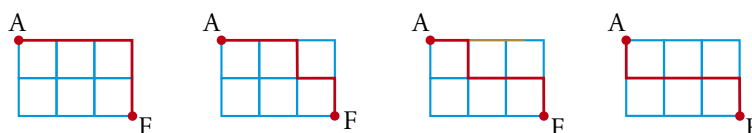
- Calculamos los caminos que hay de A a B, pasando por D y sin pasar por C:
De A a D hay 2 caminos, y de D a B, otros 3 $\rightarrow 2 \cdot 3 = 6$ formas.



- Calculamos los caminos que hay de A a B pasando por E pero no por C ni D:
De A a E hay 3 caminos, y de E a B, otros 2 $\rightarrow 3 \cdot 2 = 6$ formas.

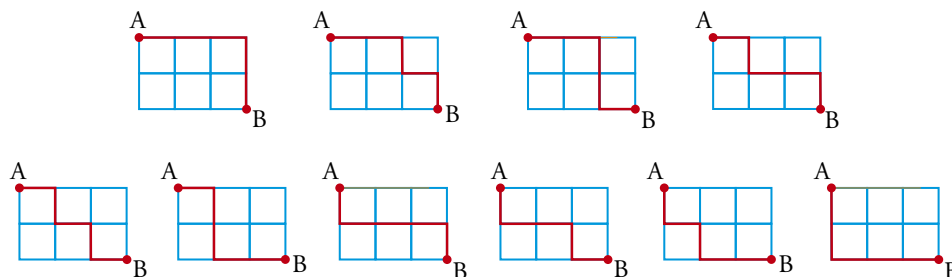


- Calculamos los caminos que hay de A a B pasando por F y sin pasar por C, D y E:
De A a F hay 4 caminos, y de F a B, uno $\rightarrow 4 \cdot 1 = 4$ formas.



- Por tanto, el número total de caminos de A a B es: $4 + 6 + 6 + 4 = 20$

c)



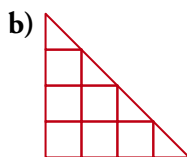
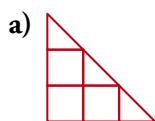
Hay 10 caminos distintos.

41 Una manifestación ocupa una superficie de $3\,600\text{ m}^2$. Si en un metro cuadrado caben 3 personas, ¿cuántas personas han acudido a la manifestación?

Si en 1 m^2 caben 3 personas, en $3\,600\text{ m}^2$ cabrán $3\,600 \cdot 3 = 10\,800$ personas.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

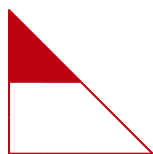
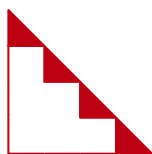
42 ■■■ ¿Cuántos triángulos rectángulos ves en estas figuras?



3 pequeños, 2 medianos y 1 grande. En total, 6 triángulos rectángulos.

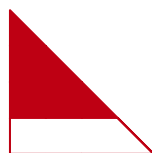
b) 4 triángulos pequeños:

3 triángulos cuyos catetos miden 2:



2 triángulos cuyos catetos miden 3:

1 triángulo grande:



En total, $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos rectángulos.

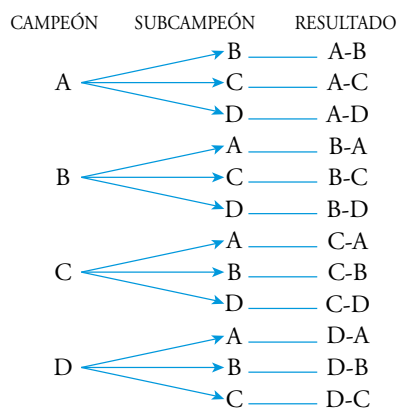
43 ■■■ En un restaurante nos ofrecen para comer un menú que consta de 4 primeros platos, 3 segundos y 4 postres. ¿De cuántas formas distintas podemos comer?

Elegido un primer plato y un segundo, podemos elegir entre 4 postres. Como hay 3 segundos, en total habrá $3 \cdot 4 = 12$ maneras de comer con un primer plato fijo. Al haber 4 primeros platos, en total podemos elegir $4 \cdot 12 = 48$ menús diferentes.

