

IDENTIFICAR SISTEMAS DE ECUACIONES Y SUS ELEMENTOS

Nombre: Curso: Fecha:

SISTEMAS DE ECUACIONES

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** está formado por dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de las que se busca una solución común.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = k \\ a'x + b'y = k' \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Coeficientes de las incógnitas: } a, a', b, b' \\ \text{Términos independientes: } k, k' \end{array} \right.$$

EJEMPLO

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Incógnitas: } x, y \\ \text{Coeficientes de las incógnitas: } 1, 1, 1, -2 \\ \text{Términos independientes: } 5, 2 \end{array} \right.$$

ACTIVIDADES

1 Determina las incógnitas, los coeficientes y los términos independientes de estos sistemas.

$$a) \left. \begin{array}{l} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} -2x + y = -1 \\ x - y = 0 \end{array} \right\}$$

- Una **solución** de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es un par de números que verifica ambas ecuaciones.
- **Resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas** es encontrar sus soluciones.
- **Si un sistema tiene solución**, es decir, si se pueden encontrar dos números que cumplan las dos ecuaciones, se dice que es **compatible**.

EJEMPLO

Comprueba si el siguiente sistema de ecuaciones tiene como solución $x = 4$ e $y = 1$.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\}$$

Veamos si la solución del enunciado verifica las dos ecuaciones del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{x=4, y=1} \left. \begin{array}{l} 4 + 1 = 5 \\ 4 - 2 \cdot 1 = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Cumple la ecuación.} \\ \text{Cumple la ecuación.} \end{array}$$

Por tanto, $x = 4$ e $y = 1$ es una solución del sistema. El sistema es compatible.

2 Determina si $x = 0$ e $Y = -1$ es solución de estos sistemas.

$$a) \left. \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ x + 4y = 2 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + 4y = 2 \\ 3y = -3 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 4y = -4 \end{array} \right\}$$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Nombre: Curso: Fecha: **MÉTODO DE SUSTITUCIÓN**

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución:

- Despejamos** una incógnita en una de las dos ecuaciones.
- Sustituimos** la expresión obtenida en la otra ecuación.
- Resolvemos** la ecuación con una incógnita que resulta.
- Sustituimos** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- Comprobamos** que la solución obtenida verifica ambas ecuaciones.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ x - y = 20 \end{array} \right\}$$

- a) Elegimos para **despejar** la incógnita x de la segunda ecuación.

$$x = 10 + y$$

- b) **Sustituimos** esta incógnita en la primera ecuación.

$$x + y = 30 \xrightarrow{x = 10 + y} (10 + y) + y = 30$$

- c) **Resolvemos** la ecuación obtenida.

$$(10 + y) + y = 30$$

$$10 + y + y = 30$$

$$10 + 2y = 30$$

$$2y = 30 - 10$$

$$y = \frac{20}{2}$$

$$\boxed{y = 10}$$

- d) **Sustituimos** el valor $y = 10$ en la primera ecuación.

$$x + y = 30$$

$$x + 10 = 30$$

$$\boxed{x = 10}$$

- e) **Comprobamos** la solución obtenida. Para ello hay que sustituir el par de valores (20, 10) en las dos ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{array} \right\} \xrightarrow{x = 20, y = 10} \left. \begin{array}{l} 20 + 10 = 30 \\ 20 - 10 = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \\ \rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \end{array}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 20$ e $y = 10$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución, es decir, es un sistema compatible.

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Resuelve el sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Elegimos para despejar la incógnita y en la primera ecuación.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow y = 5 - x$$

- b) Sustituimos esta incógnita en la segunda ecuación.

