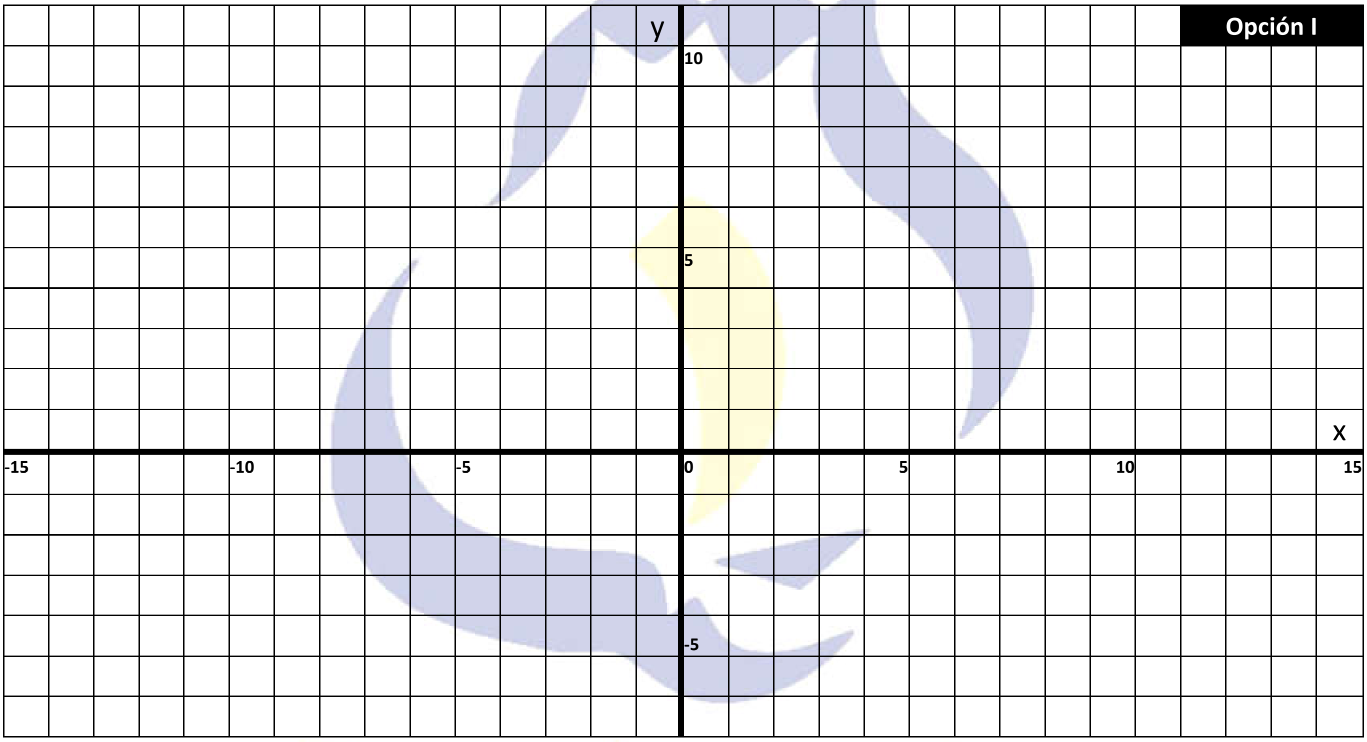
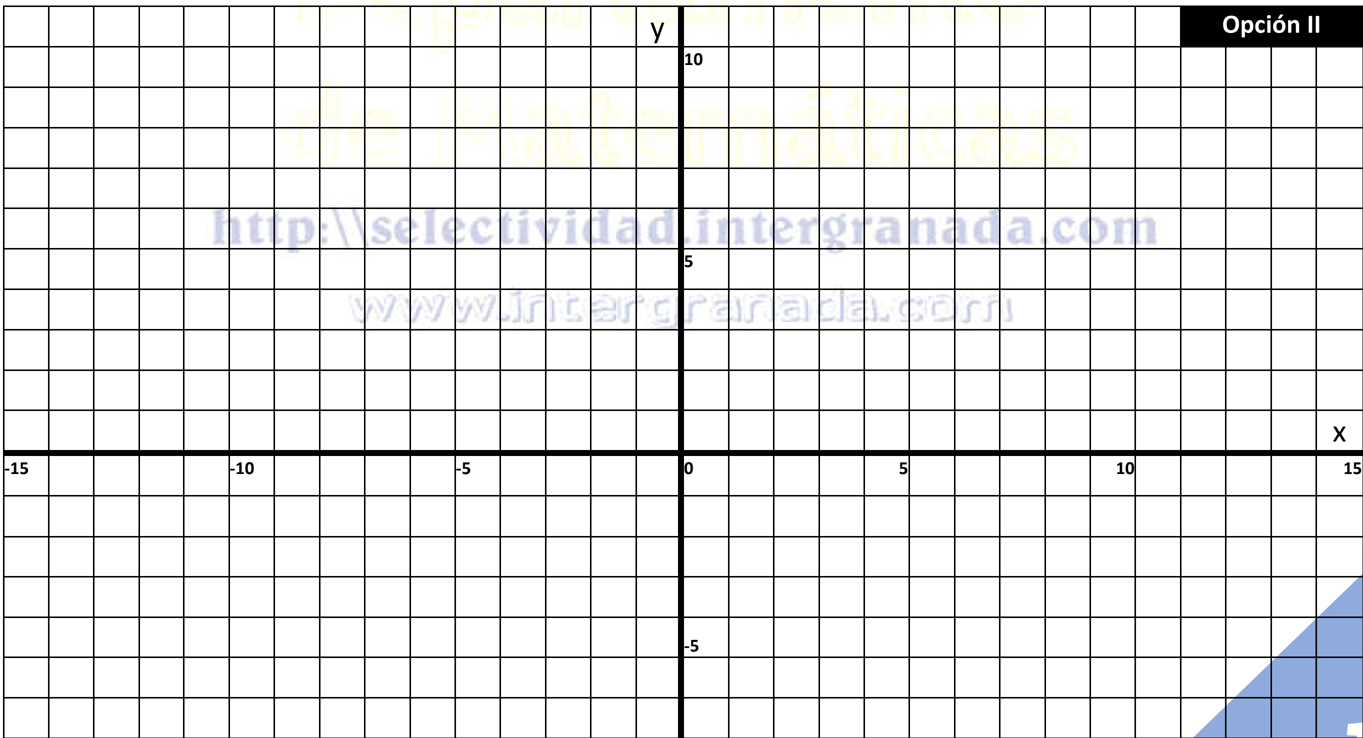
Departamento de Matemáticas	Nombre:		3ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Examen X	
	Fecha:	15 de abril de 2024	Recuperación 2ª evaluación	

