

# 9

## Funciones lineales y cuadráticas

### Un gran científico del siglo XVII con...

**René Descartes** (1596-1650) filósofo y matemático francés, influyó notablemente en el pensamiento de su época y en el de siglos posteriores.

Durante toda su vida tuvo una salud delicada. Por eso, de colegial, se le permitió estudiar acostado. Esto se convirtió en hábito, de modo que una gran parte de su obra la elaboró en la cama.

### ... Una idea genial

Y en la cama se le ocurrió su sistema de coordenadas: un día se entretuvo siguiendo el vuelo de una mosca e imaginó cómo se designaría su posición en cada instante mediante la distancia a la que se encontrara de cada pared.

Aunque esta idea no era del todo original, pues ya para entonces se manejaban las coordenadas geográficas, longitud y latitud, la invención de Descartes le permitió expresar las curvas mediante ecuaciones que ligan sus coordenadas. Esta ha sido una de las mayores aportaciones al mundo de la ciencia.



René Descartes (1596-1650).



René Descartes enseñando astronomía a la Reina Cristina de Suecia en 1649.

### ¿De dónde viene “cartesiano”?

Como en aquella época los científicos escribían en latín, Descartes era conocido por la forma latina de su nombre: Cartesius. De ahí vienen las expresiones *pensamiento cartesiano* o *coordenadas cartesianas*.



Página inicial de la “Geometría” de Descartes, publicada en 1637.

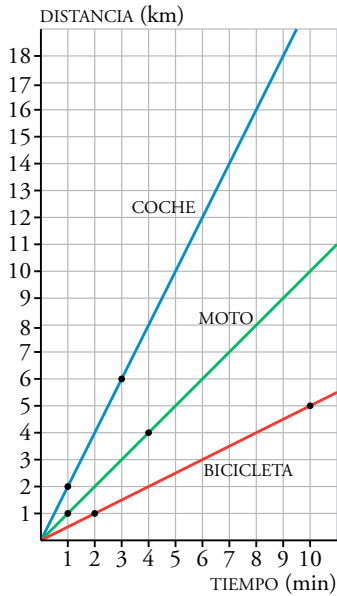
# 1 Función de proporcionalidad $y = mx$

En este apartado vamos a estudiar funciones en las que las dos variables son proporcionales. Por ejemplo:

*tiempo que marcha un móvil a velocidad constante*  $\rightarrow$  *distancia que recorre*

Son funciones que se representan mediante rectas y tienen una expresión analítica similar:  $y = mx$

Analicemos tres funciones que responden al modelo *tiempo*  $\rightarrow$  *distancia*.



• **MOTOCICLETA:** su velocidad es de 1 km cada minuto. La recta verde describe la distancia recorrida a lo largo del tiempo.

1 min  $\rightarrow$  1 km Pasa por el punto (1, 1).  
 4 min  $\rightarrow$  4 km Pasa por el punto (4, 4).  
 La  $y$  (distancia) es igual a la  $x$  (tiempo). } Ecuación:  $y = x$

• **COCHE:** su velocidad es de 2 km cada minuto. La recta azul describe la distancia recorrida a lo largo del tiempo.

1 min  $\rightarrow$  2 km Pasa por el punto (1, 2).  
 3 min  $\rightarrow$  6 km Pasa por el punto (3, 6).  
 La  $y$  (distancia) es igual al doble de  $x$  (tiempo). } Ecuación:  $y = 2x$

• **BICICLETA:** su velocidad es de 0,5 km cada minuto. La recta roja describe la distancia recorrida a lo largo del tiempo.

2 min  $\rightarrow$  1 km Pasa por el punto (2, 1).  
 10 min  $\rightarrow$  5 km Pasa por el punto (10, 5).  
 La  $y$  (distancia) es igual a la mitad de  $x$  (tiempo). } Ecuación:  $y = \frac{1}{2}x$

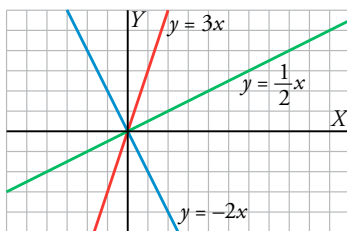
## No lo olvides

Cuanto mayor sea la constante de proporcionalidad, mayor pendiente tiene la recta, es decir, más inclinada está respecto al eje  $X$ .

La **función de proporcionalidad** tiene por ecuación  $y = mx$ .

Se representa mediante **una recta** que pasa por (0, 0).

La constante de proporcionalidad,  $m$  (que puede ser positiva o negativa), se llama **pendiente** de la recta y tiene que ver con su inclinación.



