5 Sistemas de ecuaciones

ECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

SISTEMAS DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

- CLASES DE SISTEMAS
- RESOLUCIÓN GRÁFICA

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

- SUSTITUCIÓN
- IGUALACIÓN
- REDUCCIÓN

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE DOS ECUACIONES Y DOS INGÓGNITAS

Una clase improvisada

Estar invitado a la «fiesta de la Primavera», que cada año se celebraba en el palacio del maharajá, era un honor reservado tan solo a los personajes más influyentes.

Al subirse al elefante, el sabio Brahmagupta y su joven ayudante, Serhane, coincidieron en reconocer que el maharajá era muy generoso al enviar a su séquito para llevarlos a palacio.

El joven ayudante pasó la mitad del camino quejándose de las disciplinas que tenía que estudiar:

–Maestro, ¿por qué tengo que estudiar álgebra? No tiene ninguna utilidad, pues si tengo cinco monedas son cinco monedas y no cinco incógnitas… Y que la incógnita pueda ser cualquier cosa es antinatural.

Brahmagupta tomó la palabra, y durante la mitad del camino que les quedaba, le explicó a su discípulo la utilidad del álgebra:

–Todo en este mundo tiene su significado: la estrella en la frente del elefante no solo es una estrella, significa que pertenece al maharajá, y la cruz coronada de cuatro círculos no es solo un dibujo, es el símbolo de la ciudad. En Matemáticas lo más sencillo es quitarle el significado a las cosas, operar con números y, después, interpretar el resultado.

Tras estas palabras, maestro y discípulo permanecieron en silencio durante el kilómetro que faltaba para llegar al palacio.

Con ayuda de una ecuación, calcula la distancia que ambos recorrieron a lomos del elefante.

x = distancia

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = x \rightarrow 2x + x + 4 = 4x \rightarrow x = 4$$

Recorrieron una distancia de 4 km.

Sistemas de ecuaciones

EJERCICIOS

001 **Expresa las siguientes ecuaciones de la forma $ax + by = c$, e indica el valor de sus coeficientes.**

a) $y = 2x - 3$ b) $y = x + 3$ c) $-3x = 1 - y$ d) $x = 2 - y$

Construye una tabla de valores para estas ecuaciones.

a) $y = 2x - 3 \rightarrow -2x + y = -3 \rightarrow a = -2;\ b = 1;\ c = -3$

$y = 2x - 3$

x	−2	−1	0	1	2
y	−7	−5	−3	−1	1

b) $y = x + 3 \rightarrow -x + y = 3 \rightarrow a = -1;\ b = 1;\ c = 3$

$y = x + 3$

x	−1	0	1	2	−3
y	2	3	4	5	0

c) $-3x = 1 - y \rightarrow -3x + y = 1 \rightarrow a = -3;\ b = 1;\ c = 1$

$y = 3x + 1$

x	−2	−1	0	1	2
y	−5	−2	1	4	7

d) $x = 2 - y \rightarrow x + y = 2 \rightarrow a = 1;\ b = 1;\ c = 2$

$x = 2 - y \rightarrow y = 2 - x$

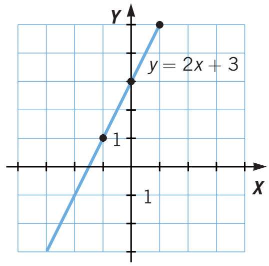
x	−1	0	1	2	−3
y	3	2	1	0	5

002 **Representa en el plano las ecuaciones.**

a) $2x + 3 = y$ b) $y + 1 = x$

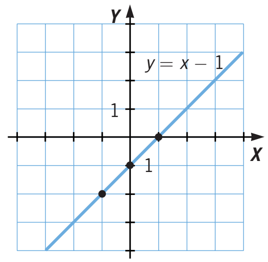
a) $2x + 3 = y$

x	**y**
−1	1
0	3
1	5



b) $y + 1 = x \rightarrow y = x - 1$

x	**y**
−1	−2
0	−1
1	0



003 **Escribe dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que tengan como solución $x = 3$, $y = -2$.**

Por ejemplo: $3x + y = 7$; $y = 1 - x$.

004 **Halla la solución de cada sistema a partir de las tablas de valores de las ecuaciones que lo forman.**

a) $\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x - y &= 3 \end{aligned}\right\}$ **b)** $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 13 \\ x - y &= 2 \end{aligned}\right\}$

a) Soluciones de $x + y = 5$:

x	0	1	2	3	**4**
y	5	4	3	2	**1**

Soluciones de $x - y = 3$:

x	0	1	2	3	**4**
y	−3	−2	−1	0	**1**

El punto (4, 1) es la solución del sistema a).

b) Soluciones de $2x + y = 13$:

x	0	1	2	3	4	**5**
y	13	11	9	7	5	**3**

Soluciones de $x - y = 2$:

x	0	1	2	3	4	**5**
y	−2	−1	0	1	2	**3**

El punto (5, 3) es la solución del sistema b).

005 **Representa gráficamente estos sistemas y determina su solución.**

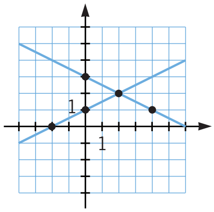
a) $\left.\begin{aligned} x + 2y &= 6 \\ x - 2y &= -2 \end{aligned}\right\}$ **b)** $\left.\begin{aligned} x + y &= 0 \\ x - y &= -2 \end{aligned}\right\}$

a) $x + 2y = 6 \rightarrow y = \dfrac{6 - x}{2}$

x	0	**2**	4	6
y	3	**2**	1	0

$x - 2y = -2 \rightarrow y = \dfrac{x + 2}{2}$

x	−2	0	**2**	4
y	0	1	**2**	3



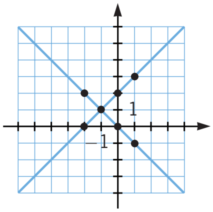
Solución: (2, 2).

b) $x + y = 0 \rightarrow y = -x$

x	−2	**−1**	0	1
y	2	**1**	0	−1

$x - y = -2 \rightarrow y = 2 + x$

x	−2	**−1**	0	1
y	0	**1**	2	3



Solución: (−1, 1).

006 **¿De cuál de los siguientes sistemas es solución (8, 4)? ¿Y (10, 2)? ¿Y (3, 1)?**

a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{array}\right\}$

- Veamos si el punto (8, 4) es solución de a) o b):

  a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 8 + 4 = 12 \\ 8 - 4 = 4 \end{array}\right\} \rightarrow$ Sí lo es.

  b) $\left.\begin{array}{l} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2 \cdot 8 + 4 \cdot 4 = 16 + 16 = 32 \neq 10 \\ 3 \cdot 8 - 4 = 24 - 4 = 20 \neq 8 \end{array}\right\} \rightarrow$ No lo es.

- Veamos si (10, 2) es solución de a) o b):

  a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 10 + 2 = 12 \\ 10 - 2 = 8 \neq 4 \end{array}\right\} \rightarrow$ No lo es.

  b) $\left.\begin{array}{l} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2 \cdot 10 + 4 \cdot 2 = 20 + 8 = 28 \neq 10 \\ 3 \cdot 10 - 2 = 30 - 2 = 28 \neq 8 \end{array}\right\} \rightarrow$ No lo es.

- Veamos si (3, 1) es solución de a) o b):

  a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 3 + 1 = 4 \neq 12 \\ 3 - 1 = 2 \neq 4 \end{array}\right\} \rightarrow$ No lo es.

  b) $\left.\begin{array}{l} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 8 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 = 6 + 4 = 10 \\ 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8 \end{array}\right\} \rightarrow$ Sí lo es.

007 **Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas de forma que una de sus soluciones sea $x = 2$, $y = 3$. Escribe un sistema con esa solución.**

$$3x - 2y = 0 \xrightarrow{x = 2,\ y = 3} 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 6 - 6 = 0$$

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 0 \\ x - y = -1 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 2,\ y = 3} \left.\begin{array}{r} 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0 \\ 2 - 3 = -1 \end{array}\right\}$$

008 **Resuelve estos sistemas y clasifícalos según su número de soluciones.**

a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} x + y = 6 \\ 2x - 2y = 12 \end{array}\right\}$

f) $\left.\begin{array}{r} x - 3y = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{array}\right\}$

a) $x + y = 5$

x	0	1	2	3	**4**
y	5	4	3	2	**1**

$x - y = 3$

x	0	1	2	3	**4**
y	−3	−2	−1	0	**1**

La solución es (4, 1): sistema compatible determinado.

b) $x + y = 7$

x	0	1	2	3	4	5	**6**
y	7	6	5	4	3	2	**1**

$x - y = 5$

x	0	1	2	3	4	5	**6**
y	−5	−4	−3	−2	−1	0	**1**

La solución es (6, 1): sistema compatible determinado.

c) $x + 2y = 3$

x	**y**
1	1
3	0

$2x + 4y = 6$

x	**y**
1	1
3	0

Las dos ecuaciones son la misma recta: sistema compatible indeterminado.

d) $2x + y = 13$

x	0	1	2	3	4	**5**
y	13	11	9	7	5	**3**

$x - y = 2$

x	0	1	2	3	4	**5**
y	−2	−1	0	1	2	**3**

La solución es (5, 3): sistema compatible determinado.

e) $x + y = 6$

x	0	1	2	3	4	5	**6**
y	6	5	4	3	2	1	**0**

$2x - 2y = 12$

x	0	1	2	3	4	5	**6**
y	−6	−5	−4	−3	−2	−1	**0**

La solución es (6, 0): sistema compatible determinado.

f) $x - 3y = 2$

x	**y**
2	**0**
−1	−1

$3x - 2y = 6$

x	**y**
0	−3
2	**0**

Las dos rectas se cortan en el punto (2, 0): sistema compatible determinado.

009 **Resuelve los sistemas y clasifícalos.**

a) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=2\\ 3x-2y=6\end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r}x-y=1\\ 2x-2y=1\end{array}\right\}$

a) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=2$

x	0	2	4	6
y	−6	−3	0	3

$3x-2y=6$

x	0	2	4	6
y	−3	0	3	6

Incompatible.

b) $x-y=1$

x	−2	0	2	4
y	−3	−1	1	3

$2x-2y=1$

x	−2	0	2	4
y	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$

Incompatible.

010 **Pon un ejemplo de sistema de ecuaciones compatible determinado, indeterminado e incompatible.**

Compatible determinado: $\left.\begin{array}{r}x+2y=5\\ -x+3y=5\end{array}\right\}$

Compatible indeterminado: $\left.\begin{array}{r}x+2y=5\\ -x-2y=-5\end{array}\right\}$

Incompatible: $\left.\begin{array}{r}x+2y=5\\ -x-2y=10\end{array}\right\}$

011 **Resuelve por el método de sustitución.**

$$\left.\begin{array}{r}\boldsymbol{x+y=5}\\ \boldsymbol{x-y=3}\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r}x+y=5\\ x-y=3\end{array}\right\}\begin{array}{l}\to y=5-x\\ \to x-(5-x)=3\to x-5+x=3\to 2x=3+5\to x=\dfrac{8}{2}=4\end{array}$$

$$y=5-x=5-4=1$$

La solución del sistema es $x=4$, $y=1$.

012 **Resuelve por sustitución, y señala si es compatible o incompatible.**

$$\left.\begin{array}{r}\boldsymbol{x+y=8}\\ \boldsymbol{x-y=8}\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r}x+y=8\\ x-y=8\end{array}\right\}\begin{array}{l}\to y=8-x\\ \to x-(8-x)=8\to x-8+x=8\to 2x=16\to x=8\end{array}$$

$$y=8-x=8-8=0$$

La solución del sistema es $x=8$, $y=0$. Es compatible.

