Nombre:			1ª Evaluación	Nota
Curso:	**4º ESO A**	Examen II		
Fecha:	20 de noviembre de 2023	**Unidades I y II**		

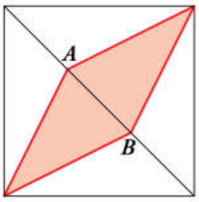
La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- En una pausa publicitaria vemos que 5/9 son anuncios de coches. Del resto, 2/5 son anuncios de apuestas deportivas. Si los anuncios de apuestas fueron ocho; **a)** ¿cuántos anuncios no fueron ni de apuestas ni de coches?; **b)** ¿cuántos anuncios fueron de coches?, **c)** si cada anuncio dura 15 segundos y nos publicitan que volverán en 7 minutos, ¿nos mintieron? (1,5 puntos)

2.- Se depositan 15.000 € en un banco al 2,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden 10.000 € y se deposita todo en otro banco al 4% durante dos años más. ¿Cuánto dinero habrá al final? (1 punto)

3.- Calcula aplicando las propiedades de las potencias: (1 punto)

$$\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}\cdot(-3)^{2}\cdot\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^{2}}{2\cdot 3^{6}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}\right]^{-3}$$



4.- Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 81 cm², ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el valor exacto. (1,5 puntos)

5.- Calcula el valor de la siguiente expresión: (2 puntos)

$$\frac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{12}+\sqrt{8}}=$$

6.- Calcula el valor de los números **a**, **b**, **c** y **d** en la siguiente igualdad. (1 punto)

$$9^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6^{3}}}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}$$

7.- Calcula aplicando la definición, los siguientes logaritmos: (2 puntos)

$a)\ \log_5\left(5\sqrt{5}\right)=$ $\qquad$ $b)\ \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right)=$

BONUS.- Escribe tres intervalos A, B y C cuya intersección sea el intervalo $D:\{x\in\mathbb{R}\,/\,-4<x\leq 1\}$

	Nombre:	**S O L U C I O N E S**	1ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Simulacro Examen II	
	Fecha:	20 de noviembre de 2023	**Unidades I y II**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- En una pausa publicitaria vemos que 5/9 son anuncios de coches. Del resto, 2/5 son anuncios de apuestas deportivas. Si los anuncios de apuestas fueron ocho; **a)** ¿cuántos anuncios no fueron ni de apuestas ni de coches?; **b)** ¿cuántos anuncios fueron de coches?, **c)** si cada anuncio dura 15 segundos y nos publicitan que volverán en 7 minutos, ¿nos mintieron? (1,5 puntos)

- Anuncios de Coches: $\frac{5}{9}$
- Quedan $1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$
- Anuncios de Apuestas: $\frac{2}{5}\,de\,\frac{4}{9}=\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{9}=\frac{8}{45}$ $\rightarrow$ Coches + Apuestas: $\frac{5}{9}+\frac{8}{45}=\frac{25}{45}+\frac{8}{45}=\frac{33}{45}=\frac{11}{15}$
- Quedan: $1-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$

Si de apuestas fueron 8 anuncios, entonces:

$$\frac{8}{45}\quad son\quad 8\quad\rightarrow\quad\frac{1}{45}\quad son\quad 8:8=1\quad y\quad\frac{45}{45}\quad son\quad 1\cdot 45=45\ anuncios$$

El total de anuncios es de 45 y como $\frac{4}{15}$ no son de coches ni de apuestas deportivas, tenemos que:

$$\frac{4}{15}\ de\ 45=\frac{4}{15}\cdot 45=12$$

Por tanto 12 anuncios no son ni de apuestas ni de coches.

De coches fueron 5/9 de 45, que son 25 anuncios.

25 anuncios son de coches.

Si cada anuncio dura 15 segundos, el total de la pausa es de $45\cdot 15=675$ segundos $=\frac{675}{60}=11{,}25$ min

Luego queda claro que nos mintieron porque nos publicitaron que volverían en 7 minutos.

2.- Se depositan 15.000 € en un banco al 2,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden 10.000 € y se deposita todo en otro banco al 4% durante dos años más. ¿Cuánto dinero habrá al final?

