



Nombre:		Tercera Evaluación
Curso:	4º ESO A-B	Examen XII CCSS
Fecha:	8 de junio de 2018	Final Junio 2018

**1.- (1 punto)** Calcula indicando los pasos intermedios:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} =$       b)  $\frac{2^5 \cdot 27^2 \cdot 4^{-1} \cdot 8^{-3}}{2^{-3} \cdot 16 \cdot 81}$       c)  $(\sqrt{200} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27} + \sqrt{12})^2$

**2.- (0,75 puntos)** Luis XIV decidió en 1.682 trasladarse a Versalles y para ello utilizó 4 carruajes. En el primero llevó un quinto del equipaje, en el segundo un cuarto del resto, en el tercero, dos tercios del nuevo resto, y en el cuarto 750 Kg. ¿Cuál era el peso total del equipaje?

**3.- (0,5 puntos)** Calcula el valor de x en las siguientes expresiones logarítmicas y exponenciales:

a)  $\frac{(3^{x+1})^2 \cdot 9^{-x}}{81^{1-x} \cdot 3^{2x}} = 1$       b)  $\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$

**4.- (0,5 puntos)** Realiza las siguientes operaciones de polinomios:

a)  $(3x^3 - 7x^2 + 5)^2$       b)  $2x^5 + 6x^4 - 4x^2 + 10x + 4 \mid x^3 - x + 1$

**5.- (1 punto)** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2\sqrt{x+4} - \sqrt{5x+4} = 0$       b)  $\frac{(2x-1) \cdot (2x+1)}{3} + \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{3x+4}{6} + \frac{x^2}{3}$

**6.- (0,75 puntos)** Si se añade 49 al cuadrado de cierto número natural, dicha suma es igual al cuadrado de 11 más dicho número. ¿De qué número se trata?

## Departamento de Matemáticas

**7.- (0,75 puntos)** ¿Cuántos peldaños tiene una escalera si subiéndolos de dos en dos hay que dar tres saltos más que si los subimos de 3 en tres?

**8.- (0,5 puntos)** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x \cdot y = 48 \end{cases}$$

**9.- (0,75 puntos)** Una comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz, por los que tiene que pagar 66,10 €; pero consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 10% en el del arroz. De esa forma paga 56,24 €. ¿Cuáles son los precios primitivos de cada artículo?

**10.- (0,5 puntos)** Calcula el dominio de la función:  $f(x) = (x-2) \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

**11.- (0,75 puntos)** Tras un test realizado al nuevo Volkswagen Touareg, se ha observado que el consumo de gasóleo,  $C(x)$ , expresado en litros, viene dado por la función:

$$C(x) = 7,5 - 0,05x + 0,00025x^2$$

Siendo  $x$  la velocidad en Km/h y  $25 \leq x \leq 175$

- Determine el consumo de combustible a las velocidades de 50 km/h y 150 km/h.
- Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función.
- ¿A qué velocidades se obtiene el mínimo consumo?, ¿y el máximo? Calcule el consumo máximo y mínimo.

**12.- (0,75 puntos)** Dada la distribución estadística:

$x_i$	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)
$f_i$	3	5	7	8	2	6

Calcular:

- El percentil 96.
- El coeficiente de Variación.

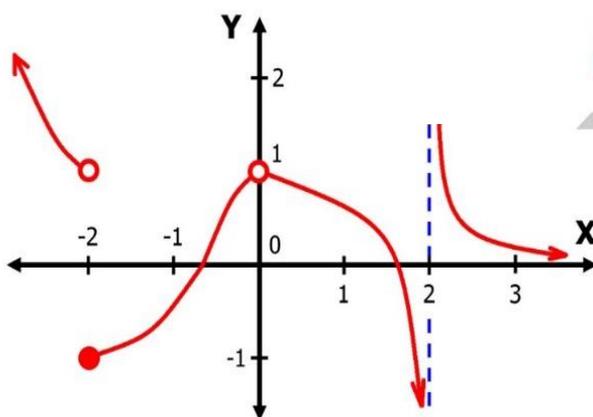
**13.- (0,5 puntos)** En la heladería "Oliveri" de la ciudad de Casablanca, preparan copas de helado con cuatro bolas elegidas de entre los 20 sabores diferentes.

- ¿Cuántas copas distintas pueden prepararse si las cuatro bolas son diferentes?
- ¿Y si no fueran diferentes, cuántas copas pueden prepararse?

**14.- (0,5 puntos)** En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 que son nuevas y entre las sillas con respaldo hay otras 7 nuevas.

- Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?
- Si se coge una silla vieja, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo?

