I.E.S. ABYLA (Ceuta)	Nombre:			
	Curso:	**4º ESO A**	Examen VI	
	Fecha:	19 de febrero de 2024	*Examen de problemas*	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los 2/5 de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dhs. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado. (1,5 puntos)

2.- Debido al excesivo precio del aceite de oliva, la cooperativa de supermercados Coviran, junto con algunos productores olivareros de la provincia de Granada, deciden lanzar 2.000 litros de un aceite de oliva mezcla de dos de los mejores aceites de la región al precio de 7,20 € el litro. ¿Qué cantidades cada uno de los aceites han utilizado para conseguir dicha mezcla, si uno cuesta 9 € el litro y el otro 6 €? (1,5 puntos)

3.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado? (1,5 puntos)

4.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina? (1,5 puntos)

5.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje? (1 punto)

6.- El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12 % respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿Cuántos vieron la exposición en enero? (1,5 puntos)

7.- Si al lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es 22 m^2 más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)

B.- La edad de una madre es 21 años mayor que la de su hijo. Al cabo de 6 años la edad de la madre será cinco veces la que tenga el hijo. ¿Qué está haciendo el padre?

(Problema extraído de la película **La habitación de Fermat**)

	Nombres:	**S O L U C I O N E S**		EVAL II	Nota
I.E.S. ABYLA (Ceuta)	Curso:	**4º ESO A**	Examen de Problemas		
	Fecha:	12 de febrero de 2024	Cada ejercicio vale 1 punto		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los 2/5 de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dhs. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía el cajero al principio:

Primer pago: $\frac{2}{5}x+500$

Quedan: $x-\left(\frac{2}{5}x+500\right)=\frac{3}{5}x-500$

Segundo pago: $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}x-500\right)+250=\frac{3}{10}x-250+250=\frac{3}{10}x$

Entre los dos pagos, ha el cajero ha dado: $\frac{2}{5}x+500+\frac{3}{10}x=\frac{7}{10}x+500$

Por lo que quedan: $x-\left(\frac{7}{10}x+500\right)=\frac{3}{10}x-500$

Y esta cantidad se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio, es decir, con $\frac{x}{5}$.

Así que, la ecuación será: $\frac{3}{10}x-500=\frac{x}{5}$, cuya solución es:

$$\frac{3x}{10}-500=\frac{x}{5} \quad \rightarrow \quad \frac{3x}{10}-\frac{5000}{10}=\frac{2x}{10} \quad \rightarrow \quad 3x-5000=2x \quad \rightarrow x=5000$$

Por tanto, en el cajero habían 5.000 dh

En el primer pago ha dado $\frac{2}{5}\cdot 5000+500=2.500$ y en el segundo $\frac{3}{10}\cdot 5000=1.500$

Así que el primer pago da 2.500 dh y en el segundo 1.500 dh.

De esta forma quedan 1.000 dh que se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio.

2.- Debido al excesivo precio del aceite de oliva, la cooperativa de supermercados Coviran, junto con algunos productores olivareros de la provincia de Granada, deciden lanzar 2.000 litros de un aceite de oliva mezcla de dos de los mejores aceites de la región al precio de 7,20 € el litro. ¿Qué cantidades cada uno de los aceites han utilizado para conseguir dicha mezcla, si uno cuesta 9 € el litro y el otro 6 €?

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio (€/litro)	Total
Aceite 1	x	9	9x
Aceite 2	2000-x	6	6·(2000-x) = 12.000 – 6x
Mezcla de aceites	2000	7,20	2000·7,20 = 14.400

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Aceite(1)} + Total_{Aceite(2)} = Total_{Mezcla} \quad \rightarrow \quad 9x + 12.000 - 6x = 14.400$$

Que resolviendo nos da:

$$9x + 12.000 - 6x = 14.400 \quad \rightarrow \quad 9x - 6x = 14.400 - 12.000 \quad \rightarrow \quad 3x = 2.400 \quad \rightarrow \quad x = 800$$

La mezcla contiene 800 litros de aceite de 9 € y 1.200 litros de aceite de 6 €.