## Ejercicio resuelto

**Decir la pendiente de cada una de las tres rectas representadas al margen.**

Sus pendientes son, respectivamente, 3,  $\frac{1}{2}$  y  $-2$ . Observamos que cuanto mayor es la pendiente, mayor es la inclinación. Si la pendiente es positiva, la recta es creciente, y si es negativa, la recta es decreciente.

## Piensa y practica

1. Dibuja sobre unos ejes cartesianos, en papel cuadrulado, dos rectas que pasen por el origen y que tengan pendientes positivas y otras dos con pendientes negativas.

### Representación de la gráfica a partir de su ecuación

Para representar una función de proporcionalidad,  $y = mx$ , tendremos en cuenta lo siguiente:

— **Es una recta**, pues a variaciones iguales de  $x$  corresponden variaciones iguales de  $y$ .

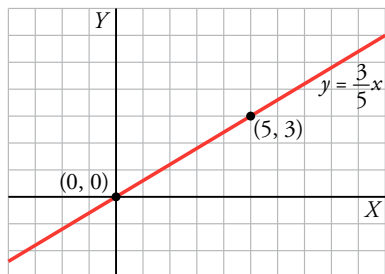
— **Pasa por el punto (0, 0)**, pues si  $x = 0$ , entonces  $y = m \cdot 0 = 0$ .

Por tanto, para representarla solo falta **obtener otro punto**. Esto se consigue dándole un valor a  $x$  y obteniendo el correspondiente valor de  $y$ .

Por ejemplo, para representar  $y = \frac{3}{5}x$ , obtenemos el punto correspondiente a  $x = 5$ :

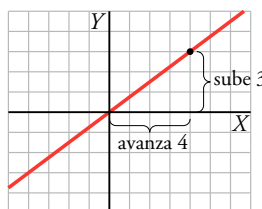
$$\text{Si } x = 5, \text{ entonces } y = \frac{3}{5} \cdot 5 = 3$$

Es una recta que pasa por (0, 0) y (5, 3).

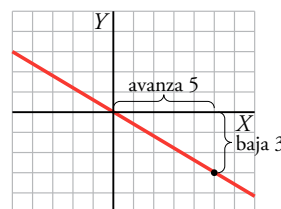


### Ecuación a partir de la gráfica. Obtención de la pendiente

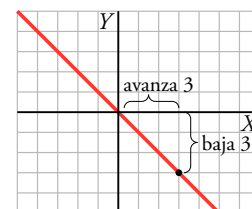
Si la gráfica de una función es una recta que pasa por el origen, entonces es una función de proporcionalidad,  $y = mx$ . Para determinar su ecuación, solo falta averiguar el valor de  $m$  (la pendiente).



Pendiente  $m = \frac{3}{4}$



Pendiente  $m = -\frac{3}{5}$



Pendiente  $m = \frac{-3}{3} = -1$

#### Importante

La pendiente de una recta

$$y = mx$$

es el coeficiente de la  $x$  cuando está despejada la  $y$ .

La función  $y = 0$  es, también, de proporcionalidad. Su pendiente es 0.

La **pendiente** (coeficiente de la  $x$ ) es la variación (positiva o negativa) que experimenta la  $y$  cuando la  $x$  aumenta una unidad. Para hallarla, se divide la variación de la  $y$  por la variación de la  $x$  entre dos de sus puntos.

### Piensa y practica

2. Representa las funciones siguientes:

a)  $y = x$

b)  $y = 2x$

c)  $y = -x$

d)  $y = -2x$

e)  $y = \frac{1}{3}x$

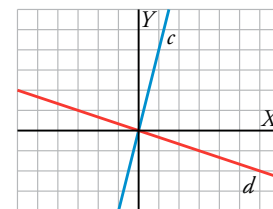
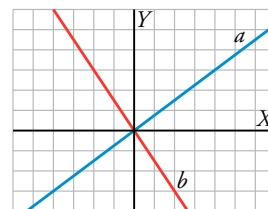
f)  $y = -\frac{1}{3}x$

g)  $y = \frac{3}{2}x$

h)  $y = -\frac{3}{2}x$

i)  $y = \frac{2}{3}x$

3. Halla las ecuaciones de las rectas siguientes:



**En la web** Refuerza: función de proporcionalidad  $y = mx$ .

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

# 2 La función $y = mx + n$

## Nota

En matemáticas superiores se llaman **funciones lineales** a las del tipo  $y = mx$ .