013 **Corrige los errores cometidos.**

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{5x - \ \ y = 1}\\ \mathbf{2x - 4y = 22}\end{array}\right\} \rightarrow \mathbf{y = 1 - 5x}$$

$$\mathbf{2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 1 - 5x} 2x - 4(1 - 5x) = 22 \rightarrow 2x - 4 - 20x = 22 \rightarrow}$$

$$\mathbf{\rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{18} = 1}$$

$$\mathbf{5x - y = 1 \xrightarrow{x = 1} 5 \cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = -4}$$

$$\left.\begin{array}{r}5x - \ \ y = 1\\ 2x - 4y = 22\end{array}\right\} \rightarrow y = 1 - 5x$$

Se ha eliminado el signo de la y; debería poner: $5x - 1$.

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 1 - 5x} 2x - 4(1 - 5x) = 22 \rightarrow 2x - 4 - 20x = 22$$

Se ha puesto mal el signo; debería poner $+20x$.

$$-18x = 18$$

Se pasa el 4 restando y debería ser sumando; sería: $-18x = 26$.

$$x = \frac{18}{18} = 1$$

Se ha dividido entre 18 y debería ser entre -18; sería: $x = -\frac{18}{18} = -1$.

$$5x - y = 1 \xrightarrow{x = 1} 5 \cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = -4$$

Se ha eliminado el signo de la y; debería poner $y = -1$.

La solución correcta es:

$$\left.\begin{array}{r}5x - \ \ y = 1\\ 2x - 4y = 22\end{array}\right\} \rightarrow y = 5x - 1$$

$$2x - 4y = 22 \xrightarrow{y = 5x - 1} 2x - 4(5x - 1) = 22 \rightarrow 2x - 20x + 4 = 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow -18x = 18 \rightarrow x = -\frac{18}{18} = -1$$

$$y = 5x - 1 \xrightarrow{x = -1} y = -6$$

014 **Resuelve por el método de igualación estos sistemas de ecuaciones.**

a) $\left.\begin{array}{r}\mathbf{x + y = 5}\\ \mathbf{x - y = 3}\end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r}\mathbf{2x + y = 13}\\ \mathbf{x - y = 2}\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r}x + y = 5\\ x - y = 3\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow x = 5 - y\\ \rightarrow x = 3 + y\end{array}\Big\} \rightarrow 5 - y = 3 + y \rightarrow 5 - 3 = 2y \rightarrow y = 1$

$x = 5 - y = 5 - 1 = 4$

b) $\left.\begin{array}{r}2x + y = 13\\ x - y = 2\end{array}\right\} \begin{array}{l}\rightarrow y = 13 - 2x\\ \rightarrow y = x - 2\end{array}\Big\} \rightarrow 13 - 2x = x - 2 \rightarrow$

$\rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$

$y = 13 - 2x = 13 - 2 \cdot 5 = 3$

015 **Resuelve por el método de igualación, y señala si son compatibles o incompatibles. ¿Cuántas soluciones tienen?**

a) $\left.\begin{aligned} 2x + 5y &= 10 \\ 4x + 10y &= 20 \end{aligned}\right\}$ **b)** $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 8 \\ 2x + y &= 12 \end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned} 2x + 5y = 10 &\rightarrow x = 5 - \frac{5}{2}y \\ 4x + 10y = 20 &\rightarrow x = 5 - \frac{5}{2}y \end{aligned}\right\} \rightarrow 5 - \frac{5}{2}y = 5 - \frac{5}{2}y \rightarrow 5 = 5$

Se llega a una igualdad. El sistema tiene infinitas soluciones, es compatible indeterminado.

b) $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 8 \\ 2x + y &= 12 \end{aligned}\right\}$ Despejamos y de la 1.ª ecuación: $y = 8 - 2x$ y en la 2.ª: $y = 12 - 2x$, e igualamos.

$8 - 2x = 12 - 2x \rightarrow 8 \neq 12$. Es un sistema incompatible: no tiene solución.

016 **Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema por el método de igualación.**

$$\left.\begin{aligned} x - y = 7 &\rightarrow x = y - 7 \\ 3x - y = 1 &\rightarrow x = 1 + \frac{y}{3} \end{aligned}\right\}$$

$$y - 7 = 1 + \frac{y}{3} \rightarrow 3(y - 7) = 1 + y \rightarrow 3y - 21 = 1 + y \rightarrow$$
$$\rightarrow 3y - y = 1 + 21 \rightarrow 2y = 22 \rightarrow y = \frac{22}{-2} = -11$$

$$x - y = 7 \xrightarrow{y = -11} x - 11 = 7 \rightarrow x = 7 + 11 = 18$$

$$\left.\begin{aligned} x - y = 7 &\rightarrow x = y - 7 \\ 3x - y = 1 &\rightarrow x = 1 + \frac{y}{3} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow \text{Mal despejado: } x = y + 7 \\ &\rightarrow \text{Mal despejado: } x = \frac{y + 1}{3} \end{aligned}$$

$y - 7 = 1 + \frac{y}{3} \rightarrow 3(y - 7) = 1 + y \rightarrow$ Mal eliminado el denominador:

$3(y - 7) = 3 - y \rightarrow 3y - 21 = 1 + y \rightarrow$

$\rightarrow 3y - y = 1 + 21 \rightarrow 2y = 22 \rightarrow$

$\rightarrow y = \frac{22}{-2} \rightarrow$ Mal despejado: $y = \frac{22}{2} = 11$.

$x - y = 7 \xrightarrow{y = -11} x - 11 = 7 \rightarrow$ Mal sustituido: $x + 11 = 7$.

$x = 7 + 11 = 18$

La solución correcta sería:

$$\left.\begin{aligned} x - y = 7 &\rightarrow x = y + 7 \\ 3x - y = 1 &\rightarrow x = \frac{y + 1}{3} \end{aligned}\right\} \rightarrow y + 7 = \frac{y + 1}{3} \rightarrow 3(y + 7) = 1 + y \rightarrow$$

$$\rightarrow 3y + 21 = 1 + y \rightarrow 3y - y = 1 - 21 \rightarrow 2y = -20 \rightarrow$$
$$\rightarrow y = \frac{-20}{2} = -10$$
$$x = y + 7 \xrightarrow{y = -10} x = -10 + 7 \rightarrow x = -3$$

017 **Resuelve por el método de reducción.**

a) $\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - y = 3} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x - 5y = 6} \\ \boldsymbol{4x - 3y = 1} \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$ Sumamos las dos ecuaciones.

$2x \quad = 8 \rightarrow x = 4$

Y sustituyendo en una de ellas:

$$x + y = 5 \xrightarrow{x=4} 4 + y = 5 \rightarrow$$
$$\rightarrow y = 5 - 4 = 1$$

b) $\left.\begin{array}{r} x - 5y = 6 \\ 4x - 3y = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 4} \\ \xrightarrow{\cdot (-1)} \end{array} \left.\begin{array}{r} 4x - 20y = 24 \\ -4x + 3y = -1 \end{array}\right\}$

Sumamos las ecuaciones:

$$\begin{array}{r} 4x - 20y = 24 \\ -4x + 3y = -1 \\ \hline -17y = 23 \end{array} \rightarrow y = -\frac{23}{17}$$

Y sustituyendo en la 1.ª ecuación:

$$x - 5y = 6 \xrightarrow{y = -\frac{23}{17}} x - 5\left(-\frac{23}{17}\right) = 6 \rightarrow$$
$$\rightarrow x = 6 - \frac{115}{17} = \frac{102 - 115}{17} = -\frac{13}{17}$$

018 **Resuelve por el método de reducción estos sistemas de ecuaciones, y señala si son compatibles o incompatibles.**

a) $\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + 2y = 0} \\ \boldsymbol{2x + 4y = 6} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x - y = 5} \\ \boldsymbol{2x - 2y = 10} \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 0 \\ 2x + 4y = 6 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{restamos}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2} \left.\begin{array}{r} 2x + 4y = 0 \\ 2x + 4y = 6 \\ \hline 0 \neq 6 \end{array}\right\}$

Sistema incompatible: no tiene solución.

b) $\left.\begin{array}{r} x - y = 5 \\ 2x - 2y = 10 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{restamos}]{\text{1.ª ecuación} \cdot 2} \left.\begin{array}{r} 2x - 2y = 10 \\ 2x - 2y = 10 \\ \hline 0 = 0 \end{array}\right\}$

Sistema compatible indeterminado: tiene infinitas soluciones.

019 **Corrige los errores cometidos en la resolución del sistema.**

$$\left.\begin{array}{r}\mathbf{2x + y = 0}\\ \mathbf{3x - 2y = -4}\end{array}\right\}\xrightarrow{\cdot 2}\left.\begin{array}{r}\mathbf{4x + 2y = 2}\\ \mathbf{3x - 2y = -4}\end{array}\right\}\quad\begin{array}{r}\mathbf{4x + \cancel{2y} = 2}\\ \mathbf{-\ 3x - \cancel{2y} = -4}\\ \hline \mathbf{x \quad = -2}\end{array}$$

$$\mathbf{2x + y = 0 \xrightarrow{x=-2} 2 \cdot (-2) + y = 0 \rightarrow -4 + y = 0 \rightarrow y = -4}$$

$$\left.\begin{array}{r}2x + y = 0\\ 3x - 2y = -4\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot 2} 4x + 2y = 2\\ \longrightarrow 3x - 2y = -4\end{array}\Bigg\}$$ El producto del término independiente: $0 \cdot 2$ es 0.

$$\begin{array}{r}4x + 2y = 2\\ -\ 3x - 2y = -4\\ \hline x \quad = -2\end{array}$$ No hay que restar, sino sumar; además, está mal restado.

$$2x + 7 = 0 \xrightarrow{x=-2} 2(-2) + y = 0 \rightarrow -4 + y = 0 \rightarrow y = -4$$

Mal despejado; debería ser $y = 4$. La solución correcta sería:

$$\left.\begin{array}{r}2x + y = 0\\ 3x - 2y = -4\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot 2} 4x + 2y = 2\\ \longrightarrow 3x - 2y = -4\end{array}\Bigg\}\quad\begin{array}{r}4x + 2y = 0\\ +\ 3x - 2y = -4\\ \hline 7x \quad = -4\end{array} \rightarrow x = \frac{-4}{7}$$

$$2x + 7 = 0 \xrightarrow{x=\frac{-4}{7}} 2\left(\frac{-4}{7}\right) + y = 0 \rightarrow \frac{-8}{7} + y = 0 \rightarrow y = \frac{8}{7}$$

020 **Resuelve por el método más adecuado.**

a) $\left.\begin{array}{r}\mathbf{2x + 3y = 5 + x + 2y}\\ \mathbf{x - 2y - 3 = 3 - 4y}\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}\mathbf{3y + 3 = x - 2(x + y)}\\ \mathbf{\dfrac{2x + 3y}{2} = 18}\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}\mathbf{x + y = 2}\\ \mathbf{x + 4 + 2y - 4 = 18 - x - y}\end{array}\right\}$

a) $$\left.\begin{array}{r}2x + 3y = 5 + x + 2y\\ x - 2y - 3 = 3 - 4y\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow x + y = 5\\ \rightarrow x + 2y = 6\end{array}\Bigg\}$$ Restamos las ecuaciones.

$$-y = -1 \rightarrow y = 1$$

Sustituimos en la 1.ª ecuación: $x + 1 = 5 \rightarrow x = 4$.

b) $$\left.\begin{array}{r}3y + 3 = x - 2(x + y)\\ \dfrac{2x + 3y}{2} = 18\end{array}\right\} \rightarrow x + 5y = -3 \rightarrow x = -3 - 5y$$

$$\frac{2x + 3y}{2} = 18 \xrightarrow{x=-3-5y} \frac{2(-3 - 5y) + 3y}{2} = 18 \rightarrow y = -6$$

$$x = -3 - 5 \xrightarrow{y=-6} x = 27$$

c) $$\left.\begin{array}{r}x + y = 2\\ x + 4 + 2y - 4 = 18 - x - y\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow x + y = 2\\ \rightarrow 2x + 3y = 18\end{array}\Bigg\}\xrightarrow[\text{restamos}]{1.^a \cdot 3}$$

$$\rightarrow \begin{array}{r}3x + 3y = 6\\ 2x + 3y = 18\\ \hline x \quad = -12\end{array}$$ Sustituimos en la 1.ª ecuación: $x + y = 2 \rightarrow -12 + y = 2 \rightarrow y = 14$

021 **Resuelve por el método más adecuado.**

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2x-y}{3}+2x-y=4\\ 2x-y=4\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{2x-y}{3}+2x-y=4\\ 2x-y=4\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow\dfrac{4(2x-y)}{3}=4\rightarrow 2x-y=3\\ \longrightarrow 2x-y=4\end{array}$$

Y restando las ecuaciones: $0 \neq -1$. No tiene solución, es incompatible.