44 ■■■ Cuatro jugadores llegan a la fase final de un campeonato de tenis. Hay una copa para el campeón y una placa para el subcampeón. Calcula de cuántas formas se pueden repartir los premios y descríbelas.

Llamamos a los jugadores A, B, C y D.

Hacemos un diagrama en árbol:



En total hay $3 \cdot 4 = 12$ formas de repartir los premios.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

45 ■■■ Seis amigos van a jugar un campeonato de pádel, jugando todos contra todos.

a) ¿Cuántos partidos han de jugar?

b) ¿Cuántos partidos jugarían si el campeonato fuera a doble vuelta?

a) Llamamos a los jugadores A, B, C, D, E y F.

Usamos la siguiente tabla para contar el número de partidos y describirlos:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | × | A · B | A · C | A · D | A · E | A · F |
| B | × | × | B · C | B · D | B · E | B · F |
| C | × | × | × | C · D | C · E | C · F |
| D | × | × | × | × | D · E | D · F |
| E | × | × | × | × | × | E · F |
| F | × | × | × | × | × | × |

En la tabla se refleja que el campeonato no es a doble vuelta y que un jugador no juega contra sí mismo. Hay, por tanto, 15 partidos.

b) Jugarán el doble de partidos que en el apartado anterior; es decir:

$$15 \cdot 2 = 30 \text{ partidos.}$$

Los describimos usando la siguiente tabla:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | × | A · B | A · C | A · D | A · E | A · F |
| B | B · A | × | B · C | B · D | B · E | B · F |
| C | C · A | C · B | × | C · D | C · E | C · F |
| D | D · A | D · B | D · C | × | D · E | D · F |
| E | E · A | E · B | E · C | E · D | × | E · F |
| F | F · A | F · B | F · C | F · D | F · E | × |

46 ■■■ Se tienen apiladas 20 cajas con latas de refresco en cada una de las cuales hay 6 filas y 8 columnas. Calcula el número total de latas de refresco que hay.

Cada caja contiene $6 \cdot 8 = 48$ latas de refresco.

En 20 cajas habrá: $20 \cdot 48 = 960$ latas de refresco

PÁGINA 34

47 ■■■ En una zona de montañas hay 4 casas rurales que están comunicadas por los caminos indicados en este dibujo:



Calcula el número de rutas posibles que se pueden seguir para ir de A a D.

Elegido un camino para ir de A a B, y otro para ir de B a C, hay 4 caminos posibles para ir de C a D. Como de A a B hay 3 caminos posibles, y de B a C, 2 caminos, en total habrá: $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ rutas posibles para ir de A a D.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

48 ■■■ ¿Cuántos números capicúas hay entre el 2 000 y el 5 000?

Los números capicúas que hay entre 2 000 y 3 000 son de la forma $2aa2$, siendo $a = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

Hay 10 números capicúas entre 2 000 y 3 000.

Análogamente, entre 3 000 y 4 000 y entre 4 000 y 5 000:

$$3aa3 \rightarrow 10 \text{ capicúas}$$

$$4aa4 \rightarrow 10 \text{ capicúas}$$

El total de números capicúas entre 2 000 y 5 000 es de $10 \cdot 3 = 30$.

Fracciones

49 ■■■ En un depósito, el lunes había 3 000 litros de agua y estaba lleno. El martes se gastó $\frac{1}{6}$ del depósito. El miércoles se sacaron 1 250 litros.

¿Qué fracción queda?

Lunes \rightarrow depósito lleno = 3 000 l

Martes \rightarrow se gastó $\frac{1}{6}$ del depósito = $\frac{1}{6}$ de 3 000 = 500 l

Miércoles \rightarrow se sacaron 1 250 l

Litros que quedan $\rightarrow 3\,000 - 1\,250 - 500 = 1\,250$ l

La fracción que representa el número de litros que queda es $\frac{1\,250}{3\,000} = \frac{5}{12}$.

50 ■■■ Una pelota pierde en cada bote $\frac{2}{5}$ de la altura a la que llegó en el bote anterior.

