	Nombre:		2ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Examen IV	
	Fecha:	23 de enero de 2023	Recuperación de la 1ª Evaluación	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones utilizando las propiedades que sean necesarias: (3 puntos)

$$a)\ \frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}= \qquad b)\ \frac{2^5\cdot 27^2\cdot 4^{-1}\cdot 8^{-3}}{2^{-3}\cdot 16\cdot 81}=$$

$$c)\ \left(\sqrt{200}-\sqrt{75}+2\sqrt{27}+\sqrt{12}\right)^2=$$

2.- En una determinada ciudad se reciclaron hace dos años 3.520 toneladas de vidrio. El año pasado, la cantidad reciclada disminuyó en un 7,3 %. Tras una serie de campañas de publicidad, este año se consiguió reciclar un 24,8 % más. ¿Cuánto vidrio se ha reciclado en este último año? ¿Cómo ha variado la cantidad de vidrio reciclado respecto del primer año? (1,5 puntos)

3.- Resuelve paso a paso: (1 punto)

$$a)\ \sqrt[3]{9^{3x-4}}=3^{1-x} \qquad b)\ \ln x-4\ln\sqrt{x}+\ln\left(\frac{1}{x}\right)=7$$

4.- Dados los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$$P(x)=x^4-4x^2+12x-9 \qquad Q(x)=x^3-2x^2-3x+1 \qquad R(x)=2x^2+4x-5 \qquad S(x)=x^2-2x+3$$

Calcula: $a)\ 3\cdot P(x)-2\cdot Q(x)+R(x)$ b) $P(x)\cdot Q(x)-3\cdot S(X)$ $c)\ P(x):S(x)$

5.- Con una cartulina rectangular de 40 cm × 50 cm se quiere construir una caja sin tapa recortando cuatro cuadrados iguales en cada una de las esquinas. Escribe la expresión algebraica de la superficie de la caja en función del lado del cuadrado **x**. (1 punto)

6.- Depositamos 32.500 € en un banco durante un año y medio y se convierten en 32.720 €. ¿Qué tanto por ciento mensual nos da el banco? (1,5 puntos)

7.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: (1 punto) $\dfrac{2x^3+10x^2+16x+8}{4x^3+8x^2-4x-8}$

7.- Halla de forma justificada el valor de **k** para que el resto de la siguiente división sea – 3: (1 punto)

$$x^4+kx^3-kx+5 \quad \underline{|x-2}$$

8.- **(Bonus)** Da la expresión algebraica del volumen da la caja del ejercicio 5.

Nombre:	**SOLUCIONES**		2ª Evaluación	Nota
Curso:	**4º ESO A**	Examen IV		
Fecha:	23 de enero de 2023	Recuperación de la 1ª Evaluación		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones utilizando las propiedades que sean necesarias: (3 p)

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}+1}{1}-\frac{\sqrt{2}-1}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}+2$

b) $\frac{2^5\cdot 27^2\cdot 4^{-1}\cdot 8^{-3}}{2^{-3}\cdot 16\cdot 81}=\frac{2^5\cdot 3^6\cdot 2^{-2}\cdot 2^{-9}}{2^{-3}\cdot 2^4\cdot 3^4}=\frac{2^{-6}\cdot 3^6}{2\cdot 3^4}=\frac{3^2}{2^7}=\frac{9}{128}$

c) $\left(\sqrt{200}-\sqrt{75}+2\sqrt{27}+\sqrt{12}\right)^2=\left(10\sqrt{2}-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}+2\sqrt{3}\right)^2=\left(10\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)^2=$

$\rightarrow \quad 200+27+60\sqrt{6}=227+60\sqrt{6}$

2.- En una determinada ciudad se reciclaron hace dos años 3.520 toneladas de vidrio. El año pasado, la cantidad reciclada disminuyó en un 7,3 %. Tras una serie de campañas de publicidad, este año se consiguió reciclar un 24,8 % más. ¿Cuánto vidrio se ha reciclado en este último año? ¿Cómo ha variado la cantidad de vidrio reciclado respecto del primer año? (1,5 puntos)

La cantidad de vidrio reciclada ha sufrido 2 variaciones, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellos:

- Baja un 7,3 % $\rightarrow \quad I_v=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{7,3}{100}=1-0,073=0,927$
- Sube un 24,8 % $\rightarrow \quad I_v=1+\frac{\%}{100}=1-\frac{24,8}{100}=1+0,248=1,248$

