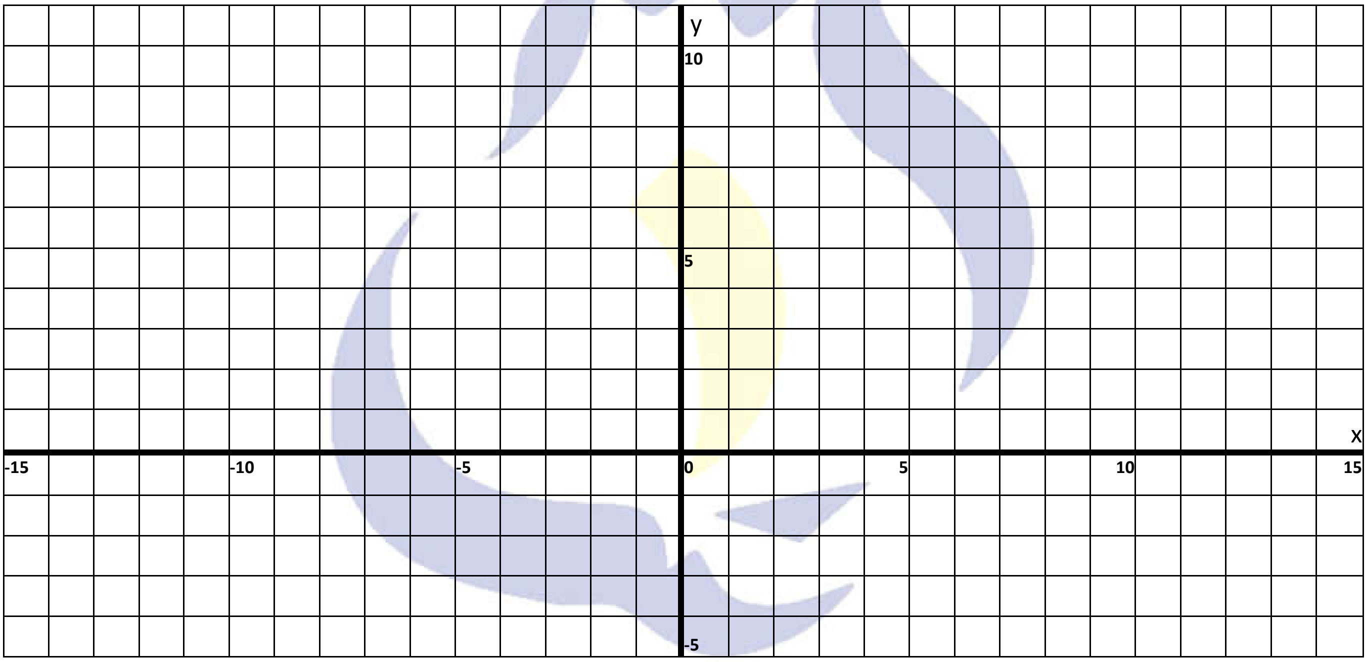
Departamento de Matemáticas	Nombre:		2ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Examen VI	
	Fecha:	13 de marzo de 2023	Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones	

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} x+2y\geq 7 \\ 2x-y\leq 4 \\ 4x-y\geq 1 \\ 3x+2y\leq 20 \end{cases}$



Indica los vértices o puntos de corte entre ellas.

2.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (4 puntos)

$$a)\ \begin{cases} \dfrac{7x+5y}{10}-\dfrac{3(x+y)}{5}=-\dfrac{3}{10} \\ \dfrac{3x+y+2}{4}-\dfrac{y-2x}{6}=\dfrac{y-x}{4} \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} \log\left(x^2+y\right)-\log\left(x-2y\right)=1 \\ 5^{x+1}=25^{y+1} \end{cases}$$

3.- En una tienda se vende té blanco a 18 €/kg y té verde a 14 €/kg. También vende una mezcla de ambos productos a 16,4 €/kg. ¿Cuál es la composición porcentual de la mezcla? (2 puntos)

4.- Calcula las dimensiones de una finca rectangular sabiendo que su área mide 48 hectáreas y su diagonal es de 10 Hectómetros. (2 puntos)