**15.- (0,5 puntos)** Dado el gráfico siguiente, calcule los límites:



a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$



**1.- (1 punto)** Calcula indicando los pasos intermedios:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} =$

b)  $\frac{2^5 \cdot 27^2 \cdot 4^{-1} \cdot 8^{-3}}{2^{-3} \cdot 16 \cdot 81}$

c)  $(\sqrt{200} - \sqrt{75} + 2\sqrt{27} + \sqrt{12})^2$

Sol: a)  $2 + \sqrt{2}/2$ ; b)  $9/128$  d)  $227 + 60\sqrt{6}$

**2.- (0,75 puntos)** Luis XIV decidió en 1.682 trasladarse a Versalles y para ello utilizó 4 carruajes. En el primero llevó un quinto del equipaje, en el segundo un cuarto del resto, en el tercero, dos tercios del nuevo resto, y en el cuarto 750 Kg. ¿Cuál era el peso total del equipaje?

Sol: 3.500 kg

**3.- (0,5 puntos)** Calcula el valor de x en las siguientes expresiones logarítmicas y exponenciales:

a)  $\frac{(3^{x+1})^2 \cdot 9^{-x}}{81^{1-x} \cdot 3^{2x}} = 1$

b)  $\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$

Sol: a)  $x=1$ ; b)  $x=5$

**4.- (0,5 puntos)** Realiza las siguientes operaciones de polinomios:

a)  $(3x^3 - 7x^2 + 5)^2$

b)  $2x^5 + 6x^4 - 4x^2 + 10x + 4 \mid x^3 - x + 1$

Sol: a)  $9x^6 - 42x^5 + 49x^4 + 30x^3 - 70x^2 + 25$ ; b)  $C(x) = 2x^2 + 6x + 2$ ;  $R(x) = 6x + 2$

**5.- (1 punto)** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2\sqrt{x+4} - \sqrt{5x+4} = 0$

b)  $\frac{(2x-1) \cdot (2x+1)}{3} + \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{3x+4}{6} + \frac{x^2}{3}$

Sol: a)  $x=12$ ; b)  $x_1=0$  y  $x_2=6/5$

**6.- (0,75 puntos)** Si se añade 49 al cuadrado de cierto número natural, dicha suma es igual al cuadrado de 11 más dicho número. ¿De qué número se trata?

Sol: El número es el 9.

**7.- (0,75 puntos)** ¿Cuántos peldaños tiene una escalera si subiéndolos de dos en dos hay que dar tres saltos más que si los subimos de 3 en tres?

Sol: 18 peldaños.

**8.- (0,5 puntos)** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x \cdot y = 48 \end{cases}$$

Sol: Si  $x=6$ ,  $y=8$ ; y si  $x=8$ ,  $y=6$ .

**9.- (0,75 puntos)** Una comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz, por los que tiene que pagar 66,10 €; pero consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 10% en el del arroz. De esa forma paga 56,24 €. ¿Cuáles son los precios primitivos de cada artículo?

Solución: 1 kg de harina valía 0,65 € y un kg de arroz 0,42 €

**10.- (0,5 puntos)** Calcula el dominio de la función:  $f(x) = (x-2) \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

Sol:  $[-1,1)$

**11.- (0,75 puntos)** Tras un test realizado al nuevo Volkswagen Touareg, se ha observado que el consumo de gasóleo,  $C(x)$ , expresado en litros, viene dado por la función:

$$C(x) = 7,5 - 0,05x + 0,00025x^2$$

Siendo  $x$  la velocidad en Km/h y  $25 \leq x \leq 175$

- d) Determine el consumo de combustible a las velocidades de 50 km/h y 150 km/h.
- e) Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función.
- f) ¿A qué velocidades se obtiene el mínimo consumo?, ¿y el máximo? Calcule el consumo máximo y mínimo.

Sol: a) 5,625 litros; b)  $f$  decreciente en  $(25,100)$  y  $f$  creciente en  $(100,175)$ ; c) El consumo mínimo se consigue a 100 km/h y es de 5 litros, y el consumo máximo se consigue a 25 o 175 km/h y es de 6,4 litros.

**12.- (0,75 puntos)** Dada la distribución estadística:

$x_i$	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)
$f_i$	3	5	7	8	2	6

Calcular:

- c) El percentil 96.
- d) El coeficiente de Variación.