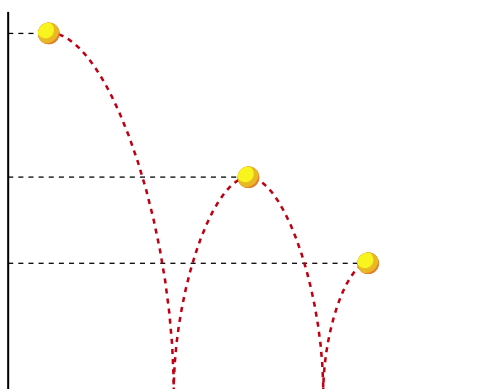
¿Qué fracción de la altura inicial, desde la que cayó, alcanzará cuatro botes después?

En el primer bote alcanzará una

altura de $\frac{3}{5}$ de la altura inicial;

en el segundo bote la altura será $\frac{3}{5}$ de $\frac{3}{5}$ de la altura inicial...

... luego en cuatro botes la altura alcanzada será $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}$ de la altura inicial.



1 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 51** ■■■ Los $\frac{3}{8}$ de un poste están pintados de blanco; los $\frac{3}{5}$ del resto, de azul, y el resto, que mide 1,25 m, de rojo.

¿Cuál es la altura del poste? ¿Cuánto mide la parte pintada de azul?

$$\text{Pintados de blanco} \rightarrow \frac{3}{8} \rightarrow \text{el resto es } \frac{5}{8}$$

$$\text{Pintados de azul} \rightarrow \frac{3}{5} \text{ del resto} = \frac{3}{5} \text{ de } \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Pintados de rojo} \rightarrow 1,25 \text{ m}$$

$$\text{Fracción pintada de blanco o azul} = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{El resto, que es } \frac{1}{4}, \text{ está pintado de rojo, y representa } 1,25 \text{ m} \rightarrow$$

$$\text{ALTURA DEL POSTE} = 1,25 \cdot 4 = 5 \text{ m}$$

$$\text{La parte pintada de azul mide } \frac{3}{8} \text{ de } 5 = 1,875 \text{ m.}$$

- 52** ■■■ Una canica cae al suelo y se eleva cada vez a los $\frac{2}{3}$ de la altura anterior.

Después de haber botado tres veces, se ha elevado 2 m de altura.

¿Desde qué altura cayó?

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{2}{3} \text{ de la altura inicial es } 2 \text{ m} \rightarrow$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \text{ de la altura inicial} = 2 \text{ m} \rightarrow \frac{8}{27} \text{ de la altura inicial} = 2 \text{ m}$$

$$\text{Altura inicial} = \frac{2 \cdot 27}{8} = 6,75 \text{ m}$$

- 53** ■■■ Un jardinero riega en un día $\frac{2}{5}$ partes del jardín. ¿Cuántos días tardará

en regar todo el jardín?

¿Cuánto ganará si cobra 50 € por día?

$$\text{En 1 día riega } \frac{2}{5} \text{ partes} \rightarrow \text{en medio día riega: } \frac{2}{5} : 2 = \frac{1}{5} \text{ del jardín.}$$

Luego todo el jardín lo regará en 5 medios días, es decir, en 2 días y medio.

$$\text{En 1 día cobra } 50 \text{ €} \rightarrow \text{en 2 días y medio: } 50 \cdot 2,5 = 125 \text{ €.}$$

- 54** ■■■ En un puesto de frutas y verduras, los $\frac{5}{6}$ del importe de las ventas de un día corresponden al apartado frutas. Del dinero recaudado en la venta de fruta, los $\frac{3}{8}$ corresponden a las naranjas. Si la venta de naranjas asciende a 89 €, ¿qué caja ha hecho el establecimiento?

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

Del dinero total recaudado, la fracción que corresponde a la venta de naranjas es:

$$\frac{3}{8} \text{ de } \frac{5}{6} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{48} = \frac{5}{16}$$

Por lo tanto, $\frac{5}{16}$ equivale a 89 € $\rightarrow \frac{1}{16}$ equivale a 17,8 € (resultado de dividir 89 entre 5) \rightarrow el total de dinero recaudado será $17,8 \cdot 16 = 284,8$ €.

55 ■■■ A Pablo le descuentan al mes, del sueldo bruto, la octava parte de IRPF y la décima parte para la Seguridad Social. Si el sueldo neto es 1 302 €, ¿cuál es su sueldo bruto mensual?