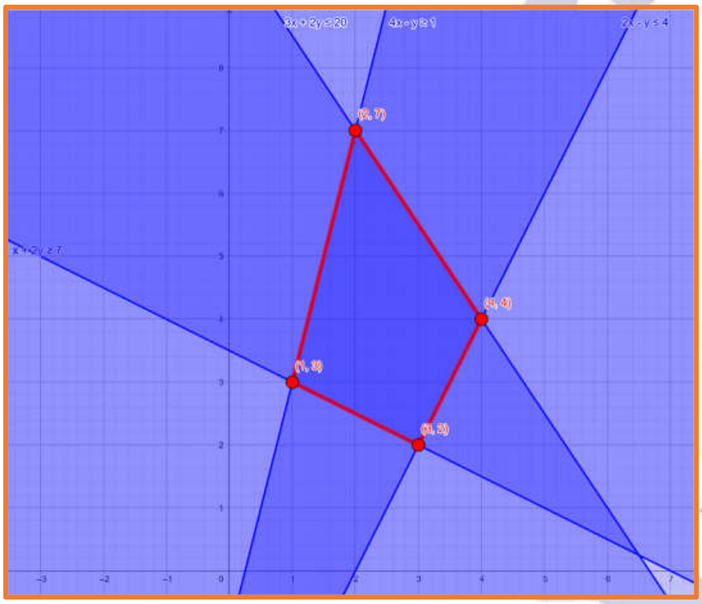
Bonus.- La suma de las edades, en el momento actual, de tres hermanos es de 15 años. Dentro de un año, la edad del menor será la mitad que la edad del mediano. Hace 2 años, la edad del mayor era el doble que la del mediano. Plantea un sistema de ecuaciones con el que poder calcular las edades de los tres hermanos.

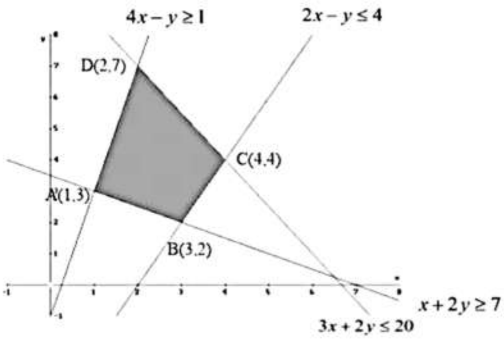
Departamento de Matemáticas	Nombre:			2ª Evaluación	Nota
	Curso:	4º ESO A	Examen VI		
	Fecha:	13 de marzo de 2023	Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones		

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} x+2y\geq 7 \\ 2x-y\leq 4 \\ 4x-y\geq 1 \\ 3x+2y\leq 20 \end{cases}$





2.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (4 puntos)

a) $\begin{cases} \dfrac{7x+5y}{10}-\dfrac{3(x+y)}{5}=-\dfrac{3}{10} \\ \dfrac{3x+y+2}{4}-\dfrac{y-2x}{6}=\dfrac{y-x}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{7x+5y}{\cancel{10}}-\dfrac{6(x+y)}{\cancel{10}}=-\dfrac{3}{\cancel{10}} \\ \dfrac{9x+3y+6}{\cancel{12}}-\dfrac{2y-4x}{\cancel{12}}=\dfrac{3y-3x}{\cancel{12}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x+5y-6x-6y=-3 \\ 9x+3y+6-2y+4x=3y-3x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x-y=-3 \\ 16x-2y=-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-y=-3 \\ 8x-y=-3 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por Reducción}} 7x=0 \rightarrow x=0 \rightarrow 0-y=-3 \rightarrow y=3$