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} x+2y\geq 6 \\ x-y\leq 0 \\ 6\geq y \end{cases}$





2.- Resuelve DOS de las tres ecuaciones siguientes y escribe debajo sus soluciones: (2 puntos)

a) $\dfrac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+1}}-\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}=-\dfrac{5}{6}$ b) $\log(x+1)^5+\log(3x+2)^5=5$ c) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x\cdot 16^{x+1}\cdot 2^{1-x}=0{,}25$

3.- Un granjero espera obtener 36 € por la venta de unas docenas de huevos que acaba de recolectar de entre sus gallinas. Si en el camino al mercado se le rompen cuatro docenas y para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de cada una de las docenas restantes, ¿Cuántas docenas de huevos recolectó? (1,5 puntos)

4.- Una compraventa de motocicletas vende dos motocicletas por 3.330 €. Calcula cuanto pagó por cada una de ellas, si en la venta de la primera ganó un 25% , en la venta de la segunda perdió un 10%, pero en total ganó un 11 %. (1,5 puntos)

5.- Los alumnos de 4° de ESO queremos ir de viaje al parque de las ciencias de la ciudad de Granada y nos cuesta 800 € en total. Si fuésemos 10 alumnos más, el precio se reduciría en 4 € por persona. ¿Cuánto nos cuesta a cada uno la excursión? ¿Cuántas personas vamos? (1,5 puntos)

6.- Para comprar un regalo a su hermano pequeño, Fátima ha estado más de 3 meses reuniendo monedas de 50 céntimos y de 1 euro. Si en total ha reunido 20 monedas y el precio del regalo está comprendido entre 16 euros y 18 euros, ¿Cuántas monedas de 1 € podría haber conseguido? (1,5 puntos)

B.- Resuelve UNO de los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} y^3-\sqrt{x}=1 \\ 5y^6+2x=2+8y^3\sqrt{x} \end{cases}$$

