

13

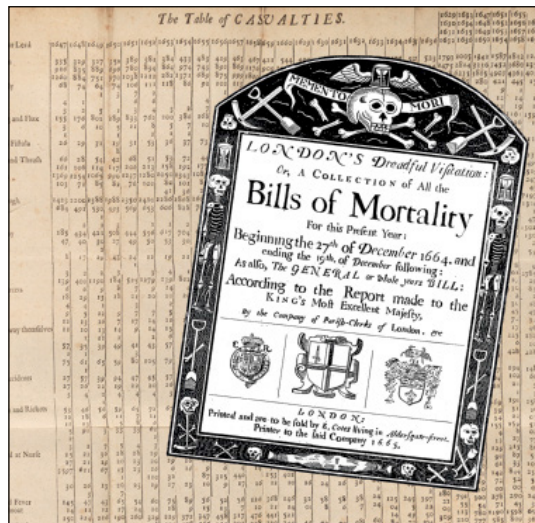
Tablas y gráficos estadísticos

Antecedentes históricos

En todas las épocas, los gobernantes han querido tener controladas sus posesiones, ya fueran bienes o personas. Existen testimonios escritos de que, ya hacia el año 3000 a. C., los babilonios y los egipcios disponían de inventarios sobre cosechas, rentas, censos de población...

Algo parecido ocurrió en otros pueblos de la Antigüedad: Israel (1300 a. C.), China (2200 a. C.), Grecia y Roma (500 a. C.), y Europa desde la Edad Media.

Panorámica de los "Guerreros de terracota", conjunto de más de 8000 figuras de soldados y caballos descubiertos cerca de Xi'an (China).



Un primer paso...

Hasta el siglo XVI, la estadística consistió en la recogida de datos relevantes y en su exposición ordenada y clara.

A mediados del siglo XVII, **John Graunt**, un comerciante londinense, realizó en sus horas libres un laborioso y profundo estudio sobre los nacimientos y las defunciones en Londres a lo largo de los años anteriores. En este estudio analizaba cómo influían en ellos las causas naturales, sociales y políticas. Puede considerarse el primer trabajo estadístico serio sobre la población.



Portada de uno de los anuarios en los que John Graunt se basó para hacer su estudio sobre una de las páginas originales de dicho trabajo.

¿De dónde viene el nombre?

La utilización de la palabra *estadística* para designar la obtención, el estudio y la interpretación de grandes masas de datos, parece que se dio por primera vez, en el siglo XVIII, en Alemania. El nombre viene del interés que este estudio tiene para los *asuntos de Estado*.

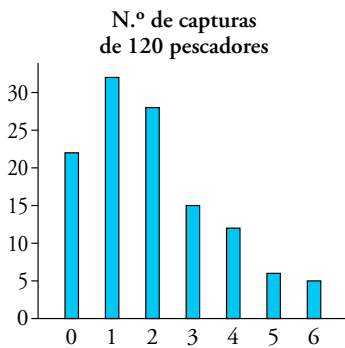
Puerta de Brandeburgo, Berlín (Alemania).



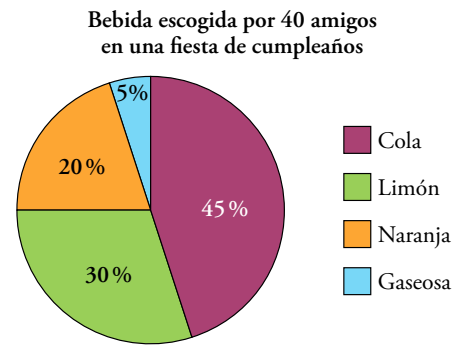
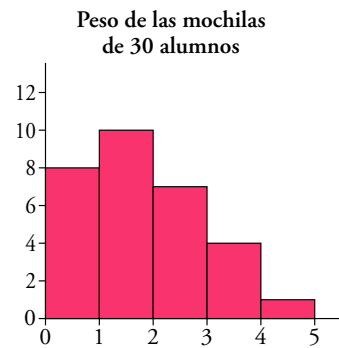
© Grupo Anaya, S. A. Material fotocopiable autorizado.

Nombre y apellidos: Fecha:

1 Población y muestra



Observa las siguientes distribuciones:



Cada una de ellas se refiere a un colectivo:

- 120 *pescadores* de un pantano.
- 30 *alumnos* de una clase.
- 40 *amigos* en un cumpleaños.