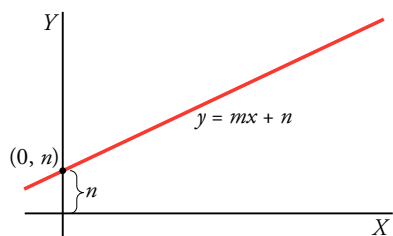
A estas otras,  $y = mx + n$ , se las llama **funciones afines**.

Sin embargo, en matemáticas aplicadas como, por ejemplo, en economía, se llaman lineales a las funciones que se representan mediante rectas.

Así lo hacemos aquí:

lineales  $\rightarrow y = mx + n$

de proporcionalidad  $\rightarrow y = mx$



En la factura de agua de una ciudad se paga una cantidad fija de 3 € más 1,50 € por metro cúbico de consumo.

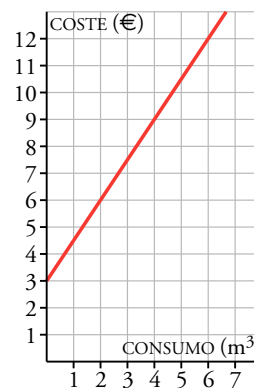
En este enunciado vemos que, una vez pagada la cantidad inicial, 3 €, el coste añadido es proporcional al consumo (en  $m^3$ ) de agua que hagamos.

La función *consumo*  $\rightarrow$  *coste* tiene esta ecuación:

$$y = 3 + 1,5x$$

Su gráfica es una recta cuya pendiente es 1,5 (lo que aumenta el coste cuando el consumo de agua aumenta 1  $m^3$ ).

La cantidad inicial, 3, es el punto del eje *Y* del cual arranca la función.



La ecuación  $y = mx + n$  se representa mediante una recta con las siguientes características:

- Su **pendiente** es  $m$  (la pendiente es el coeficiente de la  $x$  en la ecuación  $y = mx + n$ ). Representa la variación de  $y$  por cada unidad de  $x$ .
- Su **ordenada en el origen** es  $n$ . Es decir, si  $x = 0$ , entonces  $y = n$ . Por tanto, corta al eje *Y* en el punto  $(0, n)$ .

Cuando la pendiente es  $m = 0$ , la recta  $y = n$  es paralela al eje *X*. Se llama **función constante** porque  $y$  siempre vale lo mismo ( $n$ ) aunque varíe la  $x$ .

Las funciones que se representan mediante rectas se llaman **funciones lineales**.

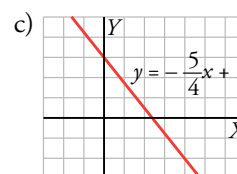
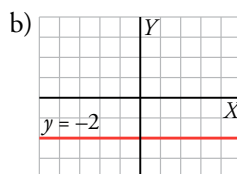
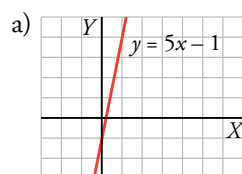
## Ejercicio resuelto

Representar estas rectas:

a)  $y = 5x - 1$

b)  $y = -2$

c)  $y = -\frac{5}{4}x + 3$



## Piensa y practica

**En la web** Refuerza: la función  $y = mx + n$ .

1. Representa en unos ejes cartesianos, sobre papel cuadriculado, las rectas de ecuaciones:

a)  $y = 3x - 2$

b)  $y = 3 - 2x$

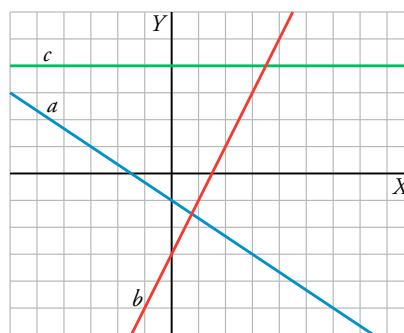
c)  $y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}x$

d)  $y = \frac{2}{3}x - 5$

e)  $y = -2$

f)  $y = \frac{5x - 3}{2}$

3. Escribe la ecuación de cada una de estas rectas:



2. Medimos el grosor de los libros de una colección. Cada una de las cubiertas tiene un grosor de 5 mm. Sabiendo que el grosor de 200 páginas es de 1 cm, escribe la ecuación de la función *número de páginas*  $\rightarrow$  *grosor del libro* y represéntala en unos ejes.

**En la web** Practica con funciones  $y = mx + n$ .

**Ten en cuenta**

Las ecuaciones  $y = y_0 + m(x - x_0)$  pueden simplificarse hasta adoptar la forma  $y = mx + n$ .