El índice de variación total de todas estas variaciones se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total}=Iv_1\cdot Iv_2=0,927\cdot 1,248=1,156896$$

Para calcular la cantidad de vidrio reciclado este año, multiplicamos la cantidad inicial por el índice de variación total:

$$C_f=C_o\cdot Iv_{Total}=3.520\cdot 1,156896=4.072,27\ Ton$$

Para calcular el porcentaje total aumentado en estos dos años, nos fijamos en el índice de variación total y como es mayor que 1 lo que se pasa de uno 0,156896 lo multiplicamos por 100 = 15,69 %.

Por tanto, la cantidad de vidrio reciclada este año es de casi 4.100 toneladas lo que supone un aumento con respecto a hace dos años de aproximadamente un 16 %.

3.- Resuelve paso a paso: (1 punto)

$$a)\ \sqrt[3]{9^{3x-4}}=3^{1-x} \rightarrow \left(9^{3x-4}\right)^{\frac{1}{3}}=3^{1-x} \rightarrow \left(\left(3^2\right)^{3x-4}\right)^{\frac{1}{3}}=3^{1-x} \rightarrow 3^{\frac{6x-8}{3}}=3^{1-x}$$

$$\rightarrow \frac{6x-8}{3}=1-x \rightarrow 6x-8=3-3x \rightarrow 9x=11 \rightarrow x=\frac{11}{9}$$

$$b)\ \ln x-4\ln\sqrt{x}+\ln\left(\frac{1}{x}\right)=7 \rightarrow \ln\left(\frac{x}{x^2\cdot x}\right)=7 \rightarrow \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)=7 \rightarrow e^7=\frac{1}{x^2}$$

$$\rightarrow x^2=\frac{1}{e^7} \rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{e^7}}=\frac{1}{\sqrt{e^7}}=\frac{1}{e^3\sqrt{e}}\cdot\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}}=\frac{\sqrt{e}}{e^3\cdot e} \rightarrow x=\frac{\sqrt{e}}{e^4}$$

4.- Dados los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$P(x)=x^4-4x^2+12x-9 \qquad Q(x)=x^3-2x^2-3x+1 \qquad R(x)=2x^2+4x-5 \qquad S(x)=x^2-2x+3$

Calcula: a) $3\cdot P(x)-2\cdot Q(x)+R(x)$ b) $P(x)\cdot Q(x)-3\cdot S(X)$ c) $P(x):S(x)$

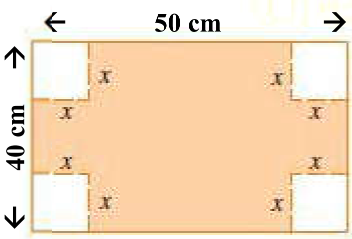
a) $3\cdot P(x)-2\cdot Q(x)+R(x)=3\left(x^4-4x^2+12x-9\right)-2\left(x^3-2x^2-3x+1\right)+2x^2+4x-5=3x^4-12x^2+36x$
$-27-2x^3+4x^2+6x-2+2x^2+4x-5=3x^4-2x^3-6x^2+46x-34$

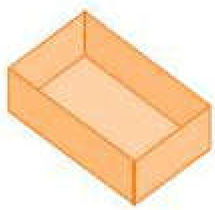
b) $P(x)\cdot Q(x)-3\cdot S(x)=\left(x^4-4x^2+12x-9\right)\cdot\left(x^3-2x^2-3x+1\right)-3\left(x^2-2x+3\right)=x^7-2x^6-3x^5+x^4$
$-4x^5+8x^4+12x^3-4x^2+12x^4-24x^3-36x^2+12x-9x^3+18x^2+27x-9-3x^2+6x-9=$
$=x^7-2x^6-7x^5+21x^4-21x^3-25x^2+45x-18$

c) $P(x):S(x)=\left(x^4-4x^2+12x-9\right):\left(x^2-2x+3\right)=x^2+2x-3 \qquad R(x)=0$

5.- Con una cartulina rectangular de 40 cm × 50 cm se quiere construir una caja sin tapa recortando cuatro cuadrados iguales en cada una de las esquinas. Escribe la expresión algebraica de la superficie de la caja en función del lado del cuadrado x. (1 punto)