3.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría una de las bombas, entonces la otra tardaría 16+x horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en cuanto depósito se vacía en una hora con cada una de las bombas o con las dos:

$$\left.\begin{array}{l} Bomba\ 1: x \\ Bomba\ 2: x+16 \\ Las\ dos: 15 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora vaciaran:}} \left.\begin{array}{l} Bomba\ 1: \frac{1}{x} \\ Bomba\ 2: \frac{1}{x+16} \\ Las\ dos: \frac{1}{15} \end{array}\right\} \xrightarrow[\substack{\text{Será igual a la suma de lo que}\\ \text{haga cada una pors eparado}\\ \text{también en 1 hora}}]{\substack{\text{Lo que hagan las dos bombas}\\ \text{a la vez en 1 hora}}} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}} + \frac{15x}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}} = \frac{x(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}} \rightarrow 15x + 240 + 15x = x^2 + 16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0 \rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -14 \\ c = -240 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4\cdot 1\cdot(-240)}}{2\cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{196+960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{14 \pm 34}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14+34}{2} = \frac{48}{2} = 24 \\ x_2 = \frac{14-34}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, una bomba es capaz de vaciar el depósito en 24 horas y la otra en 24 + 16 = 40 horas.

4.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?

Edades	Hoy	Dentro de 9 años
Hija	x	$x + 9$
Madre	x^2	$x^2 + 9$

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que llamaremos x a la edad actual de la hija.

Con ello, ya podemos plantear la ecuación en la línea temporal: *dentro de 9 años:*

En 9 años, la edad de la madre (x^2+9) será (=) el triple de la de la hija $3\cdot(x+9)$

$$x^2 + 9 = 3(x+9) \rightarrow x^2 + 9 = 3x + 27 \rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -18 \end{cases}$$

Y cuya solución es:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad\rightarrow\quad x=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot 1\cdot(-18)}}{2\cdot 1}=\frac{3\pm\sqrt{9+72}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{3\pm 9}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{3+9}{2}=\frac{12}{2}=6 \\ x_2=\frac{3-9}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (ya que las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre 6^2= 36 años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 9 años, vemos que 6+9=15 y 36+9=45 que es el triple.

5.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que, si llamamos **x** al número de coches, entonces el número de motos será: **110–x**, y con esto ya podemos plantear la ecuación ayudándonos del número de ruedas en el garaje y de que un coche tiene 4 ruedas y una moto dos:

$$\left.\begin{matrix} Coches: x \\ Motos: 110-x \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{Por el número de Ruedas}} 4x+2(110-x)=360 \quad\rightarrow\quad 4x+220-2x=360 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad 4x-2x=360-220 \quad\rightarrow\quad\rightarrow\quad 2x=140 \quad\rightarrow\quad x=\frac{140}{2} \quad\rightarrow\quad x=70$$

Por tanto, en el garaje hay 70 coches y 110–70 = 40 motos.

Si calculamos el total de ruedas, vemos que 70·4+2·40=280+80=360, coincide con el número dado en el enunciado.

6.- El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12 % respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿Cuántos vieron la exposición en enero?

Llamaremos x al número de visitantes en el mes de enero. Como el porcentaje de visitas sube y luego baja, calcularemos los índices de variación de cada uno de los meses:

$$Iv_{febrero}=1+\frac{12}{100}=1+0.12=1,12 \qquad\qquad Iv_{marzo}=1-\frac{12}{100}=1-0.12=0,88$$

Recuerda que el índice de variación total, se calculaba multiplicando todos los índices de variación parciales:

$$Iv_{Total}=Iv_{febrero}\cdot Iv_{marzo}=1,12\cdot 0,88=0,9856$$

Sabemos que el número de visitantes en marzo fue de:

$$C_{fin}=C_{ini}\cdot Iv_{Total} \quad\rightarrow\quad Asistentes_{marzo}=Asistentes_{enero}\cdot Iv_{total} \quad\rightarrow\quad Asistentes_{marzo}=X\cdot 0,9856$$