022 **Escribe un sistema de ecuaciones que sea apropiado para resolverlo mediante sustitución, y otro, mediante reducción.**

Mediante sustitución:

$$\left.\begin{array}{r}3x-y=8\\ 2x+3y=31\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow 3x-8=y\\ \rightarrow 2x+3(3x-8)=31\rightarrow\\ \rightarrow 2x+9x-24=31\rightarrow 11x=55\rightarrow x=5\end{array}$$

Y sustituyendo: $y=3\cdot 5-8=7$.

Mediante reducción:

$$\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}2x-3y=-4\\ 3x+3y=9\end{array}\right\}\text{Sumamos las ecuaciones.}\\ \hline 5x\qquad=5\rightarrow x=1\end{array}$$

Y sustituyendo: $2-1-3y=-4\rightarrow -3y=-6\rightarrow y=2$.

023 **La suma de las edades de Fernando y su padre es 40 años. La edad del padre es 7 veces la edad del hijo. ¿Qué edades tienen ambos?**

Fernando: x. Padre: y. $\left.\begin{array}{r}x+y=40\\ y=7x\end{array}\right\}$ Despejando en la 2.ª ecuación y sustituyendo en la 1.ª:

$x+7x=40\rightarrow x=5$. Y sustituyendo: $y=35$. Fernando: 5 años. Padre: 35 años.

024 **En un examen contesto diez preguntas. Por cada acierto me dan 2 puntos, y por cada fallo me quitan 1. Si he obtenido 8 puntos, ¿cuántos aciertos tengo?**

Aciertos: x. Fallos: y. $\left.\begin{array}{r}x+y=10\\ 2x-y=8\end{array}\right\}$ Despejando x de la 1.ª ecuación:

$x=10-y$, y sustituyendo en la 2.ª: $20-2y-y=8\rightarrow y=4$.
Y sustituyendo: $x=6$. Aciertos: 6. Fallos: 4.

025 **Un hotel tiene, entre habitaciones dobles e individuales, 120 habitaciones. Si el número de camas es 195, ¿cuántas habitaciones dobles tiene? ¿Y habitaciones individuales?**

Dobles: x. Individuales: y. $\left.\begin{array}{r}x+y=120\\ 2x+y=195\end{array}\right\}$ Despejando x de la 1.ª: $x=120-y$

y sustituyendo en la 2.ª: $240-2y+y=195\rightarrow y=45$.
Y sustituyendo: $x=75$. Dobles: 75. Individuales: 45.

026 **Si cada persona come 5 pasteles, sobran 3; pero si comen 6, falta 1. ¿Cuántas personas y pasteles hay?**

Llamamos $x =$ n.º de personas e $y =$ n.º de pasteles.

$$\left.\begin{array}{l}5x = y - 3\\ 6x = y + 1\end{array}\right\} \begin{array}{l}\to 5x + 3 = y\\ \to 6x - 1 = y\end{array}\Big\} \begin{array}{l}\to 5x + 3 = 6x - 1 \to\\ \to -x = -4 \to x = 4\end{array}$$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación: $y = 6 \cdot 4 - 1 = 23$.

Hay 4 personas y 23 pasteles.

ACTIVIDADES

027 **¿Es $x = 1$ e $y = 2$ solución de estas ecuaciones?**

a) $3x + 2y = 7$
b) $x + 3 = y$
c) $2x - y = 0$
d) $x + 1 = 7$

a) $3 + 6 \neq 7$. No lo es.
b) $1 + 3 \neq 2$. No lo es.
c) $2 - 2 = 0$. Sí lo es.
d) $2 + 1 \neq 7$. No lo es.

028 **Esta es la tabla de valores de la ecuación $2x + 3y = 15$.**

x	6	3	0	−3	−6
y	1	3	5	7	9

Da varias soluciones de la ecuación, e indica un procedimiento para encontrar alguna solución más.

Otras soluciones son (9, −1) y (12, −3). El procedimiento consiste en despejar una de las dos incógnitas y dar valores a la otra, con lo que se obtienen los pares de soluciones.

029 **Construye una tabla de soluciones para estas ecuaciones. Toma como valores de la variable x: −2, −1, 0, 1 y 2.**

a) $y = x + 5$
b) $x + y = 4$
c) $y = 3 - x$
d) $x = 5 + y$

a) $y = x + 5$

x	−2	−1	0	1	2
y	3	4	5	6	7

b) $x + y = 4 \to y = 4 - x$

x	−2	−1	0	1	2
y	6	5	4	3	2

c) $y = 3 - x$

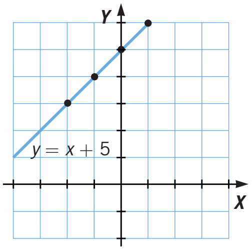
x	−2	−1	0	1	2
y	5	4	3	2	1

d) $x = 5 + y \to y = x - 5$

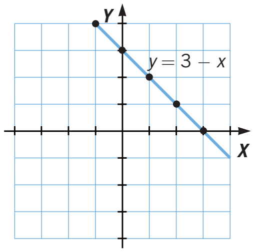
x	−2	−1	0	1	2
y	−7	−6	−5	−4	−3

030 Representa en el plano, para cada ecuación de la actividad anterior, los pares de números que hayas obtenido y comprueba que su representación es una recta.

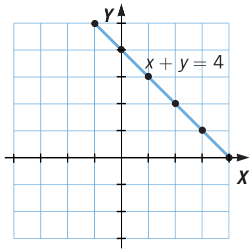
a)



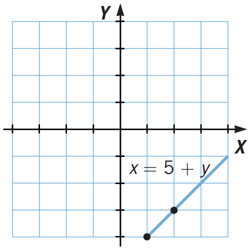
c)



b)



d)



031 Forma una tabla de valores para cada ecuación e indica algunas soluciones.

a) $3x + 2y = 18$

b) $x - 3y = 20$

c) $x - 7 = y$

d) $2x - 5y = 12$

e) $3x + y = 24$

f) $y = 2x - 1$

a)

x	0	2	4	6
y	9	6	3	0

Soluciones: (0, 9), (2, 6)…

b)

x	−1	2	5	8
y	−7	−6	−5	−4

Soluciones: (−1, −7), (2, −6)...

c)

x	0	2	4	6
y	−7	−5	−3	−1

Soluciones: (0, −7), (2, −5)...

d)

x	−4	1	6	11
y	−4	−2	0	2

Soluciones: (−4, −4), (1, −2)...

e)

x	0	2	4	6
y	24	18	12	6

Soluciones: (0, 24), (2, 18)...

f)

x	0	2	4	6
y	−1	3	7	11

Soluciones: (0, −1), (2, 3)...

032 Forma una tabla de valores para cada ecuación del sistema.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$$

¿Crees que hay algún par de valores de *x* e *y* que aparezca en las dos tablas?

$x + y = 5$

x	0	2	**4**	6
y	5	3	**1**	−1

$x - 2y = 2$

x	0	2	**4**	6
y	−1	0	**1**	2

El par (4, 1) aparece en las dos tablas.

033 Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas, de forma que una de sus soluciones sea el par de valores:

a) $x = 3,\ y = 0$

b) $x = 0,\ y = -1$

c) $x = 2,\ y = 3$

d) $x = -1,\ y = -5$

a) $x - y = 3$

b) $5x + y = -1$

c) $2x - y = 1$

d) $5x - y = 0$

034 Escribe dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea $x = 3$, $y = 2$. Después, representa ambas ecuaciones. ¿Qué observas?

$$\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ 2x - y = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \\ \to \end{array} \left.\begin{array}{r} x - 1 = y \\ 2x - 4 = y \end{array}\right\} \to x - 1 = 2x - 4 \to x = 3$$

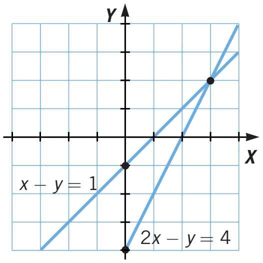
Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $3 - y = 1 \to 3 - 1 = y \to y = 2$.

$x - y = 1$

x	**y**
0	−1
1	0

$2x - y = 4$

x	**y**
2	0
0	−4



Las dos rectas se cortan en el punto (3, 2), que es la solución del sistema.

035 Indica los coeficientes y términos independientes de los sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} x+\ \ y=5 \\ x+2y=6 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x+3y=5 \\ x-\ \ y=1 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} x-2y=1 \\ 2x+\ \ y=7 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} 5x-3y=\ \ 1 \\ 4x+\ \ y=11 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r} x+y=5 \\ x+2y=6 \end{array}\right\} \to \begin{array}{lll} a=1 & b=1 & c=5 \\ a'=1 & b'=2 & c'=6 \end{array}$

b) $\left.\begin{array}{r} x+3y=5 \\ x-y=1 \end{array}\right\} \to \begin{array}{lll} a=1 & b=3 & c=5 \\ a'=1 & b'=-1 & c'=1 \end{array}$

c) $\left.\begin{array}{r} x-2y=1 \\ 2x+y=7 \end{array}\right\} \to \begin{array}{lll} a=1 & b=-2 & c=1 \\ a'=2 & b'=1 & c'=7 \end{array}$

d) $\left.\begin{array}{r} 5x-3y=1 \\ 4x+y=11 \end{array}\right\} \to \begin{array}{lll} a=5 & b=-3 & c=1 \\ a'=4 & b'=1 & c'=11 \end{array}$

036 ¿Cuál de los siguientes pares de valores es solución del sistema?

$\left.\begin{array}{r} 2x+3y=13 \\ 3x-4y=11 \end{array}\right\}$

a) (1, 5)
b) (5, 1)
c) (2, 3)
d) (0, 0)

La solución es la opción b): (5, 1).

037 Dado el sistema:

$\left.\begin{array}{r} 3x-\ \ y=2 \\ 2x+3y=5 \end{array}\right\}$ averigua si alguno de estos pares de valores es solución.

a) $x=2,\ y=4$
b) $x=4,\ y=-1$
c) $x=1,\ y=1$
d) $x=0,\ y=-\dfrac{1}{2}$

a) $6-4=2$ y $4+12\neq 5$. No es solución de la 2.ª ecuación.
b) $12+1\neq 2$ y $8-3=5$. No es solución de la 1.ª ecuación.
c) $3-1=2$ y $2+3=5$. Sí es solución del sistema.
d) $0{,}5\neq 2$ y $-1{,}5\neq 5$. No es solución del sistema.

038 Un sistema tiene por solución $x=2,\ y=-1$ y una de sus ecuaciones es $2x-y=5$. ¿Cuál es la otra?

a) $4x-2y=6$
b) $4x-2y=5$
c) $-x+2y=5$
d) $-x+2y=-4$

La otra ecuación es la de la opción d): $-x+2y=-4$.

039 Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas, de forma que una de sus soluciones sea $x=1,\ y=-2$. Utiliza la ecuación para determinar un sistema de ecuaciones con esa solución.

$\left.\begin{array}{r} 3x+y=1 \\ x-y=3 \end{array}\right\}$ Sumamos las ecuaciones.