En el primer banco, el capital final lo podemos calcular utilizando cualquiera de los dos métodos; por interés simple, como por interés compuesto:

- Por interés simple:

$$I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100}=\frac{15.000\cdot 2{,}5\cdot 1}{100}=375\ €\quad \text{Y el capital final } C_f=C_o+I=15.000+375=15.375\ €$$

- Por interés compuesto:

$$C_f=C_o\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^t=15.000\cdot\left(1+\frac{2{,}5}{100}\right)^1=15.000\cdot 1{,}025=15.375\ €$$

Para calcular el capital final obtenido en el segundo banco lo haremos aplicando interés compuesto al resultado obtenido de la primera parte más 10.000 €:

$$C_f = C_o \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^t = 25.375 \cdot \left(1+\frac{4}{100}\right)^2 = 27.445{,}60 \text{ € en la que hemos utilizado } \begin{cases} C_o = 25.375 \text{ €} \\ r = 4\ \% \\ t = 2 \text{ años} \end{cases}$$

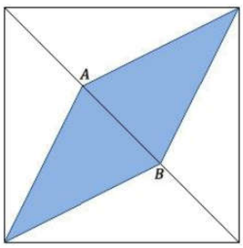
Por tanto, al final obtendrá un capital de 27.445,60 €

3.- Calcula aplicando las propiedades de las potencias: $\left[\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-3)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2 \cdot 3^6 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}\right]^{-3}$

Para calcularlo voy a expresarlo todo en potencias de base 3 y utilizar las propiedades de las potencias para operar:

$$\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-3)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2 \cdot 3^6 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}\right]^{-3} = \left[\frac{3^{-2} \cdot 3^2 \cdot \left[(3)^3\right]^2}{2 \cdot 3^6 - 3^6}\right]^{-3} = \left[\frac{3^{-2} \cdot 3^2 \cdot 3^6}{3^6(2-1)}\right]^{-3} = \left[\frac{3^{-2+2+6}}{3^6 \cdot 1}\right]^{-3} = \left[\frac{3^6}{3^6}\right]^{-3} = 1^{-3} = 1$$

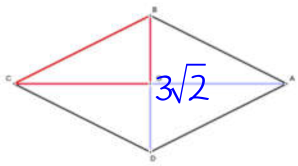
4.- Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 81 cm², ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el valor exacto. (1,5 puntos)



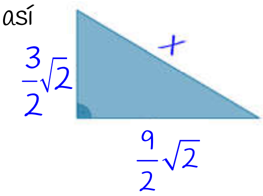
Si el área del cuadrado es de 81 cm², su lado será: $l = \sqrt{81} = 9\ cm$, y aplicando el Teorema de Pitágoras calculamos la longitud de la diagonal:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad d^2 = 2l^2 \quad \rightarrow \quad d = \sqrt{2 \cdot l^2} = \sqrt{2 \cdot 9^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$$

Como dice que los puntos A y B dividen a la diagonal en tres partes iguales, cada una de esas partes medirá $\frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ cm, por tanto, ya tenemos la medida de la diagonal menor del rombo.



Si nos fijamos solo en uno de los 4 triángulos rectángulos que forman el rombo podemos observar que un cateto mide la mitad de lo que mide cada parte, $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ y el otro la mitad de lo que mide la diagonal, $\frac{9}{2}\sqrt{2}$, así que, con estos datos y aplicando de nuevo el teorema de Pitágoras llegamos a:



$$x^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{81}{2}} = \sqrt{\frac{90}{2}} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ cm$$

Por tanto, el lado del rombo mide $3\sqrt{5}$ cm

5.- Calcula el valor de la siguiente expresión: $\dfrac{\left[\left(4\sqrt{50} - 3\sqrt{72}\right) \cdot \left(2\sqrt{2} + \sqrt{18}\right)\right] \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{12} + \sqrt{8}} =$

Antes de operar, vamos a extraer de los radicales todos los factores que se pueda:

$$\frac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{12}+\sqrt{8}}=\frac{\left[\left(4\cdot5\sqrt{2}-3\cdot2\cdot3\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$$

Hecho esto, agrupamos y multiplicamos:

$$\frac{\left[\left(4\cdot5\sqrt{2}-3\cdot2\cdot3\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=\frac{\left[\left(20\sqrt{2}-18\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=\frac{\left[\left(2\sqrt{2}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=$$

Simplificando llegamos a:

$$\frac{\cancel{2}\sqrt{2}\cdot5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\cancel{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{5\sqrt{2\cdot2\cdot2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{5\cdot2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

Como en el denominador hay una suma de raíces, tenemos que racionalizar multiplicando arriba y abajo por el conjugado del denominador:

$$\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{10\sqrt{6}-10\sqrt{4}}{3-2}=\frac{10\sqrt{6}-10\cdot2}{1}=10\left(\sqrt{6}-2\right)$$

Así que el resultado es: $10\left(\sqrt{6}-2\right)$

6.- Calcula el valor de los números **a**, **b**, **c** y **d** en la siguiente igualdad: $9^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6^3}}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}$