Si llamamos x al lado de cada uno de los cuadrados que recortamos, su área será $A=x^2$ y como son 4 cuadrados, el área total será el área del rectángulo menos el área de los 4 cuadrados:





$$A=40\cdot 50-4x^2 \rightarrow A(x)=2000-4x^2$$

Así que, la expresión del área en función del lado del cuadrado es: $A(x)=2000-4x^2$

6.- Depositamos 32.500 € en un banco durante un año y medio y se convierten en 32.720 €. ¿Qué tanto por ciento mensual nos da el banco? (1,5 puntos)

Se trata de un ejercicio de **interés compuesto**, puesto que no se retiran los intereses en ningún momento, a excepción del final. Así que el capital final viene dado por:

$$C_f=C_o\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^t \rightarrow \frac{C_f}{C_o}=\left(1+\frac{r}{100}\right)^t \rightarrow \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}=\sqrt[t]{\left(1+\frac{r}{100}\right)^t}=\left(1+\frac{r}{100}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}-1=\frac{r}{100} \quad \rightarrow \quad r=100\cdot\left(\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}-1\right)$$

Y sustituyendo:

$$r=100\cdot\left(\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}-1\right)=100\cdot\left(\sqrt[18]{\frac{32.720}{32.500}}-1\right)=100(1{,}000374871-1)=100\cdot 0{,}000374871=0{,}037\%$$

El banco nos da un 0,037 % mensual, que equivale a un 0,45 % anual.

7.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: (1 punto) $\frac{2x^3+10x^2+16x+8}{4x^3+8x^2-4x-8}$

Pasa simplificar, sacamos factor común arriba y a bajo lo que se repite y descomponemos en factores tanto numerador como denominador con la ayuda de Ruffini:

$$\frac{2x^3+10x^2+16x+8}{4x^3+8x^2-4x-8}=\frac{2\left(x^3+5x^2+8x+4\right)}{4\left(x^3+2x^2-x-2\right)}=\frac{\cancel{2}(x+2)^{\cancel{2}}\cdot\cancel{(x+1)}}{2\cdot\cancel{2}\cancel{(x+2)}\cdot\cancel{(x+1)}\cdot(x-1)}=\frac{x+2}{2x-2}$$

7.- Halla el valor de k para que el resto de la división $x^4+kx^3-kx+5 \quad \underline{|x-2}$ sea – 3: (1 punto)

Como se trata de una división por un binomio de la forma x–a, podemos utilizar la regla de Ruffini:

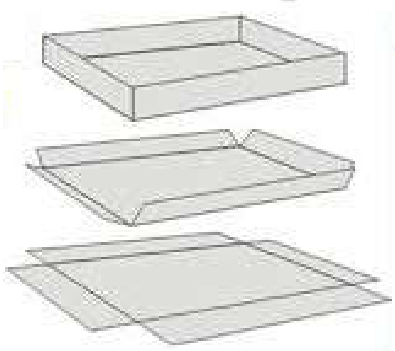
$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & k & 0 & -k & 5 \\ 2 & & 2 & 2k+4 & 4k+8 & 6k+16 \\ \hline & 1 & k+2 & 2k+4 & 3k+8 & \underline{|6k+21} \end{array}$$

Como dicen en el enunciado que el resto es igual a –3, igualaremos nuestro resto a –3 y despejaremos k:

$$6k+21=-3 \quad \rightarrow \quad 6k=-24 \quad \rightarrow \quad k=\frac{-24}{6} \quad \rightarrow \quad k=-4$$

Por tanto, k tiene que valer –4.

8.- (Bonus) Da la expresión algebraica del volumen da la caja del ejercicio 5.



Sabemos que el volumen se calcula multiplicando la superficie de la base por la altura.

$$V=Area_{Base}\cdot Altura=A\cdot h$$

La base ya no mide 40 x 50 puesto que le hemos restado **x** tanto al ancho como al largo, para poder doblarlo y formar a caja. Ahora medirá 40–2x y 50 –2x, así que:

$$V(x)=(40-2x)\cdot(50-2x)\cdot x=x\left(4x^2-180x+2000\right)=4x^3-180x^2+2000x$$

Por tanto, el volumen de la caja sin tapa es de: V(x) = $4x^3 - 180x^2 + 2000x$