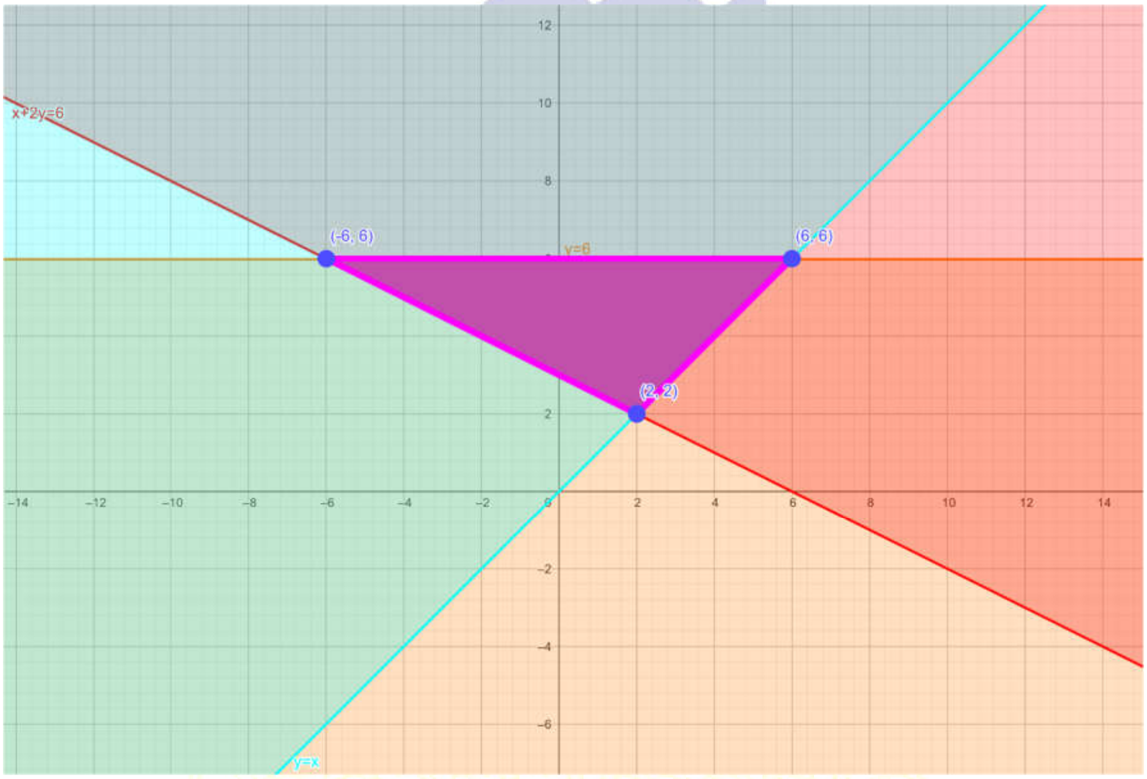
$$\begin{cases} (x+1)^2-(x-2)\cdot(x+1)>0 \\ \dfrac{x}{x-2}>0 \end{cases}$$

Departamento de Matemáticas	Nombre:	S O L U C I O N E S		3ª Evaluación	Nota
	Curso:	4º ESO A	Examen X		
	Fecha:	14 de abril de 2023	Recuperación 2ª evaluación		

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: $\begin{cases} x+2y\geq 6 \\ x-y\leq 0 \\ 6\geq y \end{cases}$



2.- Resuelve dos de las tres ecuaciones siguientes:

a) $\dfrac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+1}}-\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}=-\dfrac{5}{6}\xrightarrow{\text{Reducción a común Denominador}}\dfrac{6\cdot\sqrt{x-4}\cdot\sqrt{x-4}}{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}-\dfrac{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x+1}}{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}=-\dfrac{5\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}\xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}}$

$\rightarrow\dfrac{6\cdot\sqrt{x-4}\cdot\sqrt{x-4}}{\cancel{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}}-\dfrac{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x+1}}{\cancel{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}}=-\dfrac{5\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}{\cancel{6\cdot\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-4}}}\rightarrow 6\left(\sqrt{x-4}\right)^2-6\left(\sqrt{x+1}\right)^2=-5\sqrt{(x-4)\cdot(x+1)}$