Escribimos todo en forma de potencia:

$$9^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6^3}}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}}=\left(3^2\right)^{\frac{3}{4}}\cdot6^{-\frac{3}{4}}\cdot2^{\frac{1}{2}}\cdot3^{-\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}\cdot2^{-\frac{3}{4}}\cdot3^{-\frac{3}{4}}\cdot2^{\frac{1}{2}}\cdot3^{-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}\cdot3^{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{3}{4}+\frac{2}{4}}\cdot3^{\frac{6}{4}-\frac{3}{4}-\frac{2}{4}}=$$

$$=2^{-\frac{1}{4}}\cdot3^{\frac{1}{4}}=\frac{3^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{4}}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}}\quad\rightarrow\quad\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}\quad\rightarrow\quad\begin{cases}a=3\\b=2\\c=1\\d=4\end{cases}$$

Así que, a=3, b=2, c=1 y d=4

7.- Calcula aplicando la definición, los siguientes logaritmos: (2 puntos)

a) $\log_5\left(5\sqrt{5}\right)=x\quad\rightarrow\quad5^x=5\sqrt{5}\quad\rightarrow\quad5^x=5\cdot5^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{3}{2}}\quad\rightarrow\quad5^x=5^{\frac{3}{2}}\quad\rightarrow\quad x=\frac{3}{2}$

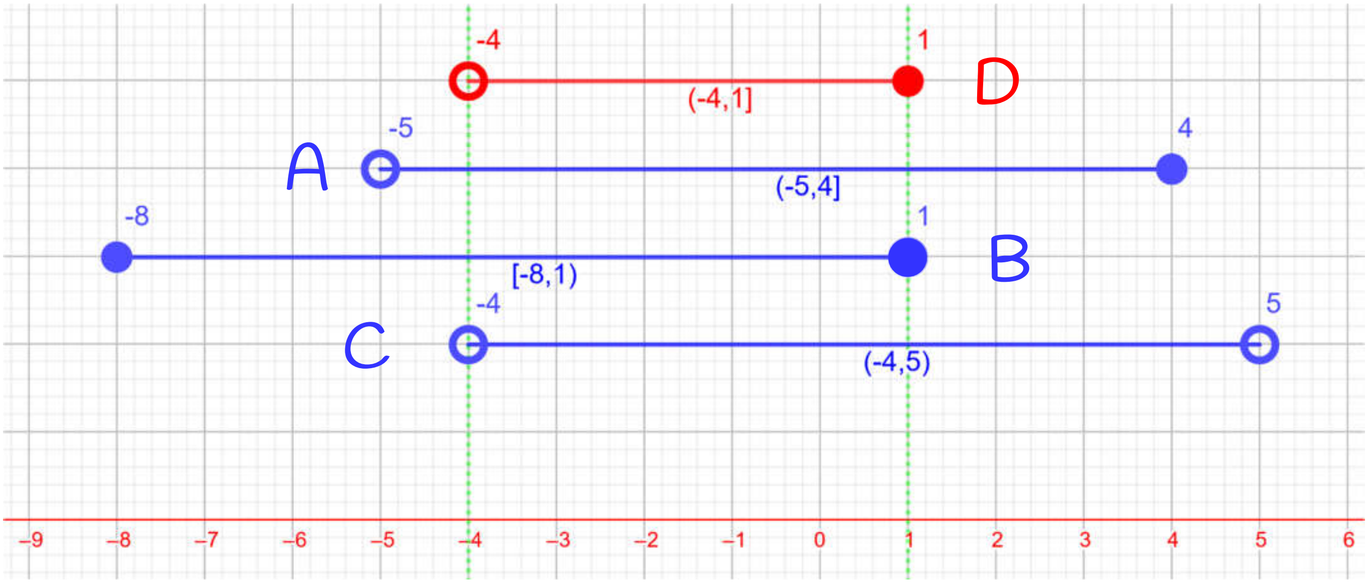
$\rightarrow\quad\log_5\left(5\sqrt{5}\right)=\frac{3}{2}$

b) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right)=y\quad\rightarrow\quad\left(\frac{1}{2}\right)^y=\left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right)\quad\rightarrow\quad\left(\frac{1}{2}\right)^y=\left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)\quad\rightarrow\quad\frac{1}{2^y}=\frac{1}{2^2\cdot2^{\frac{1}{2}}}$

$\rightarrow\quad\frac{1}{2^y}=\frac{1}{2^{\frac{5}{2}}}\quad\rightarrow\quad y=\frac{5}{2}\quad\rightarrow\quad\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right)=\frac{5}{2}$

Bonus.- Escribe tres intervalos A, B y C cuya intersección sea el intervalo $D:\{x \in \mathbb{R} / -4 < x \leq 1\}$

La respuesta a este ejercicio es abierta y tiene muchísimas soluciones, voy a buscar una de ellas dibujando:



He dibujado los intervalos A=(−5,4]; B=[−8,1] y C=(−4,5) y vemos gráficamente que la intersección de todos ellos da como resultado el intervalo D=(−4,1]

$$A \cap B \cap C = D$$