Calculamos la fracción total que se descuenta del sueldo bruto:

$$\left. \begin{array}{l} \text{IRPF} \rightarrow \frac{1}{8} \\ \text{S. Social} \rightarrow \frac{1}{10} \end{array} \right\} \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{5}{40} + \frac{4}{40} = \frac{9}{40}$$

Por tanto, la fracción que cobra del sueldo bruto es $1 - \frac{9}{40} = \frac{31}{40}$.

$$\frac{31}{40} \text{ del sueldo bruto} = 1\,302 \rightarrow \text{Sueldo bruto} = \frac{1\,302 \cdot 40}{31} = 1\,680$$

Su sueldo bruto mensual es de 1 680 €.

56 ■■■ De una clase de alumnos, $\frac{3}{7}$ del total han ido al museo de ciencias y $\frac{2}{5}$ a un concierto.

a) ¿Adónde han ido más alumnos?

b) Si 6 alumnos no han ido a ninguna actividad, ¿cuántos alumnos hay en la clase?

a) Comparamos las fracciones $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{5}$:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{7} = \frac{15}{35} \\ \frac{2}{5} = \frac{14}{35} \end{array} \right\} \frac{15}{35} > \frac{14}{35} \rightarrow \frac{3}{7} > \frac{2}{5}$$

Han ido más alumnos al museo de Ciencias.

b) Fracción de alumnos que han ido a alguna actividad:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{15}{35} + \frac{14}{35} = \frac{29}{35}$$

Fracción de alumnos que no han ido a ninguna actividad:

$$1 - \frac{29}{35} = \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$$

$\frac{6}{35}$ equivale a 6 alumnos $\rightarrow \frac{35}{35}$ equivaldrá a 35 alumnos.

En la clase hay 35 alumnos.

- 57** ■■■ En una fiesta de cumpleaños se comen, en una primera ronda, $\frac{3}{8}$ de la tarta, y, después, la quinta parte de lo que sobra.

¿Qué fracción de tarta no se ha comido?

$$\text{Primera ronda} \rightarrow \text{se comen } \frac{3}{8} \rightarrow \text{sobra } \frac{5}{8}$$

$$\text{Segunda ronda} \rightarrow \text{se comen } \frac{1}{5} \text{ de lo que sobra} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Fracción del total de tarta comida} = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{La fracción de tarta que no se ha comido es } \frac{1}{2}.$$

- 58** ■■■ Una familia se va de vacaciones diez días. Se alojan en un hotel con pensión completa cuyo coste representa $\frac{3}{5}$ de su presupuesto, gastándose $\frac{2}{3}$ del resto en ocio.

Si regresan a su casa con 640 €, ¿cuál era su presupuesto para las vacaciones?

$$\text{Fracción gastada en el hotel con pensión completa} \rightarrow \frac{3}{5}. \text{ Sobran } \frac{2}{5}.$$

$$\text{Fracción gastada en ocio} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

$$\text{Fracción total gastada} \rightarrow \frac{3}{5} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} + \frac{4}{15} = \frac{13}{15}$$

$$\text{Fracción sin gastar} \rightarrow 1 - \frac{13}{15} = \frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{15} \text{ equivale a } 640 \text{ €} \rightarrow \frac{1}{15} \text{ equivale a } 640 : 2 = 320 \text{ €}$$

El presupuesto para las vacaciones ha sido de $320 \cdot 15 = 4800 \text{ €}$.

- 59** ■■■ De un solar se venden primero los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. El ayuntamiento expropia los 3200 m^2 restantes para un parque público.

¿Cuál era la superficie del solar?

$$1^{\text{a}} \text{ venta} \rightarrow \frac{2}{3} \rightarrow \text{queda por vender } \frac{1}{3}$$

$$2^{\text{a}} \text{ venta} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Fracción que representa el solar vendido} = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

Fracción que representa el solar sin vender, que es la superficie expropiada:

$$\frac{9}{9} - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}, \text{ que equivale a } 3200 \text{ m}^2$$

La superficie del solar será $3200 \cdot 9 = 28800 \text{ m}^2$.