El colectivo objeto de un estudio estadístico se llama *población*.

A veces, el conjunto que interesa es demasiado numeroso para poder analizar cada uno de sus elementos; entonces se extrae una *muestra*. Por ejemplo, es posible que los 120 pescadores sean una muestra de la población formada por todas las personas que están pescando en el pantano.

De modo que un colectivo es población o muestra según nos interese por sí mismo o sea un medio para inferir información sobre un colectivo más extenso.

Población es el conjunto de todos los elementos que son objeto de nuestro estudio.

Muestra es un subconjunto, extraído de la población, cuyo estudio sirve para inferir características de toda la población.

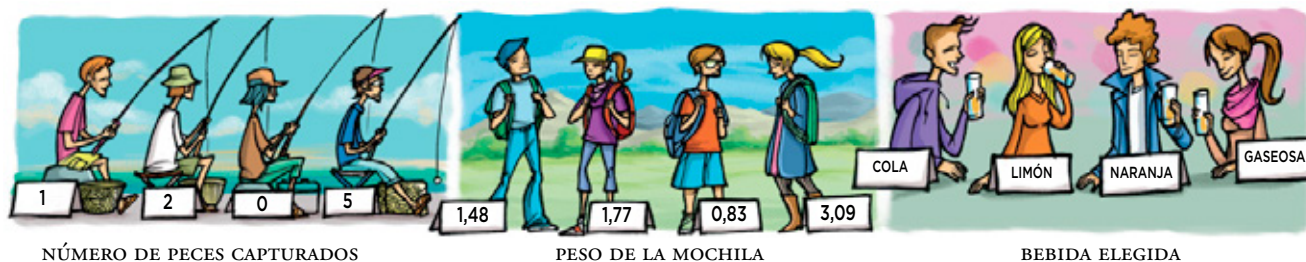
Individuo es cada uno de los elementos que forman la población o la muestra.

Ejemplo

Un inspector de sanidad investiga algunos restaurantes de una ciudad escogidos al azar. El conjunto de todos los restaurantes que hay en la ciudad es la *población*; los restaurantes seleccionados para ser investigados forman la *muestra*, y cada restaurante es un *individuo*.

Piensa y practica

1. Indica la población, la muestra y los individuos en cada uno de los siguientes ejemplos:
 - a) Se seleccionan 50 edificios de una ciudad para hacer un estudio sobre el número de plantas, la altura y la utilización de los locales bajos (para viviendas, oficinas, tiendas, bares...).
 - b) Se analizan 100 libros de una biblioteca: número de páginas, ubicación en la estantería y contenido (como novela, ensayo, manual...).
 - c) Se han encuestado a 23 de los alumnos que van al centro en bici sobre el número de desarrollos de la bicicleta, el peso y la marca.



El número de peces, el peso de las mochilas y el tipo de bebida son las variables que hemos estudiado en las distribuciones anteriores.

Las dos primeras variables son **cuantitativas**, ya que sus valores se expresan con números (cantidades).

La tercera variable es **cualitativa**, porque el tipo de bebida que escogen los amigos no se puede describir con un número, sino mediante una cualidad.

Una **variable cuantitativa** es **discreta** cuando solo admite valores aislados (el número de peces cogidos puede ser 1 o 2, pero no un número intermedio).

Una **variable cuantitativa** es **continua** cuando entre cada dos valores pueden darse todos los intermedios (una mochila puede pesar 1,245 kg, aunque habitualmente se redondea y se expresa mediante un número con una sola cifra decimal).

TIPOS DE VARIABLES ESTADÍSTICAS

- **Cuantitativa:** Numérica.
 - Discreta:** Solo puede tomar valores aislados.
 - Continua:** Podría tomar todos los valores de un intervalo.
- **Cualitativa:** No numérica.



Ejemplo

En el ejemplo de la página anterior, supongamos que en cada restaurante se anota lo siguiente:

- Número de personas que trabajan en él (1, 2, 3...): cuantitativa discreta.
- Superficie (187,5 m²): cuantitativa continua.
- Tipo de comida (marisco): cualitativa.

