	Nombre:		1ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Examen II	
	Fecha:	7 de noviembre de 2022	**Los números Reales**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.– Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas: (2 puntos)

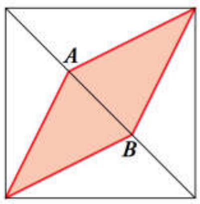
a) $\left(4^3-4\cdot 2^3\right):\sqrt[4]{3(-10)^2-2^2\cdot 11}-(3+5):2^3=$

b) $\sqrt{-\frac{5}{9}+1}\cdot\left(-2+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-1\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}=$

2.– Un futbolista ha metido los 2/5 del número total de goles marcados por su equipo y otro la cuarta parte del resto. Si los demás jugadores han marcado 54 goles, ¿cuántos goles metió el equipo en toda la temporada? ¿Qué fracción del total de goles metió el segundo? ¿Y el resto de jugadores? (1,5 puntos)

3.– ¿A qué redito se impuso un capital de 5.000 € que se transformó en 6.700 € en 6 años? (1 punto)

4.– Calcula aplicando las propiedades de las potencias: (1 punto) $\left[\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2\cdot(-3)^2\cdot\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2\cdot 3^6-\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}\right]^{-3}$



5.– Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 81 cm², ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el valor exacto. (1,5 puntos)

6.– Calcula el valor de la siguiente expresión: (2 puntos) $\dfrac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{12}+\sqrt{8}}=$

7.– Escribe tres intervalos A, B y C cuya intersección sea el intervalo $D:\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,-4<x\leq 1\right\}$ (1 punto)

Bonus.– Calcula el valor de los números **a**, **b**, **c** y **d** en la siguiente igualdad, utilizando todas las propiedades que conozcas:

$$9^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6^3}}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}$$

	Nombre:	**SOLUCIONES**	1ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Examen II	
	Fecha:	7 de noviembre de 2022	**Los números Reales**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas:

a) $\left(4^3-4\cdot 2^3\right):\sqrt[4]{3(-10)^2-2^2\cdot 11}-(3+5):2^3=(64-4\cdot 8):\sqrt[4]{3\cdot 100-4\cdot 11}-8:8=(64-32):\sqrt[4]{300-44}-1=$

$=32:\sqrt[4]{256}-1=32:4-1=8-1=7$

b) $\sqrt{-\frac{5}{9}+1}\cdot\left(-2+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-1\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}=\sqrt{-\frac{5}{9}+\frac{9}{9}}\cdot\left(-\frac{8}{4}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{4}\right)\cdot(-2)^2=\sqrt{\frac{4}{9}}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot 4=$

$=\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{4}\right)+3=-\frac{1}{2}+3=-\frac{1}{2}+\frac{6}{2}=\frac{5}{2}$

2.- Un futbolista ha metido los 2/5 del número total de goles marcados por su equipo y otro la cuarta parte del resto. Si los demás jugadores han marcado 54 goles, ¿cuántos goles metió el equipo en toda la temporada? ¿Qué fracción del total de goles metió el segundo? ¿Y el resto de jugadores?

Si el primero mete 2/5 de los goles totales del equipo y el segundo ¼ del resto, el segundo ha metido ¼ de 3/5 que son 3/20 de los goles. Así que, entre los dos han metido 2/5+3/20=11/20 del total de goles. Por lo tanto los otros jugadores habrán metido 9/20 del total de goles que se corresponden con 54 goles. Si llamamos x al total de goles metidos por el equipo, podemos escribir:

$$\frac{9}{20}\ de\ x=54 \quad\rightarrow\quad x=\frac{20\cdot 54}{9}=20\cdot 6=120\ goles$$

Así que el equipo metió 120 goles en toda la temporada y de ellos 3/20 los hizo el segundo y 9/20 el resto de los jugadores.

3.- ¿A qué redito se impuso un capital de 5.000 € que se transformó en 6.700 € en 6 años?

Se trata de un problema de interés compuesto cuyo capital final viene dado por la expresión: $C_f=C_o\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^t$

Como nos piden el rendimiento o la tasa de interés nominal, tenemos que despejar **r** de la expresión anterior; como C_o está multiplicando pasa dividiendo:

$$C_f=C_o\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^t \quad\rightarrow\quad \frac{C_f}{C_o}=\left(1+\frac{r}{100}\right)^t \quad\underset{(1)}{\rightarrow}\quad \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}=\sqrt[t]{\left(1+\frac{r}{100}\right)^t} \quad\rightarrow\quad \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}=1+\frac{r}{100}$$

Donde en (1) hemos aplicado la raíz de índice t a ambos lados de la igualdad para poder quitar la potencia t.