$4x\quad\ =4 \to x=1 \qquad 1-y=3 \to y=-2$

040 ●●

Halla la solución de cada sistema mediante las tablas de valores de las ecuaciones que lo forman.

a) $\left.\begin{aligned} x - y &= 1 \\ 2x - y &= 4 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x + y &= 2 \\ 2x - 3y &= 9 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ 2x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$

d) $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 7 \\ x - 3y &= 0 \end{aligned}\right\}$

e) $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 13 \\ x - y &= 2 \end{aligned}\right\}$

f) $\left.\begin{aligned} -x + 2y &= 2 \\ 3x - 4y &= -2 \end{aligned}\right\}$

g) $\left.\begin{aligned} 5x - 3y &= 1 \\ 4x + y &= 11 \end{aligned}\right\}$

h) $\left.\begin{aligned} 5x + 3y &= 16 \\ 3x - 3y &= 0 \end{aligned}\right\}$

a) Soluciones de $x - y = 1$:

x	0	1	2	**3**
y	−1	0	1	**2**

Soluciones de $2x - y = 4$:

x	0	1	2	**3**
y	−4	−2	0	**2**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = 2$.

b) Soluciones de $x + y = 2$:

x	0	1	2	**3**
y	2	1	0	**−1**

Soluciones de $2x - 3y = 9$:

x	0	1	2	**3**
y	−3	−7/3	−5/3	**−1**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = -1$.

c) Soluciones de $x - 2y = 1$:

x	0	1	2	**3**
y	−1/2	0	1/2	**1**

Soluciones de $2x + y = 7$:

x	0	1	2	**3**
y	7	5	3	**1**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = 1$.

d) Soluciones de $2x + y = 7$:

x	0	1	2	**3**
y	7	5	3	**1**

Soluciones de $x - 3y = 0$:

x	0	1	2	**3**
y	0	1/3	2/3	**1**

La solución del sistema es $x = 3$, $y = 1$.

e) Soluciones de $2x + y = 13$:

x	0	1	2	3	4	**5**
y	13	11	9	7	5	**3**

Soluciones de $x - y = 2$:

x	0	1	2	3	4	**5**
y	−2	−1	0	1	2	**3**

La solución del sistema es $x = 5$, $y = 3$.

f) Soluciones de $-x + 2y = 2$:

x	0	1	**2**
y	1	3/2	**2**

Soluciones de $3x - 4y = -2$:

x	0	1	**2**
y	1/2	5/4	**2**

La solución del sistema es $x = 2$, $y = 2$.

g) Soluciones de $5x - 3y = 1$:

x	0	1	**2**
y	−1/3	4/3	**3**

Soluciones de $4x + y = 11$:

x	0	1	**2**
y	11	7	**3**

La solución del sistema es $x = 2$, $y = 3$.

h) Soluciones de $5x + 3y = 16$:

x	0	1	**2**
y	16/3	11/3	**2**

Soluciones de $3x - 3y = 0$:

x	0	1	**2**
y	0	1	**2**

La solución del sistema es $x = 2$, $y = 2$.

041 **Resuelve gráficamente los sistemas de ecuaciones, e indica de qué tipo son.**

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 2 \\ 6x + 3y = 6 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = 2 \end{array}\right\}$

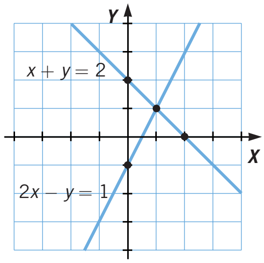
d) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 5 \end{array}\right\}$

a) $x + y = 2$

x	y
0	2
2	0

$2x - y = 1$

x	y
0	−1
1	1



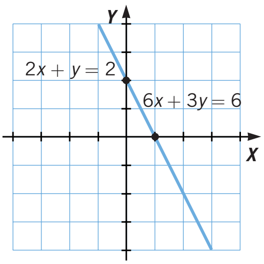
La solución del sistema es $x = 1$, $y = 1$.
El sistema es compatible determinado.

b) $2x + y = 2$

x	y
0	2
1	0

$6x + 3y = 6$

x	y
0	2
1	0



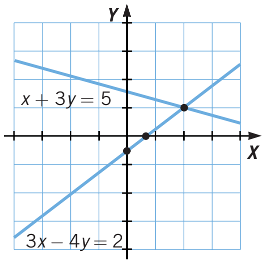
Las dos rectas coinciden.
El sistema es compatible indeterminado: tiene infinitas soluciones.

c) $x + 3y = 5$

x	y
2	1
5	0

$3x - 4y = 2$

x	y
0	−1/2
2/3	0



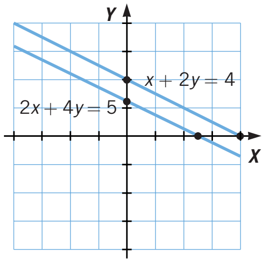
Las dos rectas se cortan en el punto (2, 1).
El sistema es compatible determinado.

d) $x + 2y = 4$

x	y
0	2
4	0

$2x + 4y = 5$

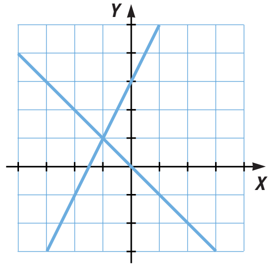
x	y
0	5/4
5/2	0



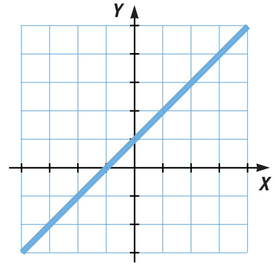
Las dos rectas son paralelas, no se cortan.
El sistema es incompatible.

042 Indica qué tipo de sistema de ecuaciones se ha representado.

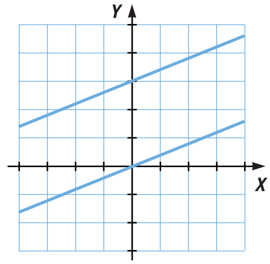
a)



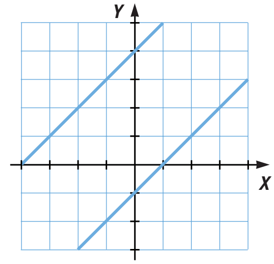
c)



b)



d)



a) Sistema compatible determinado: una solución.
b) Sistema incompatible: sin solución.
c) Sistema compatible indeterminado: infinitas soluciones.
d) Sistema incompatible: sin solución.

043 Resuelve gráficamente estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 2 \\ x - y = 2 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$

¿Qué puedes afirmar?

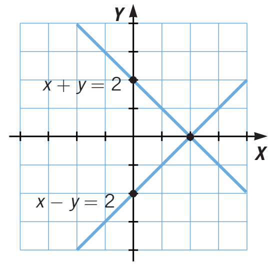
a) $x + y = 2$

x	y
0	2
1	1

$x - y = 2$

x	y
0	−2
2	0

Solución: (2, 0).



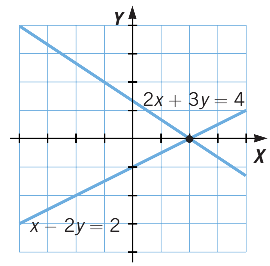
b) $2x + 3y = 4$

x	y
2	0
0	4/3

$x - 2y = 2$

x	y
2	0
0	−1

Solución: (2, 0).



Se podría afirmar que tienen la misma solución: $x = 2$, $y = 0$.
Son sistemas equivalentes.

044 **Resuelve gráficamente estos sistemas y clasifícalos por su número de soluciones.**

a) $\left.\begin{aligned} 2x - y &= -4 \\ -x + 3y &= -3 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x + 3y &= 6 \\ 2x + 6y &= 12 \end{aligned}\right\}$

c) $\left.\begin{aligned} 2x - y &= 8 \\ 4x - 2y &= 10 \end{aligned}\right\}$

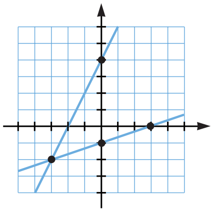
d) $\left.\begin{aligned} x - 2y &= 0 \\ x + 2y &= 0 \end{aligned}\right\}$

a) $2x - y = -4$

x	−6	**−3**	0	3
y	−8	**−2**	4	10

$-x + 3y = -3$

x	−6	**−3**	0	3
y	−3	**−2**	−1	0



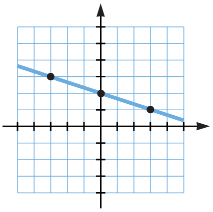
La solución es (−3, −2): sistema compatible determinado.

b) $x + 3y = 6$

x	−3	0	3	6
y	3	2	1	0

$2x + 6y = 12$

x	−3	0	3	6
y	3	2	1	0



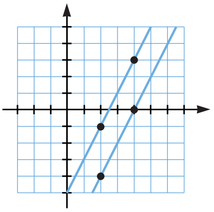
La solución es toda la recta, tiene infinitas soluciones: sistema compatible indeterminado.

c) $2x - y = 8$

x	−2	0	2	4
y	−12	−8	−4	0

$4x - 2y = 10$

x	−2	0	2	4
y	−9	−5	−1	3



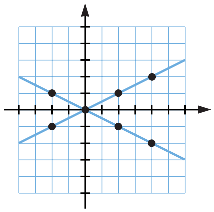
No tiene solución: sistema incompatible.

d) $x - 2y = 0$

x	−2	**0**	2	4
y	−1	**0**	1	2

$x + 2y = 0$

x	−2	**0**	2	4
y	1	**0**	−1	−2



La solución es (0, 0): sistema compatible determinado.

045 ¿Cuántas soluciones tienen estos sistemas?

a) $\left.\begin{aligned} 4x - 3y &= 5 \\ 8x - 6y &= 10 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 2x + 3y &= 35 \end{aligned}\right\}$

a) $4x - 3y = 5$

x	1/2	2	5
y	−1	1	5

$8x - 6y = 10$

x	1/2	2	5
y	−1	1	5

La solución es toda la recta, tiene infinitas soluciones: sistema compatible indeterminado.

b) $2x + 3y = 5$

x	−5	−2	1
y	5	3	1

$2x + 3y = 35$

x	1	4	7
y	11	9	7

No tiene solución: sistema incompatible.

046 Averigua si los sistemas son incompatibles o compatibles, y en su caso, si tienen solución única.

a) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 4x + 6y &= 10 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 3x - y &= 5 \\ 6x - 2y &= 8 \end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 5 \\ 4x + 6y &= 10 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left.\begin{aligned} 4x + 6y &= 10 \\ 4x + 6y &= 10 \end{aligned}\right\} \rightarrow$ Las dos ecuaciones coinciden y el sistema es compatible indeterminado. Soluciones infinitas.

b) $\left.\begin{aligned} 3x - y &= 5 \\ 6x - 2y &= 8 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\cdot 2} \left.\begin{aligned} 6x - 2y &= 10 \\ 6x - 2y &= 8 \end{aligned}\right\}$

$0 = 2 \rightarrow$ La igualdad es falsa, luego el sistema es incompatible.

047 ¿Tienen las mismas soluciones estos sistemas?

a) $\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 8 \\ 2x - 3y &= 14 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 6x + 4y &= 16 \\ -6x + 9y &= -42 \end{aligned}\right\}$

Sí tienen las mismas soluciones, porque simplificando las ecuaciones en el segundo sistema obtenemos el primer sistema.

$$\left.\begin{aligned} 6x + 4y &= 16 \\ -6x + 9y &= -42 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\xrightarrow{:2} \\ &\xrightarrow{:(-3)} \end{aligned} \left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 8 \\ 2x - 3y &= 14 \end{aligned}\right\}$$

048 Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas que forme un sistema con la ecuación $3x - 2y = 4$, y tenga:

a) Única solución. **b)** Infinitas soluciones. **c)** Ninguna solución.

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \\ 9x - 6y = 12 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \\ 9x - 6y = 4 \end{array}\right\}$

049 Escribe un sistema de ecuaciones cuya solución sea:

a) $x = 2,\ y = 1$ **b)** $x = 4,\ y = -3$

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x - 2y = 10 \\ x + y = 1 \end{array}\right\}$

050 Sin resolver estos sistemas, y a partir de sus ecuaciones, indica su número de soluciones.

a) $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{array}\right\}$ **c)** $\left.\begin{array}{r} 2x + 10y = 4 \\ x + 5y = 4 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 3x + 4y = 8 \\ 6x + 8y = 10 \end{array}\right\}$ **d)** $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 1 \\ x - 8y = 5 \end{array}\right\}$

a) Compatible determinado. c) Incompatible.

b) Incompatible. d) Compatible determinado.