Piensa y practica

1. Indica si cada una de estas variables es cuantitativa discreta, cuantitativa continua o cualitativa:
 - a) En los cines de un pueblo se anota el tipo de película que proyectan (comedia, acción...), cuánto dura la película y el número de espectadores.
 - b) En los mercados de una ciudad se observa la superficie, el número de puertas de acceso y el tipo de mercado (alimentación, ropa, complementos...).
 - c) Nos hemos fijado en algunas características de los teléfonos móviles que tienen los alumnos de un centro escolar: la marca, el número de compañías que lo ofertan y el precio.
 - d) Un científico estudia, en los volcanes del Pacífico, la altura, el número de veces que han entrado en erupción en los últimos 100 años y el tipo de volcán (hawaiano, estromboliano, vulcaniano, peleano).

© Grupo Anaya, S. A. Material fotocopiable autorizado.

Nombre y apellidos: Fecha:

3 El proceso que se sigue en estadística

La información estadística que recibimos llega mediante gráficas o tablas muy bien construidas, con las que resulta muy sencillo entender la información que se nos da. Sin embargo, esas tablas y gráficas son el resultado de un largo proceso. Veamos sus principales pasos.

1.º ¿Qué queremos estudiar? ¿Para qué?

Por ejemplo: Supongamos que un centro de Secundaria desea saber los *destinos favoritos* para el viaje de fin de curso. Con dicha información, la dirección busca los mejores precios y decide si se pueden ofertar dos o más destinos.



2.º Selección de las variables que se van a analizar

Si a cada estudiante se le pregunta por su *destino favorito*, sin más, es muy probable que se obtengan una enorme cantidad de respuestas distintas, difíciles de organizar. Además, habrá alumnos que digan su destino favorito sin reparar en los gastos del viaje, distancia, duración, etcétera.

Para evitar esta disparidad de respuestas, la encuesta debe ser muy clara, con las posibles alternativas señaladas. Es decir, *debe ser evidente cuál es la variable y cuáles son sus posibles valores*.

Por ejemplo: ¿A cuáles de estos lugares prefieres ir en tu viaje de fin de curso?

- a) París b) Roma c) Marrakech d) Berlín e) Londres

3.º Recolección de datos

Se efectúan las medidas o se realizan las encuestas. En el caso del viaje de fin de curso, se pregunta a cada uno de los alumnos y se anota la respuesta.

4.º Organización y exposición de datos

Se realizan los recuentos, se ordenan los datos en tablas, se elaboran las gráficas adecuadas y, en algunos casos, se calculan los parámetros que convengan. A estas tareas nos dedicaremos a lo largo de la presente unidad y de la siguiente.



Piensa y practica

1. Se quiere realizar una encuesta para estudiar las aficiones musicales. Para cada una de las preguntas siguientes, di justificadamente si te parecen o no razonables:
- a) ¿Cuáles son tus grupos musicales preferidos?
- b) De los siguientes estilos musicales, señala aquellos que has escuchado más este mes:
- | | | | |
|-----------|----------|---------|-----------|
| • Rock | • Pop | • Rap | • Elect. |
| • Hip-Hop | • Reggae | • Salsa | • Punk |
| • Metal | • Grunge | • Jazz | • Clásico |
- c) ¿Oyes la radio? Si es así, ¿qué cadena?
- d) ¿Cuáles de estas cadenas de radio escuchas más de 2 horas a la semana?
- | | |
|-----------------|----------------------|
| • Cadena 100 | • Los 40 principales |
| • Rock FM | • Kiss FM |
| • Radio Clásica | • Europa FM |
| • EDM | • M80 Radio |
| • Radio 3 | • Cadena Dial |
- e) ¿Cuál es el último concierto al que has ido?

Una vez recogidos los datos, hay que **tabularlos**; es decir, hay que confeccionar una tabla para organizarlos: la **tabla de frecuencias**.

Notación

En las tablas de frecuencias se suele designar:

x_i → valores de la variable

f_i → frecuencia de cada valor

Recuento

Para hacer el recuento, se leen los resultados uno a uno y se traza una marca donde corresponda (se suele ir tachando con un lápiz los datos contabilizados para no volver a contarlos). Si las marcas se agrupan de cinco en cinco, se cuentan mejor. (La quinta sirve para cerrar el manojito).

Marcas de clase

A veces conviene dar un valor que represente a los de todos los individuos de un intervalo. Se denomina **marca de clase**. Para hallar la marca de clase de cada intervalo, tomamos el valor medio de los extremos.