Pues, con esto, y sabiendo que en enero asistieron 36 personas más a la exposición, podemos escribir la ecuación:

$$Asistentes_{enero}=Asistentes_{marzo}+36 \quad\rightarrow\quad x=0,98567\cdot x+36$$

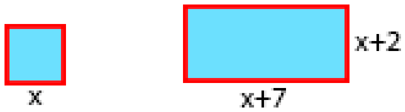
Cuya solución es:

$$x=0,98567\cdot x+36 \quad\rightarrow\quad x-0,98567\cdot x=36 \quad\rightarrow\quad 0,0144x=36 \quad\rightarrow\quad x=\frac{36}{0.0144} \quad\rightarrow\quad x=2.500$$

Por tanto, a la exposición asistieron 2.500 personas en enero.

7.- Si al lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es 22 m^2 más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)

Lo primero que haremos será ayudarnos de un pequeño croquis del problema:



Si llamamos **x** al lado del cuadrado, su área será: $A_c=x^2$. Y si alargamos uno de sus lados en 7 metros y el otro en 2, obtenemos un rectángulo cuya área será:

$$A_{\text{Cuadrado}} = x^2 \qquad\qquad A_{\text{Rectángulo}} = (x+2)\cdot(x+7)$$

Y, si, además, nos dicen que el área del rectángulo es el doble de la del cuadrado + 22 m², ya podemos plantear la ecuación:

$$A_{\text{Rectángulo}} = 2\cdot A_{\text{Cuadrado}} + 22 \quad \rightarrow \quad (x+7)\cdot(x+2) = 2x^2+22$$

Cuya solución es:

$$(x+7)\cdot(x+2) = 2x^2+22 \quad \rightarrow \quad x^2+9x+14 = 2x^2+22 \quad \rightarrow \quad x^2-9x+8=0$$

$$\xrightarrow{\text{Factorizando}} \quad (x-8)\cdot(x-1)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Si comprobamos las soluciones, vemos que ambas verifican la ecuación.

Por tanto, existen dos cuadrados que verifican el enunciado, uno 1 metro de lado y otro de 8 metros.

B.– La edad de una madre es 21 años mayor que la de su hijo. Al cabo de 6 años la edad de la madre será cinco veces la que tenga el hijo. ¿Qué está haciendo el padre?

Se trata de un problema de edades, en el que llamaremos **x** a la edad actual del hijo, y con la ayuda de una tabla:

Edades	Hoy	Al cabo de 6 años
Hijo	x	x + 6
Madre	$x + 21$	x + 27

Con todos estos datos, podemos plantear la ecuación en la línea temporal al cabo de 6 años:

En 6 años, la edad de la madre (x+27) será (=) cinco veces la del hijo 5·(x+6) $\rightarrow \quad x+27=5(x+6)$

Cuya solución es:

$$x+27=5(x+6) \quad \rightarrow \quad x+27=5x+30 \quad \rightarrow \quad 4x=-3 \quad \rightarrow \quad x=-\frac{3}{4}\ \text{años}$$

Por tanto, la edad del niño es de −3/4 años, que en meses es de:

$$x=-\frac{3}{4}\ \text{años}\cdot\frac{12\,\text{meses}}{1\ \text{año}} = -\frac{3}{4}\ \cancel{\text{años}}\cdot\frac{12\,\text{meses}}{1\ \cancel{\text{año}}} = -\frac{3\cdot 12}{4} = -9\ \text{meses}$$

Si la edad del hijo es de **−9 meses**, y sabiendo que la gestación de un bebé humano es de 9 meses, a la pregunta de que está haciendo el padre, la respuesta es:

El padre está fecundando a la madre.

(Problema extraído de la película **La habitación de Fermat**)