051 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CONSIGUE QUE UNA INCÓGNITA TENGA COEFICIENTES IGUALES?

Transforma este sistema para que la incógnita *x* tenga el mismo coeficiente en las dos ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r} 24x + 13y = 80 \\ 18x - 7y = 90 \end{array}\right\}$$

PRIMERO. Se halla el m.c.m. de los coeficientes de la incógnita en la que se quieren igualar.

$$\text{m.c.m.}\ (24, 18) = 72$$

SEGUNDO. Se divide el m.c.m. entre cada coeficiente y se multiplica la ecuación por el resultado.

Primera ecuación:

$$\frac{\text{m.c.m.}}{\text{Coeficiente}} = \frac{72}{24} = 3 \rightarrow 3 \cdot (24x + 13y = 80) \rightarrow 72x + 39y = 240$$

Segunda ecuación:

$$\frac{\text{m.c.m.}}{\text{Coeficiente}} = \frac{72}{18} = 4 \rightarrow 4 \cdot (18x - 7y = 90) \rightarrow 72x - 28y = 360$$

El sistema equivalente será:

$$\left.\begin{array}{r} 72x + 39y = 240 \\ 72x - 28y = 360 \end{array}\right\}$$

052 Dado el sistema: $\left.\begin{array}{r} 7x - 2y = 4 \\ x + 3y = 17 \end{array}\right\}$

escribe sistemas equivalentes a él cuyos:

a) Coeficientes de *x* sean iguales.

b) Coeficientes de *y* sean iguales.

c) Términos independientes sean los mismos.

a) Multiplicando la 2.ª ecuación por 7: $\left.\begin{array}{r} 7x - 2y = 4 \\ 7x + 21y = 119 \end{array}\right\}$

b) Multiplicando la 1.ª ecuación por 3 y la 2.ª por -2: $\left.\begin{array}{r} 21x - 6y = 12 \\ -2x - 6y = -34 \end{array}\right\}$

c) Multiplicando la 1.ª ecuación por 17 y la 2.ª por 4: $\left.\begin{array}{r} 119x - 34y = 68 \\ 4x + 12y = 68 \end{array}\right\}$

053 **Escribe otro sistema equivalente cuyas ecuaciones no tengan denominadores.**

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{5} = 5 \\ \dfrac{2x}{3} - \dfrac{y}{2} = -1 \end{array}\right\}$$

Multiplicando la 1.ª ecuación por el m.c.m. (2, 5) = 10
y la 2.ª por el m.c.m. (2, 3) = 6:

$$\left.\begin{array}{r} 5x + 2y = 50 \\ 4x - 3y = -6 \end{array}\right\}$$

054 **Completa los sistemas para que el primero tenga solución $x = 2$, $y = -3$, y el segundo, $x = -3$, $y = 2$.**

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 5y = \square \\ \square x + 4y = 2 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} -2x + \square y = 8 \\ \square x - 2y = -7 \end{array}\right\}$

Sustituyendo las variables por la solución, se deben verificar las ecuaciones.

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 5y = 21 \\ 7x + 4y = 2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} -2x + y = 8 \\ x - 2y = -7 \end{array}\right\}$

055 **Completa los sistemas para que el primero sea compatible, y el segundo, incompatible.**

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = \square \\ \square x + 2y = 6 \end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r} \square x + 2y = 3 \\ 2x + \square y = \square \end{array}\right\}$

a) Servirá cualquier valor, siempre que no coincida que el término con x de la 2.ª ecuación sea -3 y el término independiente de la 1.ª sea distinto de -6.

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 8 \\ x + 2y = -7 \end{array}\right\}$$

b) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = -7 \end{array}\right\}$ o $\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 3 \\ 2x + 2y = 5 \end{array}\right\}$ El término independiente de la 2.ª ecuación puede ser cualquier número distinto de 6 en el primer sistema y distinto de 3 en el segundo.

056 Completa estos sistemas para que el primero sea compatible determinado, y el segundo, compatible indeterminado.

a) $\left.\begin{array}{r}\square x - 5y = \square \\ 2x + \square y = 6\end{array}\right\}$ **b)** $\left.\begin{array}{r}2x + \square y = 10 \\ \square x - \square y = 12\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r}-2x - 5y = 1 \\ 2x + 2y = 6\end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r}2x + 5y = 10 \\ 2{,}4x + 6y = 12\end{array}\right\}$

057 Escribe tres sistemas que tengan como solución $x = 1$, $y = 2$, de forma que:

a) En el primero, los coeficientes sean 1 o -1.

b) En el segundo, los coeficientes de x sean el doble o la mitad que los de y.

c) En el tercero, los coeficientes de x e y sean fracciones.

a) $\left.\begin{array}{r}x + y = 3 \\ x - y = -1\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{3} = 1 \\ \dfrac{x}{5} + \dfrac{2y}{5} = 1\end{array}\right\}$

058 Resuelve por el método de sustitución.

a) $\left.\begin{array}{r}3x + 5y = 1 \\ x + y = 1\end{array}\right\}$ **d)** $\left.\begin{array}{r}5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11\end{array}\right\}$ **g)** $\left.\begin{array}{r}3x + y = 10 \\ 2x - y = 10\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7\end{array}\right\}$ **e)** $\left.\begin{array}{r}4x - y = -3 \\ x + 3y = -4\end{array}\right\}$ **h)** $\left.\begin{array}{r}3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4\end{array}\right\}$ **f)** $\left.\begin{array}{r}2x + y = 12 \\ -x - y = -7\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r}3x + 5y = 1 \\ x + y = 1\end{array}\right\} \rightarrow y = 1 - x$

Sustituimos en la 1.ª ecuación:

$$3x + 5(1 - x) = 1 \rightarrow 3x + 5 - 5x = 1 \rightarrow -2x = -4 \rightarrow x = 2$$

Calculamos $y \rightarrow y = 1 - x = 1 - 2 = -1$.

b) $\left.\begin{array}{r}7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7\end{array}\right\} \rightarrow 2y = 7 - 3x \rightarrow y = \dfrac{7}{2} - \dfrac{3}{2}x$

Sustituimos en la 1.ª ecuación:

$$7x + 8\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}x\right) = 23 \rightarrow 7x + 28 - 12x = 23 \rightarrow -5x = -5 \rightarrow x = 1$$

Calculamos $y \rightarrow y = \dfrac{7}{2} - \dfrac{3}{2}x = \dfrac{7}{2} - \dfrac{3}{2} \cdot 1 = 2$.

c) $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{array}\right\} \rightarrow y = 4 - 5x$

Sustituimos en la 1.ª ecuación:

$$2x - 3(4 - 5x) = 5 \rightarrow 2x - 12 + 15x = 5 \rightarrow 17x = 17 \rightarrow x = 1$$

Calculamos y:

$$y = 4 - 5x = 4 - 5 \cdot 1 = -1$$

d) $\left.\begin{array}{l} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{array}\right\} \rightarrow y = 11 - 4x$

Sustituimos en la 1.ª ecuación:

$$5x - 3(11 - 4x) = 1 \rightarrow 5x - 33 + 12x = 1 \rightarrow 17x = 34 \rightarrow x = 2$$

Calculamos y:

$$y = 11 - 4x = 11 - 4 \cdot 2 = 3$$

e) $\left.\begin{array}{l} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{array}\right\} \rightarrow -y = -3 - 4x \rightarrow y = 3 + 4x$

Sustituimos en la 2.ª ecuación:

$$x + 3(3 + 4x) = -4 \rightarrow x + 9 + 12x = -4 \rightarrow 13x = -13 \rightarrow x = -1$$

Calculamos y:

$$y = 3 + 4x = 3 + 4 \cdot (-1) = -1$$

f) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ -x - y = -7 \end{array}\right\} \rightarrow -y = -7 + x \rightarrow y = 7 - x$

Sustituimos en la 1.ª ecuación:

$$2x + (7 - x) = 12 \rightarrow 2x + 7 - x = 12 \rightarrow 2x - x = 12 - 7 \rightarrow x = 5$$

Calculamos y:

$$y = 7 - x = 7 - 5 = 2$$

g) $\left.\begin{array}{l} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{array}\right\} \rightarrow y = 10 - 3x$

Sustituimos en la 2.ª ecuación:

$$2x - (10 - 3x) = 10 \rightarrow 2x - 10 + 3x = 10 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$$

Calculamos y:

$$y = 10 - 3x = 10 - 3 \cdot 4 = -2$$

h) $\left.\begin{array}{l} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{array}\right\} \rightarrow 5y = 20 - 3x \rightarrow y = 4 - \frac{3}{5}x$

Sustituimos en la 2.ª ecuación:

$$7x + 4\left(4 - \frac{3}{5}x\right) = 39 \rightarrow 7x + 16 - \frac{12}{5}x = 39 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{23}{5}x = 39 - 16 \rightarrow x = \frac{5 \cdot 23}{23} = 5$$

Calculamos $y \rightarrow y = 4 - \frac{3}{5} \cdot 5 = 4 - 3 = 1.$

059 **Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación.**

a) $\left.\begin{array}{r} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{array}\right\}$

f) $\left.\begin{array}{r} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{array}\right\}$

g) $\left.\begin{array}{r} 5x + 3y = 16 \\ 3x - 3y = 0 \end{array}\right\}$

h) $\left.\begin{array}{r} 3x + 5y = 20 \\ 7x + 4y = 39 \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r} 3x + 5y = 1 \\ x + y = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 5y = 1 - 3x \rightarrow y = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}x \\ \rightarrow y = 1 - x \end{array}$

Igualando: $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}x = 1 - x \rightarrow x - \frac{3}{5}x = 1 - \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{4}{5} \rightarrow x = 2.$

Calculamos $y \rightarrow y = 1 - x = 1 - 2 = -1.$

b) $\left.\begin{array}{r} 7x + 8y = 23 \\ 3x + 2y = 7 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 7x = 23 - 8y \rightarrow x = \frac{23}{7} - \frac{8}{7}y \\ \rightarrow 3x = 7 - 2y \rightarrow x = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}y \end{array}$

Igualando: $\frac{23}{7} - \frac{8}{7}y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}y \rightarrow \frac{23}{7} - \frac{7}{3} = -\frac{2}{3}y + \frac{8}{7}y \rightarrow$

$\rightarrow 21 \cdot \frac{23}{7} - 21 \cdot \frac{7}{3} = -21 \cdot \frac{2}{3}y + 21 \cdot \frac{8}{7}y \rightarrow$

$\rightarrow 69 - 49 = -14y + 24y \rightarrow 20 = 10y \rightarrow y = 2$

Calculamos $x \rightarrow x = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}y = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{7-4}{3} = 1.$

c) $\left.\begin{array}{r} 2x - 3y = 5 \\ 5x + y = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow -3y = 5 - 2x \rightarrow y = -\frac{5}{3} + \frac{2}{3}x \\ \rightarrow y = 4 - 5x \end{array}$

Igualando: $-\frac{5}{3} + \frac{2}{3}x = 4 - 5x \rightarrow \frac{2}{3}x + 5x = 4 + \frac{5}{3} \rightarrow$

$\rightarrow \frac{17}{3}x = \frac{17}{3} \rightarrow x = 1$

Calculamos $y \rightarrow y = 4 - 5x = 4 - 5 \cdot 1 = -1.$

d) $\left.\begin{array}{r} 4x - y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 4x + 3 = y \\ \rightarrow 3y = -x - 4 \rightarrow y = -\frac{x}{3} - \frac{4}{3} \end{array}$

Igualando: $4x + 3 = -\frac{x}{3} - \frac{4}{3} \rightarrow 4x + \frac{x}{3} = -\frac{4}{3} - 3 \rightarrow$