Por ejemplo:

$$y = 3 + \frac{2}{5}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{13}{5}$$

Supongamos que de una recta conocemos un punto  $(x_0, y_0)$  y su pendiente,  $m$ . Entonces, su ecuación puede ponerse así:

$$y = y_0 + m(x - x_0) \quad \text{ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE}$$

- Es claro que esta recta pasa por  $(x_0, y_0)$ , pues:  
si  $x = x_0$ , entonces  $y = y_0 + m(x_0 - x_0) = y_0 + m \cdot 0 = y_0$
- Su pendiente es  $m$ , por ser el coeficiente de la  $x$  al despejar la  $y$ .

**Ejercicios resueltos**

**1. Escribir las ecuaciones de las rectas siguientes dadas por un punto y su pendiente:**

a)  $P(3, 7) \quad m = 4$

b)  $P(-2, 5) \quad m = -\frac{2}{3}$

c)  $P(4, -1) \quad m = 1,2$

d)  $P(-3, 0) \quad m = \frac{1}{5}$

Obtenemos, para cada una de las rectas, su ecuación punto-pendiente.

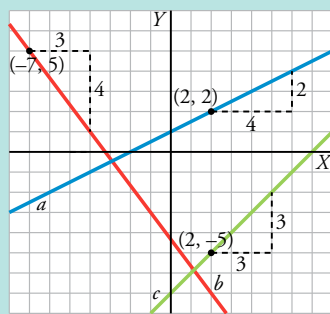
a) ECUACIÓN:  $y = 7 + 4(x - 3)$  Es decir,  $y = 4x - 5$

b) ECUACIÓN:  $y = 5 - \frac{2}{3}(x + 2)$  Es decir,  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

c) ECUACIÓN:  $y = -1 + 1,2(x - 4)$  Es decir,  $y = 1,2x - 5,8$

d) ECUACIÓN:  $y = \frac{1}{5}(x + 3)$  Es decir,  $y = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$

**2. Escribir la ecuación de las rectas a, b y c.**



a) Pasa por  $(2, 2)$ . Su pendiente es  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

ECUACIÓN:  $y = 2 + \frac{1}{2}(x - 2)$

b) Pasa por  $(-7, 5)$ . Su pendiente es  $-\frac{4}{3}$ .

ECUACIÓN:  $y = 5 - \frac{4}{3}(x + 7)$

c) Pasa por  $(2, -5)$ . Su pendiente es  $\frac{3}{3} = 1$ .

ECUACIÓN:  $y = -5 + (x - 2)$

**Piensa y practica****En la web**

Refuerza: la ecuación punto-pendiente.

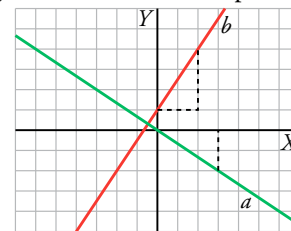
**1.** Escribe, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por  $P$  y tiene pendiente  $m$ :

a)  $P(4, -3), m = 4$       b)  $P(0, 2), m = -\frac{1}{2}$

c)  $P(-3, 1), m = \frac{5}{4}$       d)  $P(0, 0), m = -1$

e)  $P(-1, 3), m = -\frac{3}{5}$       f)  $P(0, -2), m = 0$

**2.** Escribe la ecuación de las rectas  $a$  y  $b$  dadas mediante sus gráficas. Escoge de cada una otro punto distinto al que tomaste para escribir la ecuación. Vuelve a escribir una ecuación con este otro punto. Comprueba que se trata de la misma ecuación.

**En la web**

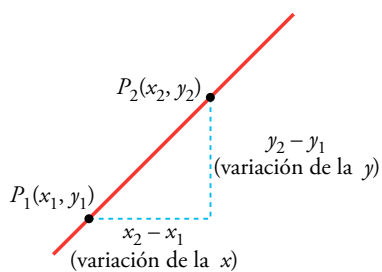
Concepto de pendiente de una recta.

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....



# 4 Recta que pasa por dos puntos

Si de una recta conocemos dos puntos, podemos obtener su pendiente a partir de ellos y, después, con la pendiente y uno de los puntos, hallar su ecuación tal y como hemos visto en la página anterior.



## Obtención de la pendiente conociendo dos puntos

Para hallar la pendiente de la recta que pasa por dos puntos conocidos, se puede proceder gráficamente, midiendo (o contando cuadraditos) la variación de la  $x$  y la variación de la  $y$ .