Por ejemplo, la marca de clase del intervalo 180,5-184,5 es:

$$\frac{180,5 + 184,5}{2} = 182,5$$

Confección de una tabla con datos aislados

Si la variable toma pocos valores, se procede como en el siguiente ejemplo sobre el número de problemas que ha resuelto correctamente cada uno de los 20 estudiantes en un examen. La variable, x_i , toma los valores 0, 1, 2, 3, 4 y 5.

N.º DE PROBLEMAS RESUELTOS			
2	0	3	4
1	3	3	5
1	1	2	4
0	3	3	1
2	1	4	3

RECuento	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

TABLA DE FRECUENCIAS	
x_i	f_i
0	2
1	5
2	3
3	6
4	3
5	1

Confección de una tabla con datos agrupados en intervalos

Si la variable es continua o bien, siendo discreta, toma muchos valores distintos, conviene agruparlos en intervalos. En nuestro ejemplo, las 30 mejores marcas de altura de este año en cierta región, agrupamos los datos en intervalos con decimales para que no haya dudas del intervalo al que pertenece cada uno.

MEJORES RESULTADOS DE SALTOS DE ALTURA				
195	198	201	187	192
181	197	198	203	195
185	187	192	196	188
199	193	189	185	204
198	201	184	189	202
187	194	200	198	193

RECuento	
Entre 180,5 y 184,5	
Entre 184,5 y 188,5	
Entre 188,5 y 192,5	
Entre 192,5 y 196,5	
Entre 196,5 y 200,5	
Entre 200,5 y 204,5	

TABLA DE FRECUENCIAS	
INTERVALO	f_i
180,5-184,5	2
184,5-188,5	6
188,5-192,5	4
192,5-196,5	6
196,5-200,5	7
200,5-204,5	5

Piensa y practica

1. El profesor ha apuntado las faltas de asistencia que ha tenido cada uno de sus alumnos a lo largo del trimestre:

2, 3, 0, 1, 1 2, 2, 4, 3, 1 3, 0, 2, 0, 1

2, 2, 1, 2, 1 0, 3, 4, 2, 1 3, 5, 1, 1, 2

a) Confecciona una tabla de frecuencias.

b) Si el profesor hubiera apuntado el número de ejercicios bien resueltos de cada alumno a lo largo del año, ¿la tabla de frecuencias debería ser con datos aislados o agrupados en intervalos?

2. Se ha tomado el tiempo en los 100 m lisos a los miembros de un club de atletismo. Estos son los resultados:

11,62 12,03 12,15 11,54 10,95

11,56 11,08 11,38 12,08 11,73

12,11 11,52 11,72 11,23 11,66

10,87 11,32 11,58 12,01 11,06

Haz una tabla de frecuencias con estos intervalos:

10,805 - 11,075 - 11,345 - 11,615 - 11,885 - 12,155

En la web

 Confecciona tablas de frecuencias.

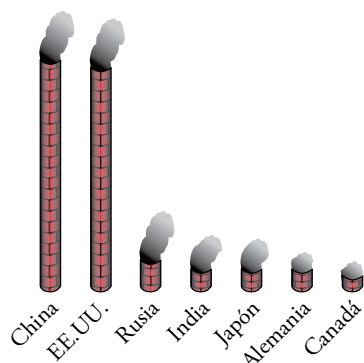
5 Gráfico adecuado al tipo de información

En los medios de comunicación, en informes de las empresas y en otras muchas disciplinas encontramos espléndidas representaciones de gráficos estadísticos que nos permiten, con un solo golpe de vista, entender lo que nos quieren transmitir y asimilar la información que se nos da.

Veamos cómo utilizar de manera correcta los tipos de gráficos más frecuentes.

Otro tipo de gráficos

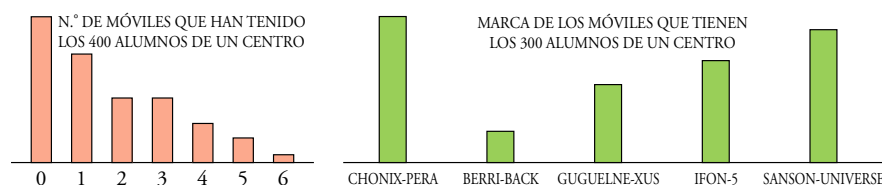
Hay infinidad de tipos de gráficos estadísticos. En la primera página vimos algunos de ellos. Observa este otro, al que llamamos **pictograma**, sobre los países que más CO₂ emiten a la atmósfera.