Hecho esto, ya es muy fácil despejar r:

$$\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}=1+\frac{r}{100} \quad\rightarrow\quad \sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}-1=\frac{r}{100} \quad\rightarrow\quad \left(\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}-1\right)\cdot 100=r$$

Sustituyendo los datos del problema:

$$r=100\cdot\left(\sqrt[t]{\frac{C_f}{C_o}}-1\right) \quad\rightarrow\quad r=100\left(\sqrt[6]{\frac{6700}{5000}}-1\right)=100\left(\sqrt[6]{\frac{67}{50}}-1\right)=4{,}99875$$

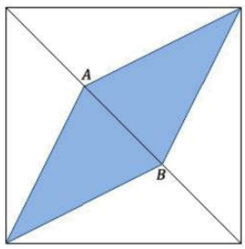
Por lo que el rédito fue del 5 %.

4.- Calcula aplicando las propiedades de las potencias: $\left[\dfrac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2\cdot(-3)^2\cdot\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2\cdot 3^6-\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}\right]^{-3}$

Para calcularlo voy a expresarlo todo en potencias de base 3 y utilizar las propiedades de las potencias para operar:

$$\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2\cdot(-3)^2\cdot\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2\cdot 3^6-\left(\frac{1}{3}\right)^{-6}}\right]^{-3}=\left[\frac{3^{-2}\cdot 3^2\cdot\left[(3)^3\right]^2}{2\cdot 3^6-3^6}\right]^{-3}=\left[\frac{3^{-2}\cdot 3^2\cdot 3^6}{3^6(2-1)}\right]^{-3}=\left[\frac{3^{-2+2+6}}{3^6\cdot 1}\right]^{-3}=\left[\frac{3^6}{3^6}\right]^{-3}=1^{-3}=1$$

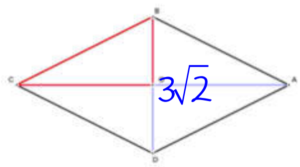
5.- Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 81 cm^2, ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el valor exacto. (1,5 puntos)



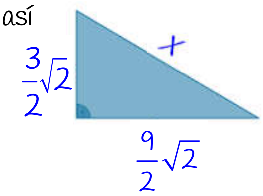
Si el área del cuadrado es de 81 cm^2, su lado será: $l=\sqrt{81}=9\ cm$, y aplicando el Teorema de Pitágoras calculamos la longitud de la diagonal:

$$a^2=b^2+c^2 \quad\rightarrow\quad d^2=2l^2 \quad\rightarrow\quad d=\sqrt{2\cdot l^2}=\sqrt{2\cdot 9^2}=\sqrt{162}=9\sqrt{2}$$

Como dice que los puntos A y B dividen a la diagonal en tres partes iguales, cada una de esas partes medirá $\frac{1}{3}\cdot 9\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ cm, por tanto, ya tenemos la medida de la diagonal menor del rombo.



Si nos fijamos solo en uno de los 4 triángulos rectángulos que forman el rombo podemos observar que un cateto mide la mitad de lo que mide cada parte, $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ y el otro la mitad de lo que mide la diagonal, $\frac{9}{2}\sqrt{2}$, así que, con estos datos y aplicando de nuevo el teorema de Pitágoras llegamos a:



$$x^2=b^2+c^2 \quad\rightarrow\quad x=\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{2}+\frac{81}{2}}=\sqrt{\frac{90}{2}}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ cm$$

Por tanto, el lado del rombo mide $3\sqrt{5}$ cm

6.- Calcula el valor de la siguiente expresión: $\dfrac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{12}+\sqrt{8}}=$

Antes de operar, vamos a extraer de los radicales todos los factores que se pueda:

$$\frac{\left[\left(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{12}+\sqrt{8}}=\frac{\left[\left(4\cdot 5\sqrt{2}-3\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$$

Hecho esto, agrupamos y multiplicamos:

$$\frac{\left[\left(4\cdot 5\sqrt{2}-3\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=\frac{\left[\left(20\sqrt{2}-18\sqrt{2}\right)\cdot\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=\frac{\left[\left(2\sqrt{2}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}\right)\right]\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=$$

Simplificando llegamos a:

$$\frac{\cancel{2}\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\cancel{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{5\sqrt{2\cdot2\cdot2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{5\cdot2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