Pero también se obtiene (más rápida y eficazmente) mediante este cálculo:

$$\left. \begin{array}{l} P_1(x_1, y_1) \\ P_2(x_2, y_2) \end{array} \right\} \rightarrow m = \frac{\text{variación de la } y}{\text{variación de la } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## Ejercicios resueltos

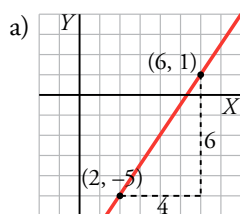
### 1. Hallar las pendientes de las siguientes rectas dadas por dos puntos:

a)  $(2, -5), (6, 1)$

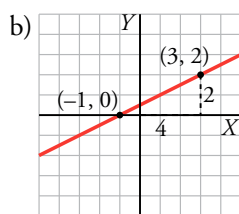
b)  $(-1, 0), (3, 2)$

c)  $(-3, -1), (2, -2)$

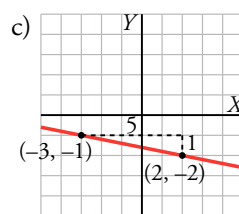
GRÁFICAMENTE:



$$m = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$



$$m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



$$m = -\frac{1}{5}$$

OPERANDO:

a)  $m = \frac{1 - (-5)}{6 - 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

b)  $m = \frac{2 - 0}{3 - (-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

c)  $m = \frac{-2 - (-1)}{2 - (-3)} = \frac{-1}{5}$

### 2. Obtener la ecuación de la recta que pasa por P y Q:

a)  $P(5, 3), Q(-3, 4)$

b)  $P(-3, 5), Q(-2, 3)$

a)  $m = \frac{4 - 3}{-3 - 5} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

ECUACIÓN:  $y = 3 - \frac{1}{8}(x - 5)$

b)  $m = \frac{3 - 5}{-2 - (-3)} = \frac{-2}{1} = -2$

ECUACIÓN:  $y = 5 - 2(x + 3)$

## Piensa y practica

En la web



Refuerza: ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

### 1. Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q:

a)  $P(2, 5), Q(-3, 6)$

b)  $P(3, -4), Q(-2, -1)$

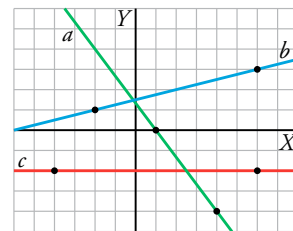
c)  $P(-1, 0), Q(5, 5)$

d)  $P(-7, 1), Q(3, 4)$

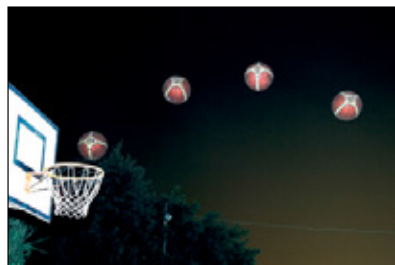
e)  $P(3, 1), Q(-2, 1)$

f)  $P(2, -2), Q(2, 5)$

### 2. Halla las ecuaciones de las rectas a, b y c. Utiliza los puntos marcados para calcular las pendientes.



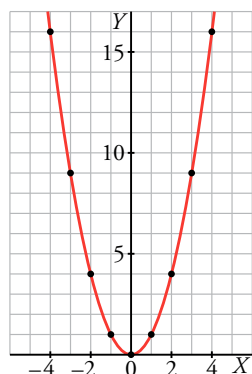
# 5 Parábolas y funciones cuadráticas



La curva que describe un balón cuando se lanza a canasta es una parábola. También describen parábolas las bolas de golf o los chorros de agua. Parabólicas son las secciones de las antenas que captan las emisiones de televisión procedentes de los satélites artificiales y las secciones de los faros de los coches.

También hay muchas funciones que se representan mediante parábolas:

- El área de un cuadrado en función de su lado ( $A = l^2$ ) o la de un círculo en función de su radio ( $A = \pi r^2$ ).
- La altura a la que se encuentra una piedra que lanzamos hacia arriba en función del tiempo transcurrido desde que se lanzó ( $a = v_0 t - 4,9 t^2$ ).
- El espacio que recorre un coche desde que decidimos frenar hasta que realmente se para, en función de la velocidad que llevaba ( $e = 0,0074 v^2 + 0,21 v$ ).



## Parábola tipo: la función $y = x^2$

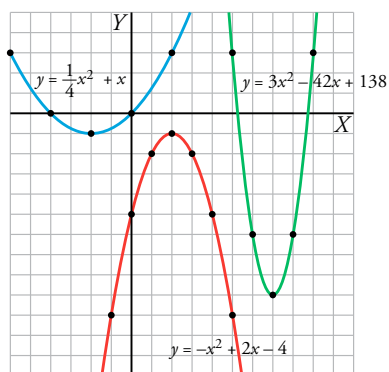
Empecemos por representar el modelo de parábola más sencillo, que corresponde a la función  $y = x^2$ .