$\xrightarrow{\text{Operamos}}6(x-4)-6(x+1)=-5\sqrt{x^2-3x-4}\rightarrow 6x-24-6x-6=-5\sqrt{x^2-3x-4}\rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}}-30=-5\sqrt{x^2-3x-4}\xrightarrow{\text{Aislamos el radical}}\dfrac{-30}{-5}=\sqrt{x^2-3x-4}\xrightarrow{\text{Operamos}}6=\sqrt{x^2-3x-4}\rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Elevamos al cuadrado}}36=x^2-3x-4\xrightarrow{\text{Agrupamos}}x^2-3x-40=0\xrightarrow{\text{Resolvemos}}(x+5)(x-8)=0\rightarrow\begin{cases}x=-5\\x=8\end{cases}$

Desechamos la solución x=−5 porque hace negativo uno de los radicales y, por tanto, **la solución es x=8**

$b)\ \log(x+1)^5+\log(3x+2)^5=5 \xrightarrow{\text{Mediante las propiedades de los logaritmos}} \log\left[(x+1)\cdot(3x+1)\right]^5=5 \xrightarrow{\text{Por la definición de logaritmo}} \left[(x+1)\cdot(3x+1)\right]^5=10^5$

$\xrightarrow{\text{Simplificamos}} \left[(x+1)\cdot(3x+1)\right]^{\cancel{5}}=10^{\cancel{5}} \xrightarrow{\text{Operamos}} 3x^2+4x+1=10 \xrightarrow{\text{Agrupamos y Resolvemos}} 3x^2+4x-9=0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\dfrac{8}{3} \end{cases}$

Desechamos la solución x=−8/3 porque hace negativo uno de los argumentos y, por tanto, **la solución es x=1**

$c)\ \left(\dfrac{1}{4}\right)^x\cdot 16^{x+1}\cdot 2^{1-x}=0{,}25 \xrightarrow{\text{Escribimos todo en potencia de base 2}} 2^{-2x}\cdot\left(2^4\right)^{x+1}\cdot 2^{1-x}=2^{-2} \xrightarrow{\text{Operamos}} 2^{-2x}\cdot 2^{4x+4}\cdot 2^{1-x}=2^{-2} \rightarrow$

$\rightarrow 2^{-2x+4x+4+1-x}=2^{-2} \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 2^{x+5}=2^{-2} \rightarrow x+5=-2 \rightarrow x=-7$

Aquí, **la solución es x=−7**

3.- Un granjero espera obtener 36 € por la venta de unas docenas de huevos que acaba de recolectar de entre sus gallinas. Si en el camino al mercado se le rompen cuatro docenas y para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de cada una de las docenas restantes, ¿Cuántas docenas de huevos recolectó?

Si llamamos **x** al número de docenas de huevos que recogió, venderá cada docena al precio de $\dfrac{36}{x}$ euros.

Si por el camino se le rompen 4 docenas, le quedan x−4, y si tiene que aumentar el precio en 0,45 euros, tendrá que venderlas a: $\dfrac{36}{x}+0{,}45$, por lo que escribimos la ecuación multiplicando las docenas por su precio y lo igualamos a 36:

$$\left(\frac{36}{x}+0{,}45\right)\cdot(x-4)=36$$

Cuya solución es:

$$\left(\frac{36}{x}+0{,}45\right)\cdot(x-4)=36 \rightarrow 36-\frac{144}{x}+0{,}45x-1{,}80=36 \xrightarrow{\text{Agrupando}} 0{,}45x-\frac{144}{x}-1{,}80=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{9x}{20}-\frac{144}{x}-\frac{9}{5}=0 \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \frac{9x^2}{20x}-\frac{2880}{20x}-\frac{36x}{20x}=0 \rightarrow \frac{9x^2}{\cancel{20x}}-\frac{2880}{\cancel{20x}}-\frac{36x}{\cancel{20x}}=0$$

$$\rightarrow 9x^2-36x-2880=0 \xrightarrow{\text{Cuyas soluciones son:}} \begin{cases} x=20 \\ x=-16 \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa y, por tanto, **al principio tenía 20 docenas de huevos.**

4.- Una compraventa de motocicletas vende dos motocicletas por 3.330 €. Calcula cuanto pagó por cada una de ellas, si en la venta de la primera ganó un 25% , en la venta de la segunda perdió un 10%, pero en total ganó un 11 %. (1,5 puntos)

Si las vendió por 3.330 € y en total ganó un 11%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las compró:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (Iv) total, es decir:

$$C_f=C_o\cdot I_v \xrightarrow{\text{Por tanto, despejando } C_o} C_o=\frac{C_f}{I_v}=\frac{3.330}{1{,}11}=3.000\ €$$

