

 Departamento Matemáticas IES ABYLA	Nombre 1:			1ª Evaluación	Nota
	Nombre 2:				
	Curso:	4º ESO A	Micro Examen DUO I		
	Fecha:	6 de noviembre de 2022	Temas 1 y 2		

Realizad paso a paso las operaciones pedidas. Sed claros, concisos, limpios y ordenados

1.- Calculad paso a paso las siguientes operaciones combinadas: (2,5 puntos)

$$a) \left[\left[\left[3(5^2 - \sqrt{16}) \cdot 2^2 \right] : (2\sqrt{49}) \right] - \left[\left[(17-15)^3 + (7-12)^2 \right] : \left[(6-7)^{-3} \cdot (12-23) \right] \right] \right] : 5 =$$

$$b) \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3 \right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{4} : \left(2 - \frac{28}{19} \right)} = \frac{3 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3 \right) + \frac{29}{6} : 5}{3 + \frac{4}{5} \cdot \left(2 - \frac{28}{19} \right)}$$

2.- Calculad, paso a paso, utilizando las propiedades de las potencias y de los radicales según sea el caso: (2,5 puntos)

$$a) \frac{(-3)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^0\right]^{-2}}{(-3)^5 \cdot 3^{-2} \cdot (-3)^{-3} \cdot \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]^{-1}} =$$

$$b) \sqrt{16 \cdot b \cdot a^2} \cdot \sqrt[3]{8 \cdot a \cdot b^3} \cdot \sqrt{64 \cdot b^6 \cdot a^4} =$$

Elegid 2 de los 3 problemas siguientes, y si queréis, el tercero actuará como bonus

3.- Un agricultor ha visto como su cosecha de tomates ha disminuido debido a un temporal de cuatro días de duración. El primer día perdió 1/3 de la cosecha; el segundo, 1/3 de lo que perdió el primero; el tercero, 1/3 de lo que perdió el segundo; y el cuarto día del temporal perdió 1/3 de lo que perdió el tercero. Después de estas pérdidas le quedan todavía 82 tomates. (2,5 puntos)

- ¿Qué fracción de su cosecha perdió el cuarto día?
- ¿Cuántos tomates tenía antes del temporal?
- ¿Cuántos ha perdido?

4.- ¿A qué rédito se impuso un capital de 4.000€ que se transformó en 4.564,66 € en 3 años? (2,5 puntos)

5.- Se cree que, por año, un coche nuevo pierde de media un 15% de su precio original. Si el coche de mis sueños, el Audi RS Q3 Sportback, vale actualmente 82.000 € en el concesionario. (2,5 puntos)

- ¿Cuál sería su valor dentro de 25 años?
- ¿Qué porcentaje de dinero habría perdido?

	Nombre:	SOLUCIONES		1ª Evaluación	Nota
	Curso:	4º ESO A	Micro Examen DUO I		
	Fecha:	6 de Noviembre de 2023	Temas 1 y 2		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calculad paso a paso las siguientes operaciones combinadas: (2,5 puntos)

$$\begin{aligned}
 a) & \left[\left[\left[\left[3 \cdot (5^2 - \sqrt{16}) \cdot 2^2 \right] : (2\sqrt{49}) \right] - \left[(17-15)^3 + (7-12)^2 \right] : \left[(6-7)^{-3} \cdot (12-23) \right] \right] \right] : 5 = \\
 & = \left[\left[\left[\left[3 \cdot (25-4) \cdot 4 \right] : (2 \cdot 7) \right] - \left[(2^3 + (-5)^2) : \left[(-1)^{-3} \cdot (-11) \right] \right] \right] \right] : 5 = \left[\left[\left[3 \cdot 21 \cdot 4 \right] : 14 \right] - \left[8 + 25 \right] : 11 \right] : 5 = \\
 & = \left[18 - [33 : 11] \right] : 5 = [18 - 3] : 5 = 15 : 5 = 3
 \end{aligned}$$

$$b) \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3 \right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} \cdot \left(2 - \frac{28}{19} \right)} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{44}{15} \right) + \frac{29}{30}}{1 + \frac{10}{19} \cdot \left(\frac{10}{19} \right)} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{22}{15} + \frac{29}{30}}{1+1} = \frac{1}{2}$$

2.- Calculad, paso a paso, utilizando las propiedades de las potencias y de los radicales según sea el caso: (2,5 puntos)

$$a) \frac{(-3)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^0\right]^{-2}}{(-3)^5 \cdot 3^{-2} \cdot (-3)^{-3} \cdot \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right]^{-1}} = -\frac{3^2 \cdot 3^{-2} \cdot 3^4 \cdot 1}{3^5 \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 3^3} = -\frac{3^4}{3^3} = -3$$

$$\begin{aligned}
 b) & \sqrt{16 \cdot a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{8 \cdot a \cdot b^3} \cdot \sqrt[4]{64 \cdot a^4 \cdot b^6}} = \sqrt{2^4 \cdot a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{2^3 \cdot a \cdot b^3} \cdot \sqrt[4]{2^6 \cdot a^4 \cdot b^6}} = \sqrt[3]{2^{12} \cdot a^6 \cdot b^3 \cdot 2^3 \cdot a \cdot b^3 \cdot \sqrt[4]{2^6 \cdot a^4 \cdot b^6}} = \\
 & = \sqrt[6]{2^{15} \cdot a^7 \cdot b^6 \cdot \sqrt[4]{2^6 \cdot a^4 \cdot b^6}} = \sqrt[6]{2^{30} \cdot a^{14} \cdot b^{12} \cdot 2^6 \cdot a^4 \cdot b^6} = \sqrt[12]{2^{36} \cdot a^{18} \cdot b^{18}} = 2^3 \cdot a \cdot b \cdot \sqrt[12]{a^6 \cdot b^6} = 8ab\sqrt{ab}
 \end{aligned}$$