A la derecha puedes ver su tabla de valores, y en el margen, su representación gráfica.

Se trata de una curva **simétrica** respecto al eje  $Y$ ; tiene un **mínimo** en el punto  $(0, 0)$ , al que llamamos **vértice**.

Tiene **dos ramas**, una decreciente y otra creciente.

x	y
-4	16
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
4	16



## Funciones cuadráticas

Las funciones  $y = ax^2 + bx + c$ , con  $a \neq 0$ , llamadas **cuadráticas**, se representan todas ellas mediante **parábolas** con su eje de simetría paralelo al eje  $Y$ .

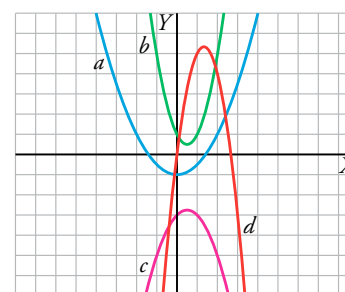
Su forma (hacia abajo, hacia arriba, más ancha...) depende de  $a$ , coeficiente de  $x^2$ , del siguiente modo:

- Si dos funciones cuadráticas tienen el mismo coeficiente de  $x^2$ , las parábolas correspondientes son idénticas, aunque pueden estar situadas en posiciones distintas.
- Si  $a > 0$ , tienen las ramas hacia arriba, y si  $a < 0$ , hacia abajo.
- Cuanto mayor sea  $|a|$ , más estilizada es la parábola.

### Piensa y practica

1. Asocia estas expresiones analíticas de funciones cuadráticas con sus correspondientes parábolas representadas a la derecha:

- i)  $y = 2x^2 - 2x + 1$       ii)  $y = -x^2 + x - 3$   
 iii)  $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$       iv)  $y = -3x^2 + 8x$

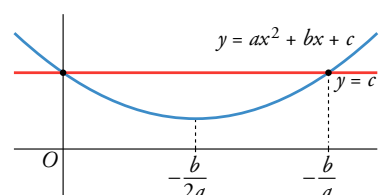


Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

## Representación de funciones cuadráticas

Como ya se ha dicho, las funciones cuadráticas se representan mediante parábolas cuya forma depende, exclusivamente, del coeficiente de  $x^2$ . Veamos ahora algunos pasos que conviene dar para la representación de  $y = ax^2 + bx + c$ :

### La abscisa del vértice



$$ax^2 + bx + c = c \rightarrow ax^2 + bx = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (ax + b)x = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$$

La abscisa del vértice está en el punto medio de  $x_1$  y  $x_2$ , es decir, en  $p = -\frac{b}{2a}$ .

1.º Obtención de la **abscisa del vértice**:  $p = -\frac{b}{2a}$

2.º Obtención de algunos **puntos próximos al vértice**.

Calculamos el valor de la función en abscisas enteras próximas al vértice, a su derecha y a su izquierda. Así conocemos la curva en su parte más interesante.

3.º Obtención de los **puntos de corte con los ejes**.

Con ellos se completa la información sobre los puntos más relevantes de la gráfica:

— Corte con el eje  $X$ : se resuelve la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ .

— Corte con el eje  $Y$ : es el  $(0, c)$ .

4.º **Representación**.

Escogeremos sobre los ejes unas escalas que nos permitan plasmar la información en un espacio razonable.

### Ejercicio resuelto

Representar  $y = x^2 - 3x - 4$ .

1.º Obtención del vértice:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Abscisa: } p = \frac{-(-3)}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2} = 1,5 \\ \text{Ordenada: } f(1,5) = (1,5)^2 - 3 \cdot 1,5 - 4 = -6,25 \end{array} \right\} \text{El vértice es } (1,5; -6,25).$$

2.º Obtención de puntos próximos al vértice:

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

3.º Puntos de corte con los ejes:

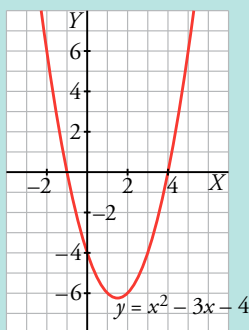
• Cortes con el eje  $X$ :

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} \rightarrow x_1 = -1, x_2 = 4$$

• Corte con el eje  $Y$ :  $(0, -4)$

(Esta información ya la teníamos en la tabla anterior)

4.º Puedes ver la representación a la izquierda.