Así que, el **precio de compra fue de 3.000 euros.**

Si llamamos **x** al precio de compra de la primera moto, por la segunda pagó: **3000−x**, y con esto ya podemos plantear una ecuación con los precios de venta:

$$1{,}25x+0{,}90(3000-x)=3330$$

Cuya solución, viene dada por:

$$1{,}25x+0{,}90(3000-x)=3330 \;\rightarrow\; 1{,}25x+2700-0{,}9x=3330 \;\xrightarrow{\text{Agrupamos}}\; 0{,}35x=630$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos}}\; x=\frac{630}{0{,}35} \;\rightarrow\; x=1800$$

Por tanto, el precio de compra de **una moto** fue de **1.800 €** y el de **la otra** 3000 – 1800 = **1.200 €**

5.- Los alumnos de 4° de ESO queremos ir de viaje al parque de las ciencias de la ciudad de Granada y nos cuesta 800 € en total. Si fuésemos 10 alumnos más, el precio se reduciría en 4 € por persona. ¿Cuánto nos cuesta a cada uno la excursión? ¿Cuántas personas vamos? (1,5 puntos)

Si llamamos **x** al número de alumnos de 4° de ESO que van de viaje e **y** al dinero que paga cada uno por el viaje, podemos escribir la primera ecuación de un sistema no lineal:

$$1)\;\; x\cdot y=800$$

Si se apuntan 10 alumnos más, ahora el numero de alumnos será: x+10, y si el precio del viaje se reduce en 4 €, ahora, cada uno de ellos pagarán y−4 €, y con esto podemos escribir la segunda ecuación del sistema:

$$2)\;\; (x+10)\cdot(y-4)=800$$

Por tanto, llegamos a:

$$\begin{aligned}1)\\2)\end{aligned}\begin{cases}x\cdot y=800\\(x+10)\cdot(y-4)=800\end{cases} \xrightarrow{\text{Operando}} \begin{aligned}1)\\2)\end{aligned}\begin{cases}x\cdot y=800\\x\cdot y-4x+10y-40=800\end{cases} \rightarrow \begin{aligned}1)\\2)\end{aligned}\begin{cases}x\cdot y=800\\800-4x+10y-40=800\end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{aligned}1)\\2)\end{aligned}\begin{cases}x\cdot y=800\\-4x+10y-40=0\end{cases} \rightarrow \begin{aligned}1)\\2)\end{aligned}\begin{cases}x\cdot y=800\\-2x+5y=20\end{cases}$$

Si de la primera ecuación despejamos x:

$$\text{de 1)}\;\; x\cdot y=800 \;\rightarrow\; x=\frac{800}{y}$$

Y la sustituimos (método de sustitución) en la segunda ecuación:

$$\text{En 2)}\;\; -2x+5y=20 \;\rightarrow\; -2\frac{800}{y}+5y=20$$

Llegamos a:

$$\frac{-1600}{y}+5y=20 \;\rightarrow\; 5y^2-20y-1600=0 \;\rightarrow\; y^2-4y-320=0$$

Cuya solución es:

$$y^2-4y-320=0 \;\rightarrow\; (x-20)\cdot(x+16)=0 \;\rightarrow\; \begin{cases}x=20\\x=-16\end{cases}$$

Desechamos la solución negativa por ser imposible y por tanto **cada alumno pagará 20 €.**

Y el número de alumnos que irá a Granada será de: $x=\dfrac{800}{y}=\dfrac{800}{20}=40$ alumnos

Por tanto, el viaje cuesta 20 € y van 40 alumnos.

6.- Para comprar un regalo a su hermano pequeño, Fátima ha estado más de 3 meses reuniendo monedas de 50 céntimos y de 1 euro. Si en total ha reunido 20 monedas y el precio del regalo está comprendido entre 16 euros y 18 euros, ¿Cuántas monedas de 1 € podría haber conseguido? (1,5 puntos)

Si llamamos **x** al número de monedas de 1 euro y **20-x** al número de monedas de 50 céntimos, podemos escribir una expresión algebraica para el dinero que Fátima ha conseguido reunir:

$$1\cdot x+0,5\cdot(20-x)$$

Operando, llegamos a:

$$1\cdot x+0,5\cdot(20-x) \quad\rightarrow\quad x+10-0,5x=0,5x+10 \quad\rightarrow\quad 0,5x+10$$

Así que, 0,5 x + 10 es el dinero que ha conseguido reunir Fátima, y que el enunciado dice que está entre 16 y 18 euros, así que podemos escribir la siguiente inecuación:

$$16<0,5x+10<18$$

Si multiplicamos por 2 toda la inecuación:

$$32<x+20<36$$

Si restamos 20 a todos los miembros:

$$12<x<16$$

Así que, queda claro que, el número de monedas de 1 € es mayor que 12 y menor que 16.