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{y = 5 - x} x - 2(5 - x) = 2$$

- c) Resolvemos la ecuación obtenida.

$$x = \boxed{}$$

- d) Sustituimos el valor de x obtenido en una de las ecuaciones, por ejemplo, en la primera.

$$x + y = 5$$

$$\boxed{} + y = 5$$

$$y = \boxed{}$$

Solución del sistema: $x = \boxed{}$ $y = \boxed{}$

- e) Comprobamos la solución del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \boxed{} + \boxed{} = 5 \\ \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 2 = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Si obtenemos este resultado, los valores de } x \text{ e } y \text{ son correctos.}$$

- 2 Resuelve los sistemas mediante el método de sustitución y comprueba los resultados.

a) $\left. \begin{array}{l} x + 3y = 8 \\ 2x - y = 9 \end{array} \right\}$

b) $\left. \begin{array}{l} -x + y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{array} \right\}$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

- 3 Resuelve mediante el método de sustitución y comprueba la solución del siguiente sistema.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x-1}{5} + 2y &= 1 \\ y + \frac{3x}{2} &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- a) Reducimos a común denominador.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x-1}{5} + \frac{5 \cdot 2y}{5} &= \frac{5 \cdot 1}{5} \\ \frac{2 \cdot y}{2} + \frac{3x}{2} &= \frac{2 \cdot 2}{2} \end{aligned} \right\}$$

De esta manera obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} 3x - 1 + 10y &= 5 \\ 2y + 3x &= 4 \end{aligned} \right\}$$

- b) Quitamos los denominadores.

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x-1}{\cancel{5}} + \frac{10y}{\cancel{5}} &= \frac{5}{\cancel{5}} \\ \frac{2y}{\cancel{2}} + \frac{3x}{\cancel{2}} &= \frac{4}{\cancel{2}} \end{aligned} \right\}$$

Ahora resuélvelo tal y como has hecho en ejercicios anteriores. No olvides comprobar la solución.

- 4 Resuelve mediante el método de sustitución y comprueba el siguiente sistema.

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-2}{3} + y &= 4 \\ x + \frac{y}{3} &= 6 \end{aligned} \right\}$$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Nombre: Curso: Fecha: **MÉTODO DE IGUALACIÓN**

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de igualación:

- Despejamos** la misma incógnita en las dos ecuaciones.
- Igualamos** las expresiones obtenidas.
- Resolvemos** la ecuación de una incógnita que resulta.
- Sustituimos** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- Comprobamos** la solución obtenida.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de igualación.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array} \right\}$$

- a) Elegimos para **despejar** la incógnita y de las dos ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 1 = y \\ 11 - 3x = y \end{array} \right\}$$

- b) **Igualamos** las expresiones obtenidas.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

- c) **Resolvemos** la ecuación obtenida.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

$$2x + 3x = 11 - 1$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

- d) **Sustituimos** el valor $x = 2$ en cualquiera de las ecuaciones. Elegimos la segunda.

$$3x + y = 11$$

$$3 \cdot 2 + y = 11$$

$$6 + y = 11$$

$$y = 5$$

- e) **Comprobamos** la solución obtenida.

Para ello hay que sustituir el par de valores (2, 5) en las dos ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array} \right\} \xrightarrow{x=2, y=5} \left. \begin{array}{l} 2 \cdot 2 - 5 = -1 \\ 3 \cdot 2 + 5 = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \\ \rightarrow \text{Cumple la ecuación.} \end{array}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 2$ e $y = 5$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución, es decir, es un sistema compatible.

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE IGUALACIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Resuelve el sistema mediante el método de igualación y comprueba la solución.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow$$

- b) Igualamos las ecuaciones obtenidas.

- c) Resolvemos la ecuación de una incógnita obtenida.

- d) Sustituimos el valor de una de las incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema.

- e) Comprobamos la solución.

- 2 Resuelve los siguientes sistemas mediante el método de igualación y comprueba los resultados.

a) $\left. \begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 0 \end{array} \right\}$

b) $\left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{array} \right\}$

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE REDUCCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

MÉTODO DE REDUCCIÓN

Para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de reducción:

- Buscamos un sistema equivalente** donde los coeficientes de una misma incógnita sean iguales u opuestos.
- Restamos o sumamos** las dos ecuaciones obtenidas, eliminando así una incógnita.
- Resolvemos** la ecuación que resulta.
- Sustituimos** el valor obtenido en cualquiera de las dos ecuaciones para obtener la otra incógnita.
- Comprobar** la solución obtenida.