Los pictogramas están destinados al gran público porque son muy llamativos e intuitivos, aunque poco precisos.

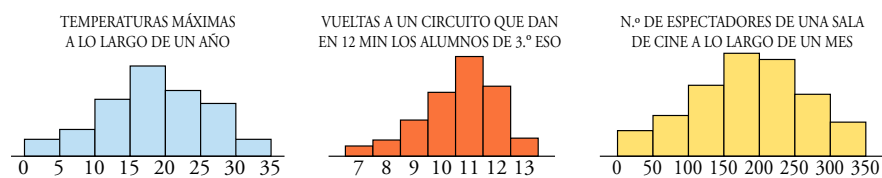
Diagrama de barras

El **diagrama de barras** se utiliza para distribuciones de **variables cuantitativas discretas**. Por eso, las barras son estrechas y se sitúan sobre los valores puntuales de la variable. También se usa para representar distribuciones de **variables cualitativas**.



Histograma de frecuencias

El **histograma** se utiliza para distribuciones de **variable continua**. Por eso se usan rectángulos cuyas bases son de la longitud de los intervalos.



Aunque los datos no vengan dados por intervalos (como en el caso de las vueltas a la pista de atletismo), cuando se trata de una variable continua (8 vueltas significa que aún no ha dado 9) es razonable usar el histograma y no el diagrama de barras.

El número de espectadores es una variable cuantitativa discreta, pero al tomar muchos valores distintos, se utilizan intervalos y, por tanto, histogramas.

Piensa y practica

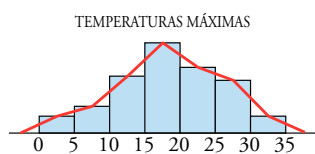
1. Representa mediante el gráfico adecuado.

a) Temperaturas máximas medidas cada 15 días a lo largo de un año en una localidad.

TEMPERATURA (°C)	N.º DE DÍAS
5-10	2
10-15	4
15-20	12
20-25	5
25-30	3

b) Número de asignaturas suspensas que tienen los alumnos de una clase.

N.º DE ASIGNATURAS SUSPENSAS	N.º DE ALUMNOS
0	12
1	9
2	3
3	2
4	1
5 o más	3



Polígono de frecuencias

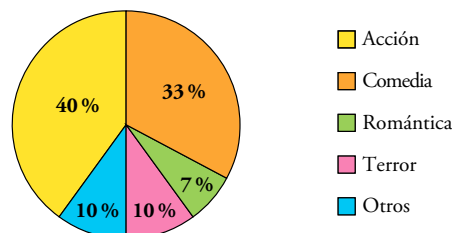
El **polígono de frecuencias** se utiliza en los mismos casos que el histograma. Se construye uniendo los puntos medios de los lados superiores de los rectángulos y prolongando, al principio y al final, hasta llegar al eje.

Su sentido es suavizar los escalones que se producen en el histograma.

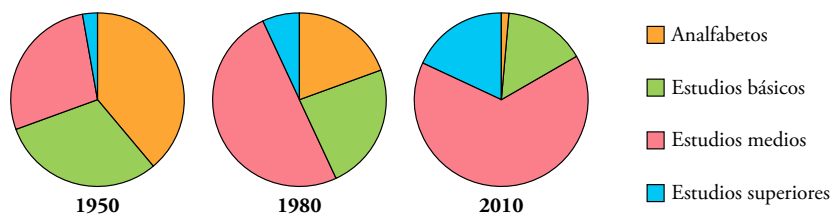
Diagrama de sectores

En un **diagrama de sectores**, el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia correspondiente.

Se puede utilizar para todo tipo de variables, pero se usa muy frecuentemente para las variables cualitativas. Por ejemplo, en el siguiente diagrama vemos las preferencias cinematográficas de cierta población en España por porcentajes:

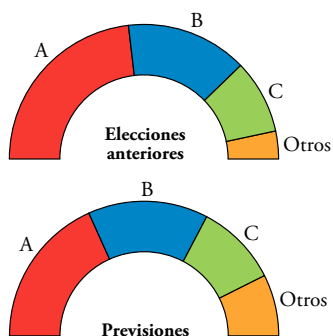


Este tipo de diagrama es especialmente adecuado para representar, en varios pasos, una evolución a lo largo del tiempo. Por ejemplo, podemos observar la evolución, desde 1950 hasta 2010, del nivel de estudios de la población de una cierta región: observamos cómo a lo largo del tiempo ha ido disminuyendo el número de analfabetos y de personas con estudios básicos, y cómo ha aumentado considerablemente la población con estudios medios y superiores.