$\rightarrow \frac{13x}{3} = -\frac{13}{3} \rightarrow x = -1$

Calculamos $y \rightarrow y = 4x + 3 = 4 \cdot (-1) + 3 = -1.$

e) $\left.\begin{array}{r} 3x + y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y = 10 - 3x \\ \rightarrow 2x - 10 = y \end{array}$

Igualando: $10 - 3x = 2x - 10 \rightarrow 20 = 5x \rightarrow x = 4.$

Calculamos $y \rightarrow y = 10 - 3x = 10 - 3 \cdot 4 = -2.$

f) $\left.\begin{array}{l}5x-3y=1\\4x+y=11\end{array}\right\}\begin{array}{l}\to 5x-1=3y\to y=\dfrac{5}{3}x-\dfrac{1}{3}\\\to y=11-4x\end{array}$

Igualando: $\dfrac{5}{3}x-\dfrac{1}{3}=11-4x\to\dfrac{5}{3}x+4x=11+\dfrac{1}{3}\to$

$\to\dfrac{17}{3}x=\dfrac{34}{3}\to 17x=34\to x=2$

Calculamos $y\ \to\ y=11-4x=11-4\cdot 2=3.$

g) $\left.\begin{array}{l}5x+3y=16\\3x-3y=0\end{array}\right\}\begin{array}{l}\to 3y=16-5x\to y=\dfrac{16}{3}-\dfrac{5}{3}x\\\to 3x=3y\to y=x\end{array}$

Igualando: $\dfrac{16}{3}-\dfrac{5}{3}x=x\to\dfrac{16}{3}=\dfrac{5}{3}x+x\to\dfrac{16}{3}=\dfrac{8}{3}x\to$

$\to 16=8x\to x=2$

Calculamos $y\ \to\ y=x=2.$

h) $\left.\begin{array}{l}3x+5y=20\\7x+4y=39\end{array}\right\}\begin{array}{l}\to 5y=20-3x\to y=4-\dfrac{3}{5}x\\\to 4y=39-7x\to y=\dfrac{39}{4}-\dfrac{7}{4}x\end{array}$

Igualando: $4-\dfrac{3}{5}x=\dfrac{39}{4}-\dfrac{7}{4}x\to\dfrac{7}{4}x-\dfrac{3}{5}x=\dfrac{39}{4}-4\to$

$\to 20\cdot\dfrac{7}{4}x-20\cdot\dfrac{3}{5}x=20\cdot\dfrac{39}{4}-20\cdot 4\to$

$\to 35x-12x=195-80\to 23x=115\to x=5$

Calculamos $y\ \to\ y=4-\dfrac{3}{5}x=4-\dfrac{3}{5}\cdot 5=4-3=1.$

060 ●●

Resuelve por el método que consideres más adecuado.

a) $\left.\begin{array}{r}-2(x-2)=y-4\\3y-2x=0\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r}3(x+y)-x+2y=15\\2x-(y+8)=-11\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r}-5(y-2)=x-2\\x-3y=-4\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r}3(x+2)-7(x+y)=5\\5(x+1)-y=14\end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r}-2(x-2)=y-4\\3y-2x=0\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}-2x+4=y-4\\3y-2x=0\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}-2x-y=-8\\-2x+3y=0\end{array}\right\}$

Restamos la 1.ª ecuación de la 2.ª: $-4y=-8\to y=2$.

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación: $3\cdot 2-2x=0\to 6=2x\to x=3$.

b) $\left.\begin{array}{r}-5(y-2)=x-2\\x-3y=-4\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}-5y+10=x-2\\x-3y=-4\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}-x-5y=-12\\x-3y=-4\end{array}\right\}$

Sumamos las dos ecuaciones: $-8y=-16\to y=2$.

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación: $x-3\cdot 2=-4\to x=-4+6=2$.

c) $\left.\begin{array}{r} 3(x+y)-x+2y=15 \\ 2x-(y+8)=-11 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+3y-x+2y=15 \\ 2x-y-8=-11 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+5y=15 \\ 2x-\ \ y=-3 \end{array}\right\}$

Restamos las dos ecuaciones:

$$6y=18 \rightarrow y=3$$

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$2x-3=-3 \rightarrow 2x=0 \rightarrow x=0$$

d) $\left.\begin{array}{r} 3(x+2)-7(x+y)=5 \\ 5(x+1)-y=14 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+6-7x-7y=5 \\ 5x+5-y=14 \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} -4x-7y=-1 \\ 5x-\ \ y=9 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{sumamos}]{2.^{a}\cdot(-7)} \begin{array}{r} -4x-7y=\ \ -1 \\ -35x+7y=-63 \\ \hline -39x\qquad=-64 \end{array} \rightarrow x=\frac{64}{39}$$

Y despejando en la 2.ª ecuación:

$$5\cdot\frac{64}{39}-y=9 \rightarrow \frac{320}{39}-9=y \rightarrow y=\frac{320-351}{39}=-\frac{31}{39}$$

061 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE ELIMINAN LOS PARÉNTESIS Y LOS DENOMINADORES EN UN SISTEMA?

Resuelve el sistema: $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2}+\dfrac{3y}{4}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{3(2x-2)}{2}-\dfrac{3(y+1)}{9}=-10 \end{array}\right\}$

PRIMERO. Eliminar los denominadores.

Se calcula el m.c.m. de los denominadores en cada ecuación y se multiplican los dos miembros de la ecuación por él.

Primera ecuación: m.c.m. (2, 4, 2) = 4

$$4\left[\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right]=4\cdot\frac{1}{2} \rightarrow 2x+3y=2$$

Segunda ecuación: m.c.m. (2, 9) = 18

$$18\left[\frac{3(2x-2)}{2}-\frac{3(y+1)}{9}\right]=18\cdot(-10) \rightarrow 9\cdot3(2x-2)-2\cdot3(y+1)=-180$$

SEGUNDO. Quitar los paréntesis.

$$9\cdot3(2x-2)-2\cdot3(y+1)=-180 \rightarrow 54x-54-6y-6=-180$$

TERCERO. Pasar las incógnitas a un miembro, y los términos sin incógnita, al otro.

$$54x-54-6y-6=-180 \rightarrow 54x-6y=-180+54+6=-120$$

Sin paréntesis ni denominadores, el sistema es:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+3y=\ \ 2 \\ 54x-6y=-120 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Simplificando}} \left.\begin{array}{l} 2x+3y=\ \ 2 \\ 9x-\ \ y=-20 \end{array}\right\}$$

062 Resuelve por el método que consideres más adecuado.

a) $\left.\begin{aligned}\frac{3x}{3}-\frac{2y}{4}&=2\\ 3y+5x&=-1\end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}&=-1\\ \frac{2x}{3}-\frac{y}{4}&=7\end{aligned}\right\}$

a) $\left.\begin{aligned}\frac{3x}{3}-\frac{2y}{4}&=2\\ 3y+5x&=-1\end{aligned}\right\}\rightarrow \left.\begin{aligned}12\cdot\frac{3x}{3}-12\cdot\frac{2y}{4}&=2\cdot 12\\ 5x+3y&=-1\end{aligned}\right\}\rightarrow$

$\rightarrow \left.\begin{aligned}12x-6y&=24\\ 5x+3y&=-1\end{aligned}\right\}\xrightarrow[\text{sumamos}]{2.^a\cdot 2} \begin{aligned}12x-6y&=24\\ 10x+6y&=-2\\ \hline 22x\quad&=22\end{aligned}\rightarrow x=1$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$5\cdot 1+3y=-1\rightarrow 3y=-6\rightarrow y=-2$$

b) $\left.\begin{aligned}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}&=-1\\ \frac{2x}{3}-\frac{y}{4}&=7\end{aligned}\right\}\rightarrow \left.\begin{aligned}6\cdot\frac{x}{3}-6\cdot\frac{y}{2}&=-6\\ 12\cdot\frac{2x}{3}-12\cdot\frac{y}{4}&=84\end{aligned}\right\}\rightarrow \left.\begin{aligned}2x-3y&=-6\\ 8x-3y&=84\end{aligned}\right\}\xrightarrow{\text{restamos}}$

$\rightarrow\ -6x=-90\rightarrow x=15$

Sustituyendo en la 1.ª ecuación:

$$\frac{15}{3}-\frac{y}{2}=-1\rightarrow -\frac{y}{2}=-1-5=-6\rightarrow y=12$$

063 Elimina los paréntesis y los denominadores en los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{aligned}\frac{x}{2}+\frac{y}{2}&=0\\ \frac{5(x+1)}{7}-\frac{2(y+2)}{3}&=-2\end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned}\frac{3(1-x)}{3}-\frac{(y-1)}{5}-\frac{1}{2}&=\frac{3}{2}\\ \frac{5(x+1)+7(2y-1)}{6}&=2\end{aligned}\right\}$

a) Multiplicando la 1.ª ecuación por 2 y la 2.ª por 21:

$$\left.\begin{aligned}x+y&=0\\ 15(x+1)-14(y+2)&=-42\end{aligned}\right\}\rightarrow \left.\begin{aligned}x+y&=0\\ 15x+15-14y-28&=-42\end{aligned}\right\}\rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{aligned}x+\quad y&=0\\ 15x-14y&=-29\end{aligned}\right\}$$

b) Multiplicando la 1.ª ecuación por 10 y la 2.ª por 6:

$$\left.\begin{aligned}10(1-x)-2(y-1)-5&=15\\ 5(x+1)+7(2y-1)&=12\end{aligned}\right\}\rightarrow \left.\begin{aligned}10-10x-2y+2-5&=15\\ 5x+5+14y-7&=12\end{aligned}\right\}\rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{aligned}-10x-\ 2y&=8\\ 5x+14y&=14\end{aligned}\right\}$$

064 Resuelve por el método de igualación estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{2} - \frac{y+2}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{y+2}{6} = -1 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{5} + y = 2 \\ 2x - 3y = 7 \end{array}\right\}$

a) Quitando denominadores: $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 36 \\ x - 2y = -4 \end{array}\right\}$

Despejamos y de la 1.ª ecuación: $y = \frac{36 - 3x}{2}$, y en la 2.ª: $y = \frac{x+4}{2}$,

e igualamos: $\frac{36-3x}{2} = \frac{x+4}{2} \rightarrow x = 8$. Y sustituyendo: $y = 8$.

b) Quitando denominadores: $\left.\begin{array}{r} x + 5y = 10 \\ 2x - 3y = 7 \end{array}\right\}$

Despejamos x de la 1.ª ecuación: $x = 10 - 5y$, y en la 2.ª: $x = \frac{7-3y}{2}$,

e igualamos: $10 - 5y = \frac{7-3y}{2} \rightarrow y = \frac{13}{7}$. Y sustituyendo: $x = \frac{5}{7}$.

c) Quitando denominadores: $\left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ 4x - y = 0 \end{array}\right\}$ Despejamos y de la 1.ª ecuación:

$y = x + 3$ y en la 2.ª: $y = 4x$, e igualamos: $x + 3 = 4x \rightarrow x = 1$, $y = 4$.

065 Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 6 \\ x - 2y = -4 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{5} + y = 2 \\ 2x - 3y = 7 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} \frac{x}{2} - \frac{y+2}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-1)}{3} - \frac{y+2}{6} = -1 \end{array}\right\}$

a) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 36 \\ x - 2y = -4 \end{array}\right\}$ Las sumamos: $4x = 32 \rightarrow$

$\rightarrow x = 8$, y sustituyendo en la 2.ª ecuación: $8 - 2y = -4 \rightarrow y = 6$.

b) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r} x - y - 2 = 1 \\ 2x - 2 - y - 2 = -6 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x - y = -1 \\ 2x - y = -2 \end{array}\right\}$

Las restamos: $-x = 1$, $x = -1$, y sustituyendo en la 1.ª ecuación:
$-1 - y = -1 \rightarrow y = 0$.

c) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r} x + 5y = 10 \\ 2x - 3y = 7 \end{array}\right\}$

Multiplicamos la 1.ª ecuación por -2: $\left.\begin{array}{r} -2x - 10y = -20 \\ 2x - 3y = 7 \end{array}\right\}$

Las sumamos: $-13y = -13$, $y = 1$, y sustituyendo en la 1.ª ecuación:
$x + 5 = 10 \rightarrow x = 5$.