1 Soluciones a los ejercicios y problemas

- 60** ■■■ Un obrero ha tardado 1 hora y tres cuartos en acuchillar $\frac{3}{5}$ partes de un piso. Si ha empezado a las 10 de la mañana, ¿a qué hora acabará?

$$1 \text{ hora y tres cuartos} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4} \text{ de hora}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \text{ partes del piso tarda } \frac{7}{4} \text{ de hora} &\rightarrow \frac{1}{5} \text{ tardará } \frac{7}{4} : 3 = \frac{7}{12} \text{ de hora} = \\ &= \frac{7}{12} \text{ de 60 minutos} = \frac{7 \cdot 60}{12} = 35 \text{ minutos.} \end{aligned}$$

En acuchillar todo el piso tardará $35 \cdot 5 = 175$ minutos; es decir, 2 horas y 55 minutos.

Si ha empezado a las 10 de la mañana, acabará a la una menos cinco de la tarde (12 h 55 min) en acuchillar todo el piso.

- 61** ■■■ Un tren tarda 3 horas y cuarto en recorrer $\frac{5}{9}$ de un trayecto de 918 km.

a) Calcula el tiempo que tarda en realizar el trayecto si sigue a la misma velocidad.

b) ¿Cuál ha sido su velocidad media?

a) 3 horas y cuarto = $3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ de hora

En recorrer $\frac{5}{9}$ del trayecto tarda $\frac{13}{4}$ de hora \rightarrow En recorrer $\frac{1}{9}$ tardará:

$$\frac{13}{4} : 5 = \frac{13}{20} \text{ de hora} = \frac{13}{20} \text{ de 60 minutos} = \frac{13 \cdot 60}{20} = 39 \text{ minutos}$$

En realizar todo el trayecto tardará $9 \cdot 39 = 351$ minutos; esto es, 5 horas y 51 minutos.

b) velocidad = $\frac{\text{espacio}}{\text{tiempo}}$ 5 h y 51 minutos = $5 \text{ h} + \frac{51}{60} \text{ h} = \frac{351}{60} \text{ h}$

$$\text{velocidad} = \frac{918 \text{ km}}{\frac{351}{60} \text{ h}} = \frac{918 \cdot 60}{351} \approx 156,92 \text{ km/h}$$

- 62** ■■■ Reduce.

a) $\frac{(a^3)^2 \cdot b^4}{(ab)^2}$ b) $\frac{a^2 \cdot (b \cdot c)^2}{(ab)^3 \cdot c}$ c) $\frac{(ab)^2 - (ab)^3}{(ab)^4}$

a) $\frac{(a^3)^2 \cdot b^4}{(ab)^2} = \frac{a^6 \cdot b^4}{a^2 b^2} = a^4 \cdot b^2$

b) $\frac{a^2 \cdot (b \cdot c)^2}{(ab)^3 \cdot c} = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot c^2}{a^3 \cdot b^3 \cdot c} = \frac{c}{ab}$

c) $\frac{(ab)^2 - (ab)^3}{(ab)^4} = \frac{a^2 b^2 - a^3 b^3}{a^4 b^4} = \frac{a^2 b^2 (1 - ab)}{a^4 b^4} = \frac{1 - ab}{a^2 b^2}$

63 ■■■ Reduce aplicando las propiedades de las potencias.

$$\text{a) } \frac{2^2 \cdot 3^4}{9 \cdot 12 \cdot 6} \quad \text{b) } \frac{4 \cdot 45 \cdot 24}{3^3 \cdot 2^4 \cdot 5} \quad \text{c) } \frac{8 \cdot 27^{-1}}{12^{-1}}$$

$$\text{a) } \frac{2^2 \cdot 3^4}{9 \cdot 12 \cdot 6} = \frac{2^2 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{2^2 \cdot 3^4}{2^3 \cdot 3^4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } \frac{4 \cdot 45 \cdot 24}{3^3 \cdot 2^4 \cdot 5} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 3}{3^3 \cdot 2^4 \cdot 5} = \frac{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5}{3^3 \cdot 2^4 \cdot 5} = 2$$

$$\text{c) } \frac{8 \cdot 27^{-1}}{12^{-1}} = \frac{2^3 \cdot 3^{-3}}{2^{-2} \cdot 3^{-1}} = 2^5 \cdot 3^{-2} = \frac{2^5}{3^2}$$