Resultados de las elecciones

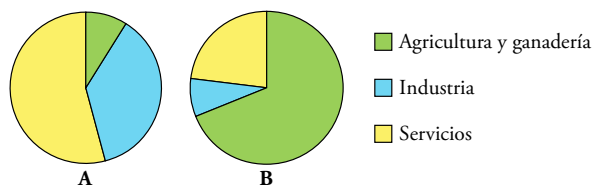
Al final de la jornada electoral es muy común ver los resultados expuestos de la siguiente forma:



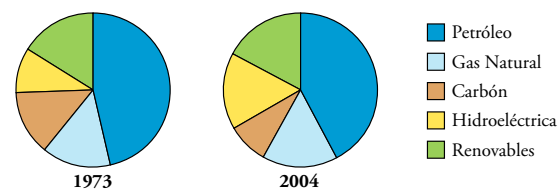
Piensa y practica

2. Los diagramas de sectores se utilizan a menudo para comparar la misma distribución en distintos países o regiones.

Observa los sectores que muestran cómo se divide la población trabajadora de dos países: Austria y Mauritania. ¿A cuál pertenece cada uno? Explica por qué.



3. Observa la evolución del consumo mundial de energías primarias por fuentes energéticas:



a) Explica qué energías han aumentado su consumo y cuáles han disminuido.

b) Busca en Internet el diagrama correspondiente al año actual.

© Grupo Anaya, S. A. Material fotocopiable autorizado.

Nombre y apellidos: Fecha:

Practica

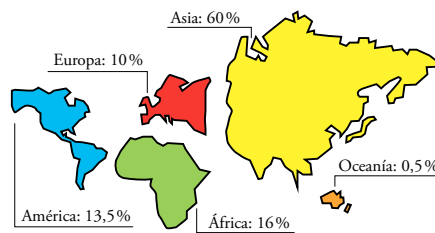
Población y muestra. Variables

- Indica, para cada caso propuesto:
 - Cuál es la población y cuáles, los individuos.
 - Cuál es la variable y qué tipo de variable es.
 - El peso de los recién nacidos en la Comunidad Valenciana a lo largo del año pasado.
 - Cantidad de lluvia recogida en un cierto observatorio meteorológico en cada año del presente siglo.
 - Número de mascotas en los hogares españoles.
 - Partido político al que cada elector tiene intención de votar en las próximas elecciones en una cierta comunidad autónoma.
 - Tipos de coches (marca y modelo) que tiene cada vecino de mi urbanización.
 - Número de tarjetas amarillas mostradas en cada partido de fútbol de 1.ª división la temporada pasada.
- Se quieren realizar los siguientes estudios:
 - El sexo (niño o niña) de cada bebé nacido en un hospital a lo largo de un año.
 - Qué periódico lee cada habitantes de una ciudad.
 - Alturas y pesos de los estudiantes de la clase.
 - Edad de las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.
 - Estudios que piensan seguir los alumnos y las alumnas de un centro escolar al terminar la ESO.
 - Di en cada uno de estos casos cuál es la población y cuáles, los individuos.
 - Indica en cada uno cuál es la variable que se estudia y de qué tipo es.
 - ¿En cuáles de ellos es necesario recurrir a una muestra? ¿Por qué?

Interpretación de tablas y gráficos

- El siguiente gráfico indica el porcentaje de población mundial que habita en cada uno de los continentes. Si sabemos que África tiene 1 111 millo-

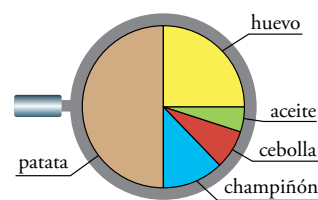
nes de personas, ¿qué población tiene cada uno de los demás continentes?