066 Resuelve por el método más adecuado.

a) $\left.\begin{array}{r} x+y=0 \\ 2x-y=0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y=2 \\ 5x+4y=5 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y-1}{2}=0 \\ 3x-y=6 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2x+1}{5}-\dfrac{3y-4}{10}=\dfrac{2}{5} \\ \dfrac{5(x+1)}{7}-y+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{8}{2} \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{3(x+1)-x}{6}-y-\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{3}{2} \\ x-\dfrac{3(y-1)}{10}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{x+3}{3} \end{array}\right\}$

a) $\left.\begin{array}{r} x+y=0 \\ 2x-y=0 \end{array}\right\}$ Las sumamos: $3x=0 \rightarrow x=0$.

Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $y=0$.

b) $\left.\begin{array}{r} 2x-3y=2 \\ 5x+4y=5 \end{array}\right\}$ Multiplicando la 1.ª ecuación por 5 y la 2.ª por -2:

$\left.\begin{array}{r} 10x-15y=10 \\ -10x-8y=-10 \end{array}\right\}$ Las sumamos: $23y=0 \rightarrow y=0$.

Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $2x=2 \rightarrow x=1$.

c) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ 3x-y=6 \end{array}\right\}$ Las sumamos: $4x=7 \rightarrow x=\dfrac{7}{4}$

Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $y=\dfrac{-3}{4}$.

d) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r} 4x-3y=-2 \\ 10x-14y=-73 \end{array}\right\}$

Despejamos x de la 1.ª ecuación: $x=\dfrac{3y-2}{4}$.

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$10\left(\frac{3y-2}{4}\right)-14y=-73 \rightarrow 15y-10-28y=-146 \rightarrow$$
$$\rightarrow -13y=-136 \rightarrow y=\frac{136}{13}$$

Sustituyendo: $x=\dfrac{191}{26}$.

e) Quitamos denominadores: $\left.\begin{array}{r} 10x-36y=36 \\ 20x-9y=15 \end{array}\right\}$

Multiplicando la 1.ª ecuación por -2: $\left.\begin{array}{r} -20x+72y=-72 \\ 20x-9y=15 \end{array}\right\}$

Las sumamos: $63y=-57 \rightarrow y=\dfrac{-19}{21}$.

Sustituyendo en la 2.ª ecuación: $20x+\dfrac{57}{7}=15 \rightarrow x=\dfrac{12}{35}$.

067 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE EXPRESAN CIERTOS ENUNCIADOS MEDIANTE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS?

Expresa, como ecuaciones con dos incógnitas.

a) La suma de dos números es 50.

b) La diferencia de edad de dos hermanos es 5 años.

c) Un padre tiene el doble de edad que su hijo.

d) Un número supera a otro en 10 unidades.

PRIMERO. Asignar una incógnita a cada dato desconocido.

Datos desconocidos	Incógnitas
Dos números	x, un número y, el otro número
Edades de dos hermanos	x, edad del primero y, edad del segundo
Edades del padre y el hijo	x, edad del padre y, edad del hijo
Dos números	x, un número y, el otro número

SEGUNDO. Relacionar los datos conocidos y desconocidos mediante una igualdad (ecuación).

a) La suma es 50.

$$x + y = 50$$

b) La diferencia es 5 años.

$$x - y = 5$$

c) El padre dobla en edad al hijo.

$$x = 2y$$

d) Uno supera al otro en 10.

$$x = y + 10$$

068 ●●

Expresa mediante ecuaciones con dos incógnitas.

a) Un bocadillo y un refresco valen 5 €.

b) Dos bocadillos y tres refrescos cuestan 15 €.

c) Un bocadillo vale 1 € más que un refresco.

d) He pagado un bocadillo y dos refrescos con 10 € y me han devuelto 3 €.

Precio del bocadillo: x.

Precio del refresco: y.

a) $x + y = 5$

b) $2x + 3y = 15$

c) $x = y + 1$

d) $x + 2y + 3 = 10$

069 **Elige la respuesta adecuada.**

a) Hace tres años, la edad de un tío era el triple de la edad de su sobrino, pero dentro de 5 años será solo el doble. Las edades del tío y del sobrino son:

1. Tío: 15, sobrino: 5.
2. Tío: 35, sobrino: 15.
3. Tío: 27, sobrino: 11.
4. No tiene solución.

b) En un teatro se han vendido 250 entradas entre butacas de patio y de palco. Las primeras cuestan 15 € cada una, y las segundas, 30 €.
Si la recaudación total fue de 4.500 €, las entradas vendidas de cada tipo fueron:

1. Patio: 50, palco: 250.
2. Patio: 100, palco: 150.
3. Patio: 200, palco: 50.

a) Tío: x Sobrino: y

$\left.\begin{array}{r} x = 3y \\ x + 5 = 2(y + 5) \end{array}\right\}$ Sustituimos x en la 2.ª ecuación: $3y + 5 = 2y + 10 \rightarrow$ $\rightarrow y = 5,\ x = 15$

La solución es la opción 1. Tío: 15 años. Sobrino: 5 años.

b) Butacas de patio: x Butacas de palco: y

$\left.\begin{array}{r} x + y = 250 \\ 15x + 30y = 4.500 \end{array}\right\} \rightarrow x = 250 - y$

Sustituimos x en la 2.ª ecuación: $15(250 - y) + 30y = 4.500 \rightarrow$
$\rightarrow 3.750 + 15y = 4.500 \rightarrow y = 50,\ x = 200$

La solución es la opción 3. Butacas de patio: 200. Butacas de palco: 50.

070 **Calcula dos números cuya suma es 10 y su diferencia 6.**

$\left.\begin{array}{r} x + y = 10 \\ x - y = 6 \end{array}\right\}$ Sumando las ecuaciones: $2x = 16 \rightarrow x = 8,\ y = 2$.

071 **Halla las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 60 cm y que la base es el doble de la altura.**

$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 60 \\ x = 2y \end{array}\right\}$ Sustituyendo la 2.ª en la 1.ª: $4y + 2y = 60 \rightarrow y = 10,\ x = 20$.

Base: 20 cm. Altura: 10 cm.

072 **Dos kilos de albaricoques y tres kilos de brevas cuestan 13 €. Tres kilos de albaricoques y dos kilos de brevas cuestan 12 €. ¿Cuál es el precio del kilo de albaricoques? ¿Y el de brevas?**

Albaricoques: x Brevas: y

$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 13 \\ 3x + 2y = 12 \end{array}\right\}$ Multiplicando la 1.ª ecuación por 3 y la 2.ª por -2:

$$\left.\begin{array}{r} 6x + 9y = 39 \\ -6x - 4y = -24 \end{array}\right\}$$

Sumando las ecuaciones: $5y = 15 \rightarrow y = 3,\ x = 2$.
Albaricoques: 2 €/kg. Brevas: 3 €/kg.

073 **En una compra se han utilizado monedas de 2 € y billetes de 5 €. En total, entre monedas y billetes son 13 y se ha pagado 33 €. ¿Cuántas monedas de 2 € se utilizan? ¿Y billetes de 5 €?**

Monedas: x Billetes: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 13 \\ 2x + 5y &= 32 \end{aligned}\right\}$$ Despejando x de la 1.ª ecuación: $x = 13 - y$.

Y sustituyendo en la 2.ª: $26 - 2y + 5y = 32 \rightarrow y = 2,\ x = 11$.

074 **En una droguería se venden 3 jabones y 2 frascos de colonia por 12 €, y también 4 jabones y 3 frascos de colonia por 17 €. Calcula el precio de cada producto.**

Precio del jabón: x Precio del frasco de colonia: y

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 12 \\ 4x + 3y &= 17 \end{aligned}\right\} \xrightarrow[2.^a \cdot (-2)]{1.^a \cdot 3} \left.\begin{aligned} 9x + 6y &= 36 \\ -8x - 6y &= -34 \end{aligned}\right\}$$
sumamos
$$x = 2$$

Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $3 \cdot 2 + 2y = 12 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3$.

El jabón cuesta 2 € y el frasco de colonia 3 €.

075 **Hemos adquirido sellos de 0,26 € y de 0,84 €. En total hemos pagado 5,18 € por 11 sellos. ¿Cuántos sellos son de 0,26 €? ¿Y de 0,84 €?**

Sellos de 0,26 €: x Sellos de 0,84 €: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 11 \\ 0{,}26x + 0{,}84y &= 5{,}18 \end{aligned}\right\}$$ Despejando x de la 1.ª ecuación: $x = 11 - y$.

Y sustituyendo en la 2.ª: $2{,}86 - 0{,}26y + 0{,}84y = 5{,}18 \rightarrow y = 4,\ x = 7$.

Se han comprado 7 sellos de 0,84 € y 4 sellos de 0,26 €.

076 **Para una merienda se han comprado bocadillos de jamón a 2,80 € la unidad y de queso a 2,50 €. En total se pagan 48 € por 18 bocadillos. ¿Cuántos bocadillos de jamón se compran?**

Bocadillos de jamón: x Bocadillos de queso: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 18 \\ 2{,}80x + 2{,}50y &= 48 \end{aligned}\right\}$$ Despejando x de la 1.ª ecuación: $x = 18 - y$.

Sustituyendo en la 2.ª: $50{,}4 - 2{,}8y + 2{,}5y = 48 \rightarrow y = 8,\ x = 10$.

Jamón: 10 bocadillos. Queso: 8 bocadillos.

077 **En un taller hay 50 vehículos entre motos y coches. Si el número total de ruedas es 140, ¿cuántos vehículos hay de cada tipo?**

Coches: x Motos: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 4x + 2y &= 140 \end{aligned}\right\} \rightarrow x = 50 - y$$

Sustituyendo en la 2.ª: $200 - 4y + 2y = 140 \rightarrow y = 30,\ x = 20$.

Coches: 20. Motos: 30.

078 **El perímetro de una parcela rectangular es 350 m y el triple de su largo es igual al cuádruple de su ancho. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?**

Largo: x Ancho: y

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 350 \\ 3x = 4y \end{array}\right\} \rightarrow y = \frac{3x}{4}$$. Sustituyendo y en la 1.ª ecuación:

$$2x + \frac{3x}{2} = 350 \rightarrow 7x = 700 \rightarrow x = 100,\ y = 75$$

Largo: 100 m. Ancho: 75 m.

079 **José le dice a Inés: «Si te doy 10 discos tendrías la misma cantidad que yo». Inés le responde: «Tienes razón. Solo te faltan 10 discos para doblarme en número». ¿Cuántos discos tiene cada uno?**

Discos de José: x Discos de Inés: y

$$\left.\begin{array}{l} x - 10 = y + 10 \\ x + 10 = 2y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x - y = 20 \\ x - 2y = -10 \end{array}\right\}$$ Restamos las ecuaciones: $-y - (-2y) = 20 - (-10) \rightarrow y = 30$

Sustituimos en la 1.ª ecuación: $x - 10 = 30 + 10 \rightarrow x = 50$.

José tiene 50 discos compactos e Inés 30.

080 **Una empresa de alquiler de coches ofrece dos modelos, uno de cuatro plazas y otro de cinco. Durante un día, la empresa alquila 10 coches en los que viajan 42 personas, quedando dos plazas sin ocupar. ¿Cuántos coches alquilaron de cada tipo?**

Coches de cuatro plazas: x
Coches de cinco plazas: y

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 10 \\ 4x + 5y - 2 = 42 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 10 \\ 4x + 5y = 44 \end{array}\right\} \rightarrow y = 10 - x$$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$4x + 5(10 - x) = 44 \rightarrow 4x + 50 - 5x = 44 \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$$

Y despejando: $y = 10 - x = 10 - 6 = 4$.