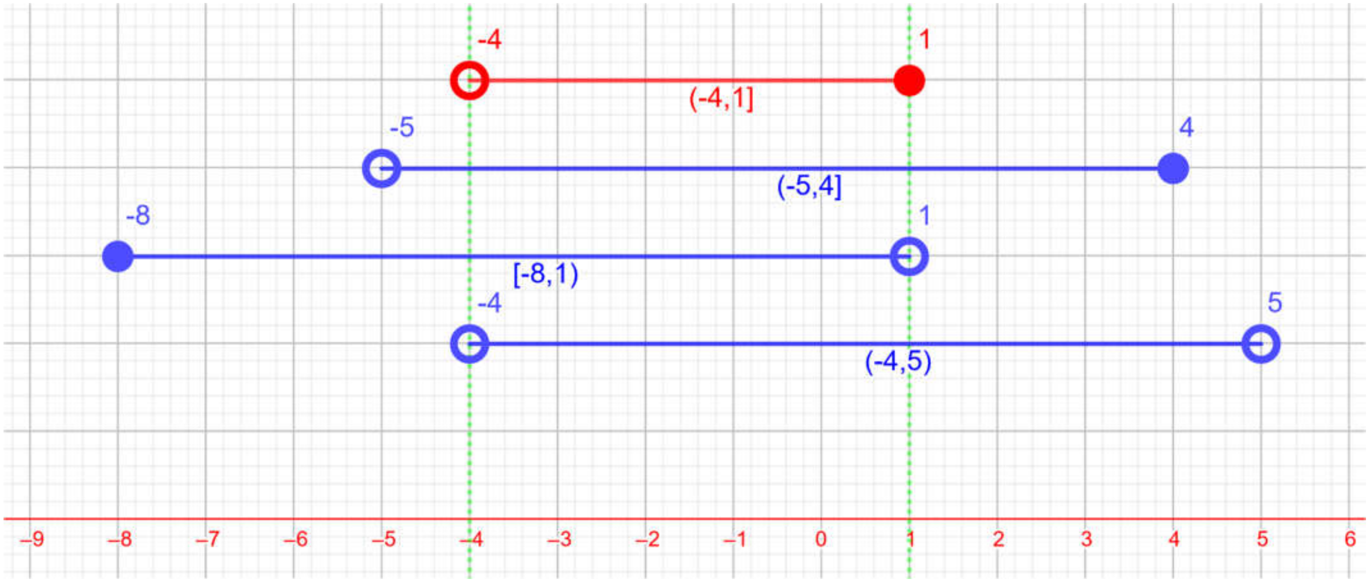
Como en el denominador hay una suma de raíces, tenemos que racionalizar multiplicando arriba y abajo por el conjugado del denominador:

$$\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{10\sqrt{6}-10\sqrt{4}}{3-2}=\frac{10\sqrt{6}-10\cdot2}{1}=10\left(\sqrt{6}-2\right)$$

Así que el resultado es: $10\left(\sqrt{6}-2\right)$

7.- Escribe tres intervalos A, B y C cuya intersección sea el intervalo $D:\{x\in\mathbb{R}\,/\,-4<x\leq1\}$

La respuesta es abierta y tiene muchísimas soluciones, voy a dibujar una de ellas:



He dibujado los intervalos A=(−5,4]; B=[−8,1) y C=(−4,5) y vemos gráficamente que la intersección de todos ellos da como resultado el intervalo D=(−4,1]

$$A\cap B\cap C=D$$

Bonus.- Calcula el valor de los números a, b, c y d en la siguiente igualdad, utilizando todas las propiedades que conozcas:

$$9^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6^3}}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}$$

Escribimos todo en forma de potencia:

$$9^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{6^3}}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}}=\left(3^2\right)^{\frac{3}{4}}\cdot6^{-\frac{3}{4}}\cdot2^{\frac{1}{2}}\cdot3^{-\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}\cdot2^{-\frac{3}{4}}\cdot3^{-\frac{3}{4}}\cdot2^{\frac{1}{2}}\cdot3^{-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}\cdot3^{\frac{3}{2}-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{3}{4}+\frac{2}{4}}\cdot3^{\frac{6}{4}-\frac{3}{4}-\frac{2}{4}}=$$

$$=2^{-\frac{1}{4}}\cdot3^{\frac{1}{4}}=\frac{3^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{4}}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}}\quad\rightarrow\quad\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}\quad\rightarrow\quad\begin{cases}a=3\\b=2\\c=1\\d=4\end{cases}$$

Así que, a=3, b=2, c=1 y d=4