3.- Un agricultor ha visto como su cosecha de tomates ha disminuido debido a un temporal de cuatro días de duración. El primer día perdió 1/3 de la cosecha; el segundo, 1/3 de lo que perdió el primero; el tercero, 1/3 de lo que perdió el segundo; y el cuarto día del temporal perdió 1/3 de lo que perdió el tercero. Después de estas pérdidas le quedan todavía 82 tomates. (2,5 puntos)

- ¿Qué fracción de su cosecha perdió el cuarto día?
- ¿Cuántos tomates tenía antes del temporal?
- ¿Cuántos ha perdido?

El primer día pierde $\frac{1}{3}$ de la cosecha, el segundo $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, el tercero $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{9} = \frac{1}{27}$ y el cuarto $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{27} = \frac{1}{81}$

Por tanto, el cuarto pierde 1/81 de la cosecha.

El total perdido es la suma de lo perdido en los 4 días: $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = \frac{40}{81}$ y por tanto lo quedaban $1 - \frac{40}{81} = \frac{41}{81}$ de los tomates, que se corresponde con los 82 tomates restantes. Por tanto:

$$\frac{41}{81} \text{ de } x = 82 \quad \rightarrow \quad x = \frac{82 \cdot 81}{41} = 162$$

Así que, antes del temporal tenía 160 tomates.

Así que, si tenía 162 y le quedan 82, **ha perdido 162 - 82 = 80 tomates**

4.- ¿A qué rédito se impuso un capital de 4.000€ que se transformó en 4.564,66 € en 3 años? (2,5 puntos)

Sabemos que el capital final en un problema de interés compuesto viene dado por la expresión:

$C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$ y de esta expresión hemos de despejar t. Vamos a ello:

$$\begin{aligned} C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t &\rightarrow \frac{C_f}{C_o} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \rightarrow \left(\frac{C_f}{C_o}\right)^{\frac{1}{t}} = \left[\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t\right]^{\frac{1}{t}} \rightarrow \left(\frac{C_f}{C_o}\right)^{\frac{1}{t}} = \left(1 + \frac{r}{100}\right) \\ \rightarrow \left(\frac{C_f}{C_o}\right)^{\frac{1}{t}} &= \left(1 + \frac{r}{100}\right) \rightarrow \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}} = 1 + \frac{r}{100} \rightarrow \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}} - 1 = \frac{r}{100} \rightarrow r = 100 \left(\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}} - 1\right) \end{aligned}$$

Si cambiamos cada letra por su valor, llegamos a:

$$r = 100 \left(\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}} - 1\right) \rightarrow r = 100 \left(\sqrt[3]{\frac{4564,66}{4000}} - 1\right) = 100 \cdot (0,044999) = 4,499999 = 4,5 \%$$

Luego el rédito era del 4,5 % anual.

5.- Se cree que, por año, un coche nuevo pierde de media un 15% de su precio original. Si el coche de mis sueños, el Audi RS Q3 Sportback, vale actualmente 82.000 € en el concesionario. (2,5 puntos)

- ¿Cuál sería su valor dentro de 25 años?
- ¿Qué porcentaje de dinero habría perdido?

Si pierde un 15 % cada año, esto lleva asociado un índice de variación de:

$$I_v = \left(1 - \frac{\%}{100}\right) = \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1 - 0,15 = 0,85$$

Como pierde el mismo porcentaje cada año, el índice de variación total será el producto de todos ellos:

$$I_{v_{Total}} = I_{v_1} \cdot I_{v_2} \cdot I_{v_3} \cdots I_{v_{23}} \cdot I_{v_{24}} \cdot I_{v_{25}} = (0,85) \cdot (0,85) \cdot (0,85) \cdots (0,85) \cdot (0,85) \cdot (0,85) = (0,85)^{25}$$

Y ahora, para calcular la cantidad final, bastaba con multiplicar la cantidad inicial por el I_v total:

$$C_f = C_o \cdot I_{v_{Total}} = 82.000 \cdot (0,85)^{25} = 1410,22 \text{ €}$$

Por tanto, el valor del Audi RS Q3 dentro de 25 años será de 1.410,22 €

Para el % perdido, usamos el I_v total:

$$\begin{aligned} I_{v_{Total}} &= \left(1 + \frac{\%}{100}\right) = (0,85)^{25} = 0,0171978 \rightarrow 1 - \frac{\%}{100} = 0,0171978 \rightarrow 1 - 0,0171978 = \frac{\%}{100} \\ \rightarrow 0,982802 &= \frac{\%}{100} \rightarrow \% = 100 \cdot 0,982802 = 98,28 \end{aligned}$$

Así que se ha perdido el 98,28 % del valor inicial del coche.