$S.C.D.\{x=0 \quad y=3\}$

b) $\begin{cases} \log(x^2+y)-\log(x-2y)=1 \\ 5^{x+1}=25^{y+1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log\left(\dfrac{x^2+y}{x-2y}\right)=1 \\ 5^{x+1}=(5^2)^{y+1} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log\left(\dfrac{x^2+y}{x-2y}\right)=\log(10) \\ 5^{x+1}=5^{2y+2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+y}{x-2y}=10 \\ x+1=2y+2 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x^2+y=10(x-2y) \\ x-2y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+y=10x-20y \\ x-2y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2-10x+21y=0 \\ x-2y=1 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por Sustitución}}$ de 2),

despejamos y: $y=\dfrac{x-1}{2}$ y sustituyendo en $x^2-10x+21y=0 \rightarrow x^2-10x+21\left(\dfrac{x-1}{2}\right)=0 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2-20x+21x-21=0 \rightarrow 2x^2+x-21=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-\dfrac{7}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1=1 \\ y_2=-\dfrac{9}{4} \end{cases}$

$S.C.D.\left\{(3,1) \quad y \quad \left(\dfrac{-7}{2},\dfrac{-9}{4}\right)\right\}$

3.- En una tienda se vende té blanco a 18 €/kg y té verde a 14 €/kg. También vende una mezcla de ambos productos a 16,4 €/kg. ¿Cuál es la composición porcentual de la mezcla? (2 puntos)

Se trata de un problema de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el % del té blanco e y el % de té verde.

	Precio (€)	Porcentaje (%)	Total
Té Blanco	18	X	18·X
Té Verde	14	Y	14·Y
Mezcla	16,40	100	1.640

Una vez completa la tabla, planteamos las dos ecuaciones del sistema; la primera con los porcentajes y la segunda recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 18x+14y=1640 \end{cases} \xrightarrow{\text{Simplificando}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=100 \\ 9x+7y=820 \end{cases} \rightarrow \text{ de la ecuación 1) despejamos x: } x=100-y$$

y sustituyendo en la ecuación 2): $9(100-y)+7y=820 \xrightarrow{\text{Agrupando}} 900-9y+7y=820 \rightarrow$

$\rightarrow \quad -9y+7y=820-900 \quad \rightarrow \quad -2y=-80 \quad \rightarrow \quad y=40\%$

Si de té verde hay un 40% entonces de té blanco habrá un 60%.

La composición porcentual será un 40 % de té verde y un 60 % de té blanco.

4.- Calcula las dimensiones de una finca rectangular sabiendo que su área mide 48 hectáreas y su diagonal es de 10 Hectómetros. (2 puntos)

Si llamamos **x** a la longitud de la base e **y** a la altura, podremos plantear dos ecuaciones, una con el área y otra con los lados y la diagonal usando el teorema de Pitágoras:

$$\begin{matrix} \text{Ecuación área:} \\ \text{Ecuación lados:} \end{matrix}\begin{cases} x\cdot y=48 \\ x^2+y^2=10^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \begin{cases} y=\dfrac{48}{x} \\ x^2+\left(\dfrac{48}{x}\right)^2=100 \end{cases}$$

Llegamos a una ecuación bicuadrada:

$$x^2+\left(\frac{48}{x}\right)^2=100 \quad \rightarrow \quad x^2+\frac{2304}{x^2}=100 \quad \rightarrow \quad x^4-100x^2+2304=0$$

Que resolvemos mediante el cambio de variable $z^2=x$

$$z^2-100z+2304=0 \quad \rightarrow \quad z_1=36 \quad y \quad z_2=64$$

Y deshaciendo el cambio llegamos a: $x_1=\sqrt{36}=6 \quad y \quad x_2=\sqrt{64}=8$

Si x= 6, por sustitución $y=\frac{48}{x}=\frac{48}{6}=8$ y si x=8, $y=\frac{48}{x}=\frac{48}{8}=6$

Por tanto, las dimensiones de la finca rectangular es de 8 x 6 hectómetros.

Bonus.- La suma de las edades, en el momento actual, de tres hermanos es de 15 años. Dentro de un año, la edad del menor será la mitad que la edad del mediano. Hace 2 años, la edad del mayor era el doble que la del mediano. Plantea un sistema de ecuaciones con el que poder calcular las edades de los tres hermanos.

Si **x** es la edad del menor, **y** la del mediano y **z** la del mayor: $\begin{cases} x+y+z=15 \\ x+1=\dfrac{y+1}{2} \\ z-2=2(y-2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=15 \\ 2x-y=-1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$