EJEMPLO

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de reducción.

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{array} \right\}$$

- a) **Obtenemos** un sistema con las mismas soluciones.

Elegimos una incógnita en las dos ecuaciones, en este caso x .

Multiplicamos la primera ecuación por 2.

$$\left. \begin{array}{l} 2(x + 2y = 25) \\ 2x + 3y = 40 \end{array} \right\}$$

Ahora el sistema equivalente es:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 4y = 50 \\ 2x + 3y = 40 \end{array} \right\}$$

- b) **Restamos** las dos ecuaciones del sistema para eliminar la x .

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ - (2x + 3y = 40) \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ -2x - 3y = -40 \\ \hline y = 10 \end{array}$$

- c) **Resolvemos** la ecuación de una incógnita que resulta.

$$\boxed{y = 10}$$

- d) **Sustituimos** el valor obtenido en una de las dos ecuaciones del sistema, en este caso en la primera ecuación.

$$\begin{array}{l} x + 2y = 25 \\ x + 2 \cdot 10 = 25 \end{array}$$

$$\boxed{x = 5}$$

- e) **Comprobamos** el resultado.

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{array} \right\} \xrightarrow{x=5, y=10} \left. \begin{array}{l} 5 + 2 \cdot 10 = 25 \\ 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 40 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 25 = 25 \\ 40 = 40 \end{array} \right\}$$

La solución del sistema es el par de valores $x = 5$ e $y = 10$.

Por tanto, el sistema de ecuaciones tiene solución, es decir, es un sistema compatible.

RESOLVER SISTEMAS MEDIANTE EL MÉTODO DE REDUCCIÓN

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción y comprueba el resultado.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ 4x + 5y = 140 \end{cases}$$

- a) Elegimos una incógnita, por ejemplo la y .

Multiplicamos la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 2.

$$\begin{cases} 5(3x - 2y = -10) \\ 2(4x + 5y = 140) \end{cases} \quad \begin{cases} 15x - 10y = -50 \\ 8x + 10y = 280 \end{cases} \quad \text{Sistema con las mismas soluciones.}$$

- b) Sumamos las dos ecuaciones para eliminar la y .

$$\begin{array}{r} 15x - 10y = -50 \\ - 8x + 10y = 280 \\ \hline 23x = 230 \end{array}$$

- c) Resolvemos la ecuación obtenida.

$$x = \boxed{}$$

- d) Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones del sistema y obtenemos el valor de y .

- e) Comprobamos la solución.

- 2 Resuelve por el método de reducción el sistema y comprueba el resultado.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 26 \\ 2x - 3y = -13 \end{cases}$$

Elegimos una incógnita:

¿Por qué número tenemos que multiplicar las ecuaciones para que esa incógnita desaparezca al sumarlas?

$$\begin{cases} \square (3x + 2y = 26) \\ \square (2x - 3y = -13) \end{cases} \rightarrow$$

RESOLVER PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

Para **resolver un problema** mediante un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, hay que realizar los siguientes pasos.

- Identificamos** las incógnitas.
- Planteamos** las ecuaciones y formamos el sistema de ecuaciones.
- Resolvemos** el sistema de ecuaciones mediante cualquiera de los tres métodos.
- Comprobamos** que la solución cumple las condiciones del enunciado.

EJEMPLO

La suma de las edades de dos hermanos es 29 y, dentro de 8 años, la edad del mayor será el doble que la edad del menor. ¿Cuántos años tiene cada hermano?

- a) Identificamos las incógnitas.

x = edad del hermano mayor

y = edad del hermano menor

- b) Planteamos las ecuaciones y formamos el sistema.