La tabla de valores es:

$x_i$		$f_i$	$F_i$	$h_i$	$H_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
Intervalos	$x_i$						
0 - 5	2,5	3	3	0,0968	0,0968	7,5	18,75
5 - 10	7,5	5	8	0,1613	0,2581	37,5	281,25
10 - 15	12,5	7	15	0,2258	0,4839	87,5	1093,75
15 - 20	17,5	8	23	0,2580	0,7419	140	2450
20 - 25	22,5	2	25	0,0645	0,8064	45	1012,5
25 - 30	27,5	6	31	0,1935	1	165	4537,5
<b>Totales:</b>			N=31			$\sum x_i \cdot f_i = 482,5$	$\sum x_i^2 \cdot f_i = 9.393,75$

El percentil 96  $\frac{96 \cdot 31}{100} = 29,76$  se encuentra en la clase (25 - 30) y su valor es:  $P_{96} = 25 + \frac{29,76 - 25}{6} \cdot 5 = 28,97$

Para el coeficiente de variación necesito la media y la varianza:

La media aritmética viene dada por:  $Media : \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{482,5}{31} = 15,56$

La Varianza la calculamos mediante la expresión  $Var = \frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{9393,75}{31} - 15,56^2 = 60,91$

La Desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza:  $\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{60,91} = 7,80$

El coeficiente de variación es:  $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7,8}{15,56} = 0,501$



**13.- (0,5 puntos)** En la heladería “Oliveri” de la ciudad de Casablanca, preparan copas de helado con cuatro bolas elegidas de entre los 20 sabores diferentes.

**c)** ¿Cuántas copas distintas pueden prepararse si las cuatro bolas son diferentes?

**d)** ¿Y si no fueran diferentes, cuántas copas pueden prepararse?

Como el orden no importa se trataría de combinaciones, en el apartado a) sin repetición y en el b) con repetición

$$C_{20}^4 = \frac{20!}{4!16!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4.845 \quad CP_{20}^5 = C_{24}^5 = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!} = \frac{24!}{5!(19)!} = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 42.504$$

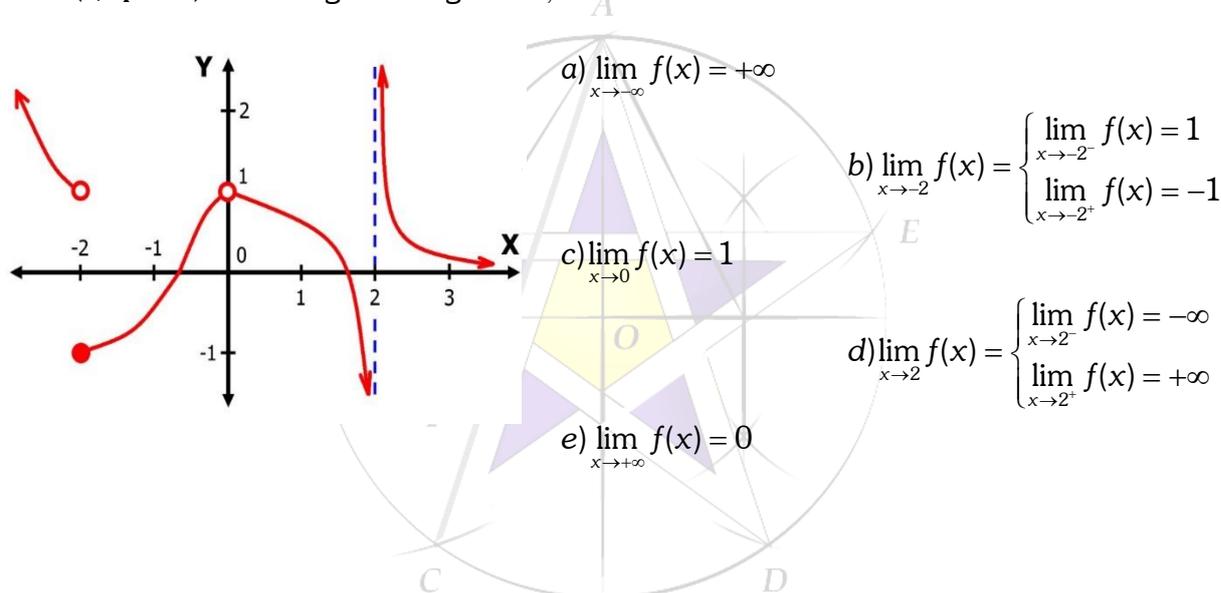
**14.- (0,5 puntos)** En un aula de dibujo hay 40 sillas, 30 con respaldo y 10 sin él. Entre las sillas sin respaldo hay 3 que son nuevas y entre las sillas con respaldo hay otras 7 nuevas.

**c)** Tomada una silla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea nueva?

**d)** Si se coge una silla vieja, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga respaldo?

Sol: a)  $P(N) = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{30} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{10} = \frac{7}{40} + \frac{3}{40} = \frac{1}{4}$  ; b)  $P(\bar{R}/V) = \frac{P(\bar{R} \cap V)}{P(V)} = \frac{7/40}{3/4} = \frac{7}{30}$

**15.- (0,5 puntos)** Dado el gráfico siguiente, calcula los límites:



Departamento de Matemáticas

I.E. JUAN RAMÓN JIMÉNEZ

Casablanca (Marruecos)