### Piensa y practica

2. Representa las siguientes parábolas:

a)  $y = x^2 - 2x + 3$

b)  $y = x^2 - 6x + 5$

3. Dibuja estas funciones:

a)  $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$


b)  $y = 2x^2 - 10x + 8$



# Ejercicios y problemas

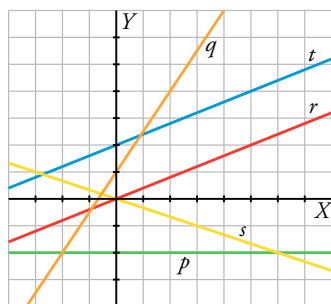
## Practica

### Funciones lineales. Rectas



1.  Representa las rectas siguientes:

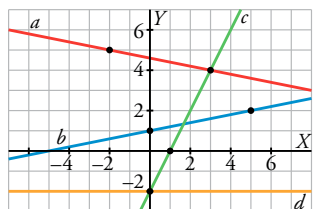
- a)  $y = 4x$       b)  $y = -2,4x$       c)  $y = -\frac{x}{2}$   
 d)  $y = -2x + 1$       e)  $y = -\frac{x}{2} + 3$       f)  $y = -\frac{8}{5}$   
 g)  $y = \frac{3x-5}{2}$       h)  $y = 2,5x - 1$       i)  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

2.   Asocia cada recta con su ecuación:




- a)  $y = -\frac{1}{3}x$   
 b)  $y = \frac{3}{2}x + 1$   
 c)  $y = \frac{2}{5}x$   
 d)  $y = \frac{2}{5}x + 2$   
 e)  $y = -2$

3.   a) Escribe la ecuación de cada recta:




b) ¿Cuáles son funciones crecientes? ¿Y decrecientes? Comprueba el signo de la pendiente en cada caso.

4.  Escribe la ecuación de la recta de la que conocemos un punto y la pendiente, en cada caso:


- a)  $P(-2, 5), m = 3$       b)  $P(0, -5), m = -2$   
 c)  $P(0, 0), m = \frac{3}{2}$       d)  $P(-2, -4), m = -\frac{2}{3}$

5.  Obtén la ecuación de la recta que pasa por A y B.


- a)  $A(2, -1), B(3, 4)$       b)  $A(-5, 2), B(-3, 1)$   
 c)  $A\left(\frac{3}{2}, 2\right), B\left(1, \frac{2}{3}\right)$       d)  $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right), B\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

6.  Di la pendiente de estas rectas y represéntalas en los mismos ejes. ¿Qué conclusión sacas?

- a)  $y = 2x$       b)  $y = 2x - 3$   
 c)  $2x - y + 1 = 0$       d)  $4x - 2y + 5 = 0$


7.  La altura del agua de un depósito varía con el tiempo según la función  $a = (5/4)t$  ( $a$  en metros,  $t$  en segundos).

- a) Represéntala. Si la altura del depósito es 5 m, ¿cuál es el dominio de definición de la función?  
 b) ¿Es una función de proporcionalidad?  
 c) Di cuál es la pendiente y explica su significado.

8.  Esta tabla muestra cómo varía el volumen de agua que hay en un depósito al abrir un desagüe:


$t$ (min)	0	1	2	3	5
$V$ (l)	20	18	16	14	10

- a) Representa la función *tiempo*  $\rightarrow$  *volumen*.  
 b) Escribe su ecuación y su dominio de definición.  
 c) Di cuál es su pendiente y qué significa.  
 d) ¿Es una función de proporcionalidad?


9.  Esta tabla muestra las longitudes de unos postes y de sus sombras en un momento determinado:

POSTE (m)	0,5	1	1,5	2	2,5
SOMBRA (m)	1,25	2,5	3,75	5	6,25


- a) Representa la función *longitud del poste*  $\rightarrow$  *longitud de la sombra*.  
 b) Escribe su ecuación y di cuál es la pendiente.  
 c) ¿Qué longitud tendrá la sombra de un poste de 3,5 m?  
 d) ¿Qué longitud tiene un poste que arroja una sombra de 3 m?

10.  Una milla equivale, aproximadamente, a 1,6 km.

- a) Haz una tabla para convertir millas en kilómetros.  
 b) Dibuja la gráfica y escribe su ecuación.

11.  Sabiendo que 100 libras equivalen a 45 kg:

- a) Escribe la ecuación que determina el número de kilos,  $y$ , que equivalen a  $x$  libras.  
 b) Dibuja la gráfica de la función.