B.- Resuelve UNO de los siguientes sistemas:

$$a)\begin{cases} y^3-\sqrt{x}=1 \\ 5y^6+2x=2+8y^3\sqrt{x} \end{cases} \qquad b)\begin{cases} (x+1)^2-(x-2)\cdot(x+1)>0 \\ \dfrac{x}{x-2}>0 \end{cases}$$

$$a)\begin{cases} y^3-\sqrt{x}=1 \\ 5y^6+2x-8y^3\sqrt{x}=2 \end{cases} \xrightarrow{\text{De la primera ecuación despejamos } y^3} y^3=1+\sqrt{x} \xrightarrow{\text{Y la sustituimos en la segunda ecuación}} 5\left(1+\sqrt{x}\right)^2+2x-8\left(1+\sqrt{x}\right)\cdot\sqrt{x}=2$$

$$\rightarrow\quad 5\left(1+\sqrt{x}\right)^2+2x-8\left(1+\sqrt{x}\right)\cdot\sqrt{x}=2 \xrightarrow{\text{Si quitamos () y agrupamos}} 5+5x+10\sqrt{x}+2x-8\sqrt{x}-8x-2=0 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad -x-2\sqrt{x}+3=0 \xrightarrow{\text{Aislamos la Raíz}} 3-x=2\sqrt{x} \xrightarrow{\text{Elevamos al cuadrado}} (3-x)^2=\left(2\sqrt{x}\right)^2 \quad\rightarrow\quad x^2-6x+9=4x$$

$$\rightarrow\quad x^2-10x+9=0 \xrightarrow{\text{Factorizando}} (x-9)\cdot(x-1)=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} \text{Si } x-9=0 \rightarrow x_1=9 \\ \text{Si } x-1=0 \rightarrow x_2=1 \end{cases}$$

Conocidos los valores de x, podemos calcular los de y:

$$\text{Si } y^3=1+\sqrt{x} \quad\rightarrow\quad y=\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} \text{Si } x_1=9 \rightarrow y_1=\sqrt[3]{1+\sqrt{9}}=\sqrt[3]{1+3}=\sqrt[3]{4} \\ \text{Si } x_2=1 \rightarrow y_2=\sqrt[3]{1+\sqrt{1}}=\sqrt[3]{1+1}=\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

Por tanto, se trata de un sistema compatible determinado de soluciones: $S.C.D.\left\{\begin{matrix} x_1=9 & , & y_1=\sqrt[3]{4} \\ x_2=1 & , & y_2=\sqrt[3]{2} \end{matrix}\right\}$

$$b)\begin{cases}(x+1)^2-(x-2)\cdot(x+1)>0\\ \dfrac{x}{x-2}>0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x^2+2x+1-x^2+x+2>0\\ \dfrac{x}{x-2}>0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}3x+3>0\\ \dfrac{x}{x-2}>0\end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases}x+1>0\\ \dfrac{x}{x-2}>0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x>-1\\ \dfrac{x}{x-2}>0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x>-1\\ \dfrac{x}{x-2}>0\end{cases}$$

Nos fijamos en $\dfrac{x}{x-2}>0 \rightarrow \begin{cases}>0 \rightarrow \begin{cases}x>0\\ x-2>0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x>0\\ x>2\end{cases} \rightarrow x>2\\ <0 \rightarrow \begin{cases}x<0\\ x-2<0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x<0\\ x<2\end{cases} \rightarrow x<0\end{cases}$

Por tanto, la solución es la intersección de las dos soluciones:

$$\begin{cases}x>-1\\ x<0 \quad y \quad x>2\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x\in(-1,+\infty)\\ x\in(-\infty,0)\cup(2,+\infty)\end{cases} \rightarrow \{x\in\mathbb{R}\,/\,(-1,0)\cup(2,+\infty)\}$$