- Planteamos el problema:

| | <u>Hoy</u> | | <u>Dentro de 8 años</u> |
|---------------|---------------------------------|---|---|
| Hermano mayor | x | → | $x + 8$ |
| Hermano menor | y | → | $y + 8$ |
| | $x + y = 29$ | | $x + 8 = 2(y + 8)$ |
| | <i>Las dos edades suman 29.</i> | | <i>La edad del mayor será el doble de la del menor.</i> |

- Formamos el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 29 \\ x + 8 = 2(y + 8) \end{array} \right\}$$

- c) Resolvemos el sistema de ecuaciones. Eligiendo el método de sustitución, despejamos x en la primera ecuación y sustituimos en la segunda.

$$x = 29 - y \rightarrow (29 - y) + 8 = 2(y + 8)$$

$$29 - y + 8 = 2y + 16$$

$$29 + 8 - 16 = 2y + y \rightarrow 21 = 3y \rightarrow y = 7$$

Sustituimos $y = 7$ en la primera ecuación: $x + 7 = 29 \rightarrow x = 29 - 7 = 22$

Por tanto: $x = 22$ años tiene el hermano mayor.

$y = 7$ años tiene el hermano menor.

- d) Comprobamos que la solución cumple las condiciones del enunciado: sustituimos los valores obtenidos de x e y ($x = 22$ e $y = 7$) en las dos ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 29 \\ x + 8 = 2(y + 8) \end{array} \right\} \xrightarrow{x=22, y=7} \left. \begin{array}{l} 22 + 7 = 29 \\ 22 + 8 = 2 \cdot (7 + 8) \end{array} \right\} \rightarrow 30 = 14 + 16 \rightarrow 30 = 30$$

Por tanto, $x = 22$ e $y = 7$ es solución del problema.

RESOLVER PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1 Un alumno realiza un examen de diez preguntas. Por cada pregunta acertada le dan 2 puntos y por cada pregunta que falla le quitan 1 punto. Sabiendo que la calificación final fue de 8 puntos, ¿cuántos aciertos y fallos tuvo?

a) Identificamos las incógnitas.

$x =$

$y =$

b) Planteamos las ecuaciones y formamos el sistema.

- Planteamos el problema:

N.º de preguntas acertadas \longrightarrow Puntuación de preguntas acertadas

N.º de preguntas falladas \longrightarrow Puntuación de preguntas falladas

Total de preguntas: 10 \longrightarrow Puntuación total: 8

Primera ecuación

Segunda ecuación

- Formamos el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = \square \\ \square \end{array} \right\}$$

c) Resolvemos el sistema. Elegimos el método de resolución más adecuado.

d) Comprobamos el resultado.

RESOLVER PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

- 2** En un hotel hay 120 habitaciones dobles e individuales. Si el número total de camas es 195, ¿cuántas habitaciones hay de cada tipo?

a) Identificamos las incógnitas.

$x =$

$y =$

b) Planteamos las ecuaciones y formamos el sistema.

- Planteamos el problema:

Habitaciones dobles



Camas en habitaciones dobles.

Habitaciones individuales



Camas en habitaciones individuales.

Total de habitaciones: 120



Total de camas: 195.

Primera ecuación

Segunda ecuación

- Formamos el sistema de ecuaciones:

| | |
|--|---|
| | } |
| | } |

c) Elegimos un método de resolución y resolvemos el problema.

d) Comprobamos el resultado.

RESOLVER PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES

Nombre: Curso: Fecha:

3 Calcula dos números cuya suma es 10 y su diferencia es 6.

4 En un corral hay 25 ovejas y gallinas y contando las patas hay 80 en total. ¿Cuántas ovejas y gallinas son?

5 Paloma tiene monedas de 2 € y 1 €. Sabiendo que tiene 20 monedas y que el valor de todas es 33 €, calcula el número de monedas que tiene de cada tipo.

| | Monedas | Valor de las monedas |
|----------------------|----------------------|---|
| De 1 € | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| De 2 € | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| Total de monedas: 20 | <input type="text"/> | <input type="text"/> Valor total: 33 €. |