Alquilaron 6 coches de cuatro plazas y 4 de cinco plazas.

081 **Juan ha comprado una camisa y un pantalón. Los precios de estas prendas sumaban 60 €, pero le han hecho un 10 % de descuento en la camisa y un 20 % en el pantalón, y paga por todo 50,15 €. ¿Cuál era el precio sin rebajar de cada prenda?**

Precio de la camisa: c Precio del pantalón: p

$$\left.\begin{array}{r} c + p = 60 \\ c(100\,\% - 10\,\%) + p(100\,\% - 20\,\%) = 50{,}15 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} c + p = 60 \\ 0{,}9c + 0{,}8p = 50{,}15 \end{array}\right\}$$

Despejando en la 1.ª ecuación: $p = 60 - c$, y sustituyendo en la 2.ª:

$$0{,}9c + 0{,}8(60 - c) = 50{,}15 \rightarrow 0{,}9c + 48 - 0{,}8c = 50{,}15 \rightarrow$$
$$\rightarrow 0{,}1c = 2{,}15 \rightarrow c = 21{,}50\ €$$

Y despejando: $p = 60 - c = 60 - 21{,}50 = 38{,}50$ €.

082 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE MEZCLAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIONES?

Se quiere mezclar dos tipos de vino: uno de 5,20 €/ℓ y otro de 6,20 €/ℓ, y se quieren obtener 100 ℓ de vino cuyo precio sea 6 €/ℓ. ¿Cuántos litros de cada tipo se necesitan?

PRIMERO. Planteamiento.

	Litros	**Precios**
Vino *A*	x	$5{,}2x$
Vino *B*	y	$6{,}2y$
Mezcla	100	$5{,}2x + 6{,}2y$
Ecuaciones	$x + y = 100$	$\dfrac{5{,}2x + 6{,}2y}{100} = 6$

SEGUNDO. Resolución.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 100 \\ \frac{5{,}2x + 6{,}2y}{100} &= 6 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x &= 100 - y \\ 5{,}2x + 6{,}2y &= 600 \end{aligned}\right\}$$

Se sustituye el valor en la otra ecuación:

$$\xrightarrow{x = 100 - y} 5{,}2(100 - y) + 6{,}2y = 600 \rightarrow y = 80$$

$$x = 100 - y \xrightarrow{y = 80} x = 20$$

TERCERO. Comprobación.

La mezcla contendrá 20 ℓ del vino *A* y 80 ℓ del vino *B*. La cantidad de mezcla será $20 + 80 = 100$ ℓ.

Y el precio de la mezcla es:

$$\frac{5{,}2 \cdot 20 + 6{,}2 \cdot 80}{100} = \frac{104 + 496}{100} = 6\ €$$

083 ●●● **Se mezcla licor de 12 €/ℓ con licor de 15 €/ℓ, de modo que resultan 50 ℓ de licor de 13 €/ℓ. ¿Cuántos litros de cada licor se han mezclado?**

Licor de 12 €/ℓ: x

Licor de 15 €/ℓ: y

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 12x + 15y &= 50 \cdot 13 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Despejando } x \text{ de la 1.ª ecuación:} \\ x = 50 - y.\end{array}$$

Y sustituyendo en la 2.ª:

$$600 - 12y + 15y = 650 \rightarrow y = \frac{50}{3},\ x = \frac{100}{3}$$

Licor de 12 €/ℓ: $\dfrac{100}{3}$ litros. Licor de 15 €/ℓ: $\dfrac{50}{3}$ litros.

084 **En una fábrica de zumos se mezclan dos tipos de calidades, una de 50 céntimos el litro y otra de 80 céntimos el litro. ¿Cuántos litros de zumo han de mezclarse de cada tipo para obtener 120 litros con un coste total de 85,50 €?**

Zumo de 0,50 €/ℓ: x Zumo de 0,80 €/ℓ: y

$$\left.\begin{aligned} x + \quad y &= 120 \\ 0{,}50x + 0{,}80y &= 85{,}50 \end{aligned}\right\} \rightarrow y = 120 - x$$

Sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$0{,}50x + 0{,}80(120 - x) = 85{,}50 \rightarrow 0{,}50x + 96 - 0{,}80x = 85{,}50 \rightarrow$$
$$\rightarrow -0{,}30x = -10{,}50 \rightarrow x = 35$$

Y despejando: $y = 120 - x = 120 - 35 = 85$.

Se deben mezclar 35 litros de zumo de 0,50 €/ℓ
y 85 litros de zumo de 0,80 €/ℓ.

085 **Se han mezclado 40 kg de café a 10 €/kg con otra cantidad de café a 14 €/kg. ¿Cuántos kilos se han usado de cada clase si se vende la mezcla a 12,80 €/kg?**

Café de 12 €: x
Total de café: x

$$\left.\begin{aligned} y - \quad x &= 40 \\ 12{,}80y - 14x &= 400 \end{aligned}\right\}$$ Despejando y de la 1.ª ecuación: $y = 40 + x$.

Y sustituyendo en la 2.ª ecuación:

$$512 + 12{,}80x - 14x = 400 \rightarrow x = \frac{280}{3},\ y = \frac{400}{3}$$

Café de 12 €/kg: $\frac{280}{3}$ kg. Total de café: $\frac{400}{3}$ kg.

086 **Si en un sistema de ecuaciones con solución única se multiplican todos los términos de una ecuación por 3:**

a) La nueva solución es el triple de la original.
b) La solución es la misma.
c) El nuevo sistema no puede tener solución.
d) Ninguna de las tres opciones es cierta.

b) La solución es la misma, ya que si multiplicamos todos los términos de una ecuación por una misma cantidad, la ecuación resultante es equivalente, es decir, tienen las mismas soluciones.

087 **Si despejando la misma incógnita en dos ecuaciones, y una vez igualadas, no se puede resolver la ecuación con una incógnita que resulta, ¿cómo es el sistema, compatible o incompatible? Razónalo.**

Es incompatible, ya que si no tiene solución para esa incógnita el sistema no puede tener ninguna solución, pues entonces esta aportaría solución a la ecuación que no la tenía.

088 La suma de las dos cifras de un número es ***a*** y su diferencia es también ***a***. ¿De qué tipo son los números que cumplen esta condición?

Siendo las cifras x e y: $\left.\begin{array}{l} x + y = a \\ x - y = a \end{array}\right\}$

Sumando las ecuaciones: $2x = 2a \rightarrow x = a$.

Sustituyendo en la 1.ª ecuación: $y = 0$.

Los números que cumplen esta condición son las decenas.

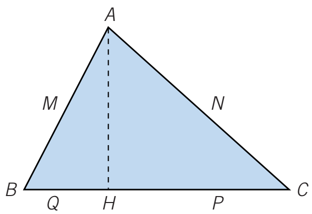
089 La suma de las dos cifras de un número es **2*a*** y su diferencia es ***a***. ¿Qué números cumplen esta condición?

Siendo las cifras x e y: $\left.\begin{array}{l} x + y = 2a \\ x - y = a \end{array}\right\}$ Sumando las ecuaciones: $2x = 3a \rightarrow$

$\rightarrow x = \dfrac{3a}{2}$. Y sustituyendo en la 1.ª ecuación: $y = \dfrac{a}{2}$.

Como a debe ser par y menor que 7 ($a = 2, 4, 6$), los números son 93, 39, 62, 26, 31 y 13.

090 En el triángulo $\widehat{ABC}$, el lado ***BC*** mide 8 cm y su altura ***AH*** mide 4 cm. Se quiere inscribir en ese triángulo un rectángulo ***MNPQ*** en el que los vértices ***P*** y ***Q*** estén en el lado ***BC***, ***M*** en ***AB*** y ***N*** en ***AC***. Calcula las longitudes de ***MN*** y ***MQ*** para que el perímetro del rectángulo ***MNPQ*** sea 12 cm.



Base del rectángulo: x. Altura del rectángulo: y.

Los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{AMN}$ son semejantes, por ser MN paralelo a AB.

La base de $\widehat{AMN}$ mide x, y su altura mide $4 - y$.

$$\frac{\text{Base de } \widehat{AMN}}{\text{Base de } \widehat{ABC}} = \frac{\text{Altura de } \widehat{AMN}}{\text{Altura de } \widehat{ABC}} \rightarrow \frac{x}{8} = \frac{4 - y}{4}$$

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 12 \\ \dfrac{x}{8} = \dfrac{4-y}{4} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Eliminamos denominadores}} \left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 12 \\ x = 8 - 2y \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Restamos}} \left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 12 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right\}$$
$$x \quad = 4 \rightarrow 8 + 2y = 12 \rightarrow y = 2$$

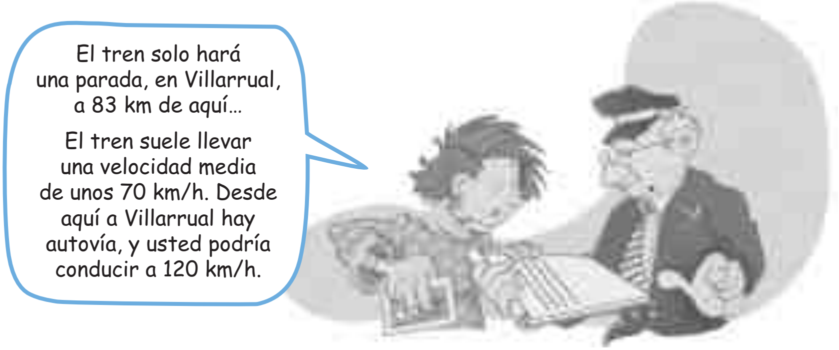
Base del rectángulo: $MN = 4$ cm. Altura del rectángulo: $MQ = 2$ cm.

EN LA VIDA COTIDIANA

091 ●●● **Xaquin va a Sevilla en un tren que ha salido a las 17:00 h.**

Aunque su madre ha insistido en que no olvidara nada, Xaquin se ha dejado en casa algo muy importante: su carné de identidad.

Su madre lo ha encontrado y se ha ido a la estación de tren para preguntar al jefe de estación. Este le ha informado de lo siguiente.



Si la madre de Xaquin llegase antes que el tren a la estación de Villarrual, podría buscarlo y darle el carné. El problema es que han pasado ya 20 minutos desde que el tren partió.

¿Crees que la madre de Xaquin puede llegar a tiempo a la estación?

El tren tarda en llegar a Villarrual: $\frac{83}{70} = 1$ h 11 min 9 s.

La madre tarda en llegar: $\frac{83}{120} = 41$ min 30 s. Pero como se retrasó 20 minutos en salir, en total tardó 1 h 1 min 30 s, por lo que sí le dio tiempo a llegar.

092 ●●● **Alicia y Marien han conseguido una beca para estudiar durante dos años en París.**

Al facturar los equipajes han visto que Alicia llevaba 18 kg y Marien 27 kg.

Los aviones de pasajeros permiten un determinado peso en los equipajes; en caso de sobrepasar ese peso, el pasajero tiene que abonar una cantidad por cada kilo de más que lleve.

Para que a Marien le salga más barato, a la azafata que les factura los equipajes se le ha ocurrido una idea:

¿Cuál es el peso permitido a cada pasajero? ¿Cuánto hay que pagar por cada kilo de sobrepeso?

Peso permitido: x Precio por kilo: y

$$\left.\begin{aligned}(27-x)y &= 42\\ [27-(x-18)-x]y &= 30\end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned}27y - xy &= 42\\ 45y-2xy &= 30\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}27y - xy &= 42\\ 45y-2xy &= 30\end{aligned}\right\} \xrightarrow{\cdot(-2)} \left.\begin{aligned}-54y+2xy &= -84\\ 45y-2xy &= 30\end{aligned}\right\}$$
$$-9y = -54 \rightarrow y = 6$$

$$(27-x)y = 42 \xrightarrow{y=6} (27-x)6 = 42 \rightarrow 27-x=7 \rightarrow x = 20$$

Peso permitido: 20 kg. Precio por kilo: 6 €.