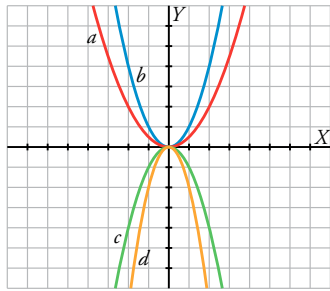
12.  Una receta para hacer helados recomienda poner 10 g de vainilla por cada 200 cm<sup>3</sup> de leche. Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla, y representa la función.

# Ejercicios y problemas

## Funciones cuadráticas. Parábolas

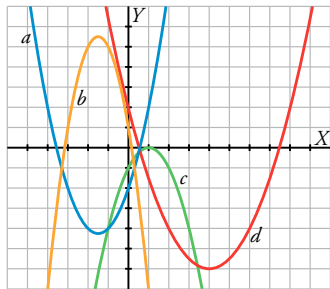
13. Asocia cada función cuadrática con su correspondiente gráfica:

- i)  $y = x^2$
- ii)  $y = -x^2$
- iii)  $y = -2x^2$
- iv)  $y = \frac{1}{2}x^2$



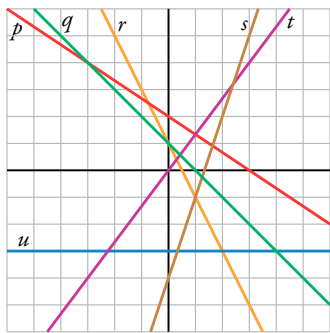
14. Asocia cada ecuación con su correspondiente parábola:

- i)  $y = x^2 + 3x - 2$
- ii)  $y = -x^2 + 2x - 1$
- iii)  $y = -2x^2 - 6x + 1$
- iv)  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2$



## Autoevaluación

1. Asocia cada una de estas funciones lineales con su ecuación y escribe su pendiente:



- a)  $y = 3x - 4$
- b)  $y = -2x + 1$
- c)  $y = (4/3)x$
- d)  $y = -2/3x + 2$
- e)  $y = -3$
- f)  $y = -x + 1$

2. Representa estas funciones lineales y escribe la ecuación de las tres últimas:

- a)  $y = 3x + 4$
- b)  $3x + 2y = 5$
- c) Recta de pendiente  $1/4$  que pasa por  $(3, 0)$ .
- d) Recta que pasa por los puntos  $(4, 1)$  y  $(-2, 4)$ .
- e) Función de proporcionalidad que pasa por  $(4, -3)$ .

15. Representa las siguientes funciones haciendo, en cada caso, una tabla de valores como esta, y di cuál es el vértice de cada parábola:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- a)  $y = x^2 + 3$
- b)  $y = x^2 - 4$
- c)  $y = 2x^2$
- d)  $y = 0,5x^2$

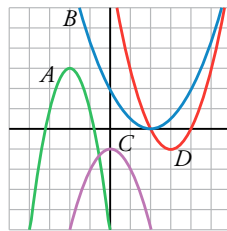
16. Di cuál es el punto (abscisa y ordenada) donde se encuentra el vértice de las siguientes parábolas, señalando, en cada caso, si se trata de un máximo o un mínimo:

- a)  $y = x^2 - 5$
- b)  $y = 3 - x^2$
- c)  $y = -2x^2 - 4x + 3$
- d)  $y = 5x^2 + 20x + 20$
- e)  $y = -\frac{5}{2}x^2 + 5x - \frac{3}{2}$

17. Representa las siguientes parábolas, hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes:

- a)  $y = (x + 4)^2$
- b)  $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x$
- c)  $y = -3x^2 + 6x - 3$
- d)  $y = -x^2 + 5$

3. Asocia cada ecuación con su parábola:



- $y = -x^2 - 1$
- $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$
- $y = -2x^2 - 8x - 5$
- $y = x^2 - 6x + 8$

4. Representa:

- a)  $y = x^2 - 4x + 1$
- b)  $y = -x^2 + 6x - 7$
- c)  $y = -2x^2 + 3$
- d)  $y = (1/3)x^2 + 2x + 1$

5. La temperatura de hoy es de  $20^\circ\text{C}$ , y vamos a hacer una excursión en globo. La temperatura del aire desciende unos  $6^\circ\text{C}$  por cada kilómetro de ascensión.

- a) ¿Qué temperatura habrá si ascendemos 3 km? ¿Cuánto habremos ascendido si estamos a  $11^\circ\text{C}$ ?
- b) Representa la función *altura*  $\rightarrow$  *temperatura* y escribe su expresión analítica.