- Completa la tabla.
 - Si hubo 145 personas que respondieron “nunca”, ¿a cuántas se encuestó?
 - Di cuántas personas dieron cada una de las respuestas.
 - Los encuestados, ¿son población o muestra?
- Se ha hecho una encuesta para saber con qué regularidad se lee el periódico en una ciudad:

RESPUESTA	%
TODOS LOS DÍAS	37,2
UNA VEZ A LA SEMANA	29,2
UNA VEZ AL MES	10,4
ALGUNA VEZ AL AÑO	11,2
NUNCA	
NO CONTESTA	0,4

- Completa la tabla.
 - Si hubo 145 personas que respondieron “nunca”, ¿a cuántas se encuestó?
 - Di cuántas personas dieron cada una de las respuestas.
 - Los encuestados, ¿son población o muestra?
- Suponemos que hacemos una tortilla de patatas con las proporciones que muestra este diagrama:



- Los porcentajes de los ingredientes son 50%, 25%, 12%, 8% y 5%. A la vista del gráfico, asigna cada uno al ingrediente correspondiente.

- b) Si la tortilla pesa 1 kg, ¿qué cantidad hay que echar de cada ingrediente?
- c) En otra tortilla con las mismas proporciones hemos echado 40 g de aceite. ¿Cuánto pesará? ¿Qué cantidad de champiñones tendrá?

Elaboración de tablas y gráficas

6. Un profesor ha preguntado a sus alumnos que en cuántos de estos medios de transporte han viajado:

TREN, BARCO, AVIÓN, AUTOBÚS, HELICÓPTERO, MOTO

Estos son los resultados:

2 3 1 4 5 2 3 3 2 4 3 5 5 4 3
 3 3 4 4 4 4 3 4 6 2 4 3 3 4 5

- a) Construye la tabla de frecuencias absolutas.
- b) Realiza el diagrama de barras correspondiente.

Autoevaluación

- 1. Indica, para cada caso, cuáles son los individuos, cuál la población, cuál la variable y de qué tipo es:
 - a) Número de veces al año que ha usado su tarjeta sanitaria cada paciente.
 - b) Tiempo de espera de cada paciente en una consulta de un centro de salud.
 - c) Tipo de especialista al que acuden los pacientes a un centro de salud.

2. Tiempo, en minutos, que pasaron en la sala de espera los pacientes de un médico cierto día:

28 4 12 35 2 26 45 22 6 23
 27 16 18 32 8 47 8 12 34 15
 28 37 7 39 15 25 18 17 27 15

- a) Haz una tabla, repartiéndolos en intervalos de extremos 1 - 9 - 17 - 25 - 33 - 41 - 49.
- b) Representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).

7. Estos son los mejores tiempos en los 10 km de los miembros de un club de atletismo:

42:20 40:08 47:32 49:50 43:24 48:31 51:42
 45:53 47:17 50:37 49:07 51:37 43:28 45:18
 44:36 46:15 50:48 47:59 51:21 43:37 42:14

- a) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas con los intervalos: 40 - 42 - 44 - 46 - 48 - 50 - 52
- b) Traza el histograma correspondiente.

8. Se ha realizado un estudio sobre el tipo de utilidad que le dan al Smartphone los menores de 26 años. Los resultados vienen dados en la siguiente tabla:

UTILIDAD	PORCENTAJE
Juegos	47%
Redes sociales	23%
Deportes y entretenimientos	18%
Noticias	12%

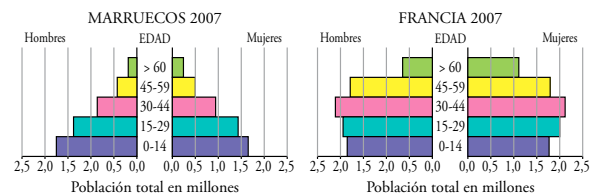
Elabora el correspondiente diagrama de sectores.

3. Número de días que han ido a la biblioteca del colegio los alumnos de un curso:

3 1 2 4 0 2 1 3 1 0 2 0 3 5 2
 0 2 4 1 2 1 2 0 5 3 3 1 2 1 0

Haz una tabla de frecuencias y representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).

4. Observa estas pirámides de población:



Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas:

- a) La proporción de ancianos/as en Francia es mucho mayor que en Marruecos.
- b) Hay más ancianas que ancianos en ambos países.
- c) La proporción de niños/as es mayor en Marruecos que en Francia.

Nombre y apellidos: Fecha: