3 Problemas aritméticos

Primeras noticias

El razonamiento matemático relacionado con la proporcionalidad aparece desde los albores de la civilización en la resolución de problemas prácticos: intercambios, compras, repartos, cosechas, etc.

Encontramos problemas de estos tipos en textos egipcios, chinos, hindúes…, todos anteriores a nuestra era.

Pirámides de Guiza (Egipto).

Con los griegos

El griego **Tales de Mileto** consiguió calcular la altura de la pirámide de Keops relacionando la altura de su cuerpo y la longitud de su sombra con la altura de la pirámide y la sombra de esta, a la misma hora del día.

Los griegos, en la línea de la búsqueda del saber por el saber, desde **Pitágoras** a **Euclides** trabajaron, además, en la construcción de una base teórica para la proporcionalidad, independiente de los problemas prácticos. Así, en *Los elementos* de Euclides empiezan a formarse ya conceptos abstractos como el de razón y el de proporción.

Con los árabes y en la Edad Media

Alfonso X el Sabio en la Escuela de Traductores de Toledo.

En los siglos VIII y IX, en los tratados de los matemáticos árabes, quienes importaron el saber de Oriente, aparecen ya procedimientos como la regla de tres.

Durante la Edad Media, época de menor interés matemático, no se dan grandes avances, y los escasos tratados se basan en traducciones más o menos afortunadas de *Los elementos* de Euclides.

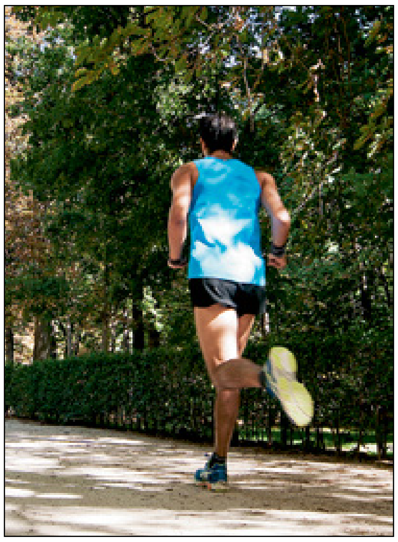
En el Renacimiento

Más tarde, en Europa, a partir de los siglos XIV y XV, con el desarrollo del comercio en el Renacimiento, se amplían las demandas en el terreno del cálculo y la contabilidad. Estas necesidades impulsan el desarrollo de la aritmética comercial: porcentajes, descuentos, deudas, intereses, plazos…

"El cambista y su mujer" de Marinus van Reymerswaele.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

1 Aproximaciones y errores



En la web
Ejemplos de aproximaciones de números decimales.

Por qué se utilizan números aproximados

Usamos números aproximados con mucha más frecuencia de la que somos conscientes. Lo hacemos por uno de estos motivos:

— Desconocemos la cantidad exacta.

— Aunque conocemos la cantidad exacta, no consideramos necesario o conveniente darla con toda precisión.

Por ejemplo:

- ¿Qué distancia he recorrido hoy en mi entrenamiento? No conozco la cantidad exacta pero podría decir: "más de 12 km", o bien "entre 12 y 13 km", o bien "12 400 m". En este último caso, aunque no lo digamos, se entiende que pueden ser 100 m más o menos.
- Si alguien gana 30 458,24 € al año, probablemente cuando comente su sueldo dirá, simplemente, que es de 30 000 euros.

Cifras significativas

La altura a la que vuela un avión se puede expresar de diversas formas (nos fijamos en el número de cifras que usamos en cada caso):

9 km → solo una cifra

9,2 km → dos cifras

9 200 m → cuatro cifras (¿o, tal vez, solo dos?)

9 246 m → cuatro cifras

Está claro que cuantas más cifras se utilizan con más precisión se está dando la medida. Pero, a veces, no es conveniente dar demasiadas: ¿es razonable que la altura de un avión se dé afinando hasta los metros?

Fijémonos ahora en la medición 9 200 m. ¿Han querido ser exactos hasta los "metros" o solo hasta los "cientos de metros"? Muy probablemente sea esto último y, en este caso, los dos ceros finales no son *cifras significativas*.

Se llaman **cifras significativas** a aquellas con las que se expresa un número aproximado. Solo deben utilizarse aquellas cuya exactitud nos conste.

Los ceros del final de un número no son cifras significativas si solo se han utilizado para poder expresar la cantidad en la unidad deseada (9 200 m en lugar de 92 cientos de metros).

Si el número está dado en notación científica, las cifras significativas son las que aparecen en el número decimal que multiplica a la potencia de base 10. Por ejemplo, $3{,}4 \cdot 10^5$ y $3{,}40 \cdot 10^5$ no son el mismo número aproximado: en el primero (con dos cifras significativas) estamos diciendo que solo controlamos hasta el 4, mientras que en el segundo (con tres cifras significativas) aseguramos que la cifra posterior al 4 es un 0.

Número de cifras significativas

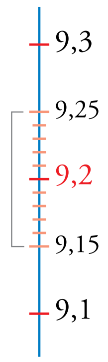
Las estimaciones que hacemos en la vida corriente, sin ánimo de que sean muy precisas, tienen una o, a lo sumo, dos cifras significativas:

"ESTAS CASAS CUESTAN CUATROCIENTOS VEINTE MIL EUROS"

Una cantidad dada con tres cifras afina mucho. Solo en la ciencia se necesitan precisiones de cuatro o más cifras.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Control del error cometido



Es claro que cuando damos una medida aproximada estamos cometiendo un error, que consiste en la diferencia, en valor absoluto, entre el valor exacto (o real) y el valor aproximado. Se llama *error absoluto*.

$$\textbf{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}|$$

En general, el error absoluto es desconocido (porque no conocemos el valor real), pero puede controlarse. Por ejemplo, al dar la altura del avión, 9,2 km, podemos saber que el error cometido es menor que 0,05 km = 50 m, ya que si se da 9,2 es porque está más cerca de esta medida que de 9,1 y que de 9,3.

No es lo mismo cometer un error de 50 m al medir la altura de un avión, que al medir la altura de un edificio o la altura de un satélite. Por eso se define el *error relativo* como el cociente entre el error absoluto y la medida exacta.

$$\textbf{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}}$$

Al igual que el error absoluto, el error relativo también es, casi siempre, desconocido. Para controlarlo, habría que dar una cota del mismo. No obstante, en este curso no lo haremos, nos conformaremos con saber que *cuantas más cifras significativas se utilicen para dar la medida aproximada, menor es el error relativo cometido*.

Problemas resueltos

1. ***La altura de un edificio es de 92 m; la de un avión, 9,2 km, y la de un satélite artificial, 920 km. ¿Qué podemos decir del error absoluto y del error relativo de estas mediciones?***	El error absoluto tiene que ver con las cifras que no aparecen, es decir, las posteriores a la última cifra utilizada. Altura del edificio: 92 m — Error absoluto < 0,5 m Altura del avión 9,2 km — Error absoluto < 0,05 km = 50 m Altura del satélite: 920 km — Error absoluto < 5 km = 5 000 m Una cota del error absoluto es 5 unidades de la primera cifra no utilizada. El error relativo es el mismo en los tres casos, ya que en todos ellos se usan las mismas cifras significativas. (Hemos supuesto que, en el último caso, el 0 no es cifra significativa. Deberíamos haber dicho 92 decenas de kilómetros).
2. ***Comparar el error relativo cometido en estas mediciones:*** ***a) 87 m b) 5 km*** ***c) 453 km d) $4{,}53 \cdot 10^{11}$ km***	El mayor error relativo se da en la medición de 5 km, pues solo tiene una cifra significativa. El menor error relativo se da con la medición de 453 km, porque en ella se utilizan tres cifras significativas. El error relativo de la medición d) es el mismo que el de la c).

Piensa y practica

1. ¿Qué podemos decir del error absoluto y del error relativo de estas mediciones?

a) Volumen de una bañera, 326 litros.

b) Volumen de una piscina, 326 m^3.

c) Volumen de un pantano, 326 hm^3.

d) Volumen de un asteroide, $3{,}26 \cdot 10^6$ km^3.

2. Compara el error relativo cometido al hacer las siguientes pesadas:

a) Una ballena, 37 toneladas.

b) Un pavo, 3 kg.

c) Don Anselmo, 87,3 kg.

d) La Tierra, $5{,}972 \cdot 10^{21}$ toneladas.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

2 La proporcionalidad en los problemas aritméticos

En la web
Razón de dos números.

En esta unidad vamos a resolver problemas con las herramientas de la aritmética. Una buena parte de los problemas que nos encontraremos relacionan magnitudes proporcionales. Vamos a empezar recordando las técnicas para resolver problemas de proporcionalidad simple.

Proporcionalidad simple

Proporcionalidad directa

REGLA DE TRES

$$\left.\begin{array}{l}\square \longrightarrow \bigcirc \\ \blacksquare \longrightarrow x\end{array}\right\} x = \frac{\blacksquare \cdot \bigcirc}{\square}$$

Ejemplo 1

Para transportar 120 000 l de agua, se necesitan 8 camiones cisterna. ¿Cuántos camiones se necesitarán para transportar 315 000 l?

A más volumen de agua, más camiones. Es evidente que se trata de una *proporcionalidad directa*. Resolvemos el problema de dos formas:

- **Regla de tres**

$$\left.\begin{array}{l}120\,000\ l \rightarrow 8 \text{ camiones} \\ 315\,000\ l \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{315\,000 \cdot 8}{120\,000} = 21 \text{ camiones}$$

- **Reducción a la unidad**

120 000 : 8 = 15 000 *l* caben en cada camión.

315 000 : 15 000 = 21 camiones se necesitan.

Proporcionalidad inversa

REGLA DE TRES

$$\left.\begin{array}{l}\square \longrightarrow \bigcirc \\ \blacksquare \longrightarrow x\end{array}\right\} x = \frac{\square \cdot \bigcirc}{\blacksquare}$$

Ejemplo 2

Seis pintores tardan 8 días en pintar una casa. ¿Cuánto tardarían 4 pintores en realizar la misma tarea?

A menos pintores, más tiempo. Se trata de una *proporcionalidad inversa*.

- **Regla de tres**

$$\left.\begin{array}{l}6 \text{ pintores} \rightarrow 8 \text{ días} \\ 4 \text{ pintores} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 8}{4} = 12 \text{ días}$$

- **Reducción a la unidad**

¿Cuánto tarda 1 pintor? 6 · 8 = 48 días

¿Cuánto tardan 4 pintores? 48 : 4 = 12 días

En la web
- Concepto de proporcionalidad directa.
- Concepto de proporcionalidad inversa.

Problema resuelto

Hace 3 días y 13 horas un pantano solo estaba a un 34,5 % de su capacidad. Ahora alcanza el 41,2 %. De seguir a este ritmo de llenado, ¿cuándo alcanzará el 90 % de su capacidad?

Tiempo transcurrido: 3 días 13 horas = 85 horas

En ese tiempo se ha llenado: 41,2 % – 34,5 % = 6,7 %

Queremos que aumente: 90 % – 41,2 % = 48,8 %

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si en 85 h se ha llenado el } 6{,}7\,\%, \\ \text{en } \ x \text{ h se llenará el } 48{,}8\,\%\end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{85 \cdot 48{,}8}{6{,}7} = 619{,}10 \text{ h}$$

619,10 h = 25 días, 19 horas y 6 minutos

Solución: Alcanzará el 90 % de su capacidad dentro de unos 26 días.

En la web Resuelve problemas de proporcionalidad simple.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

3 Cálculos con porcentajes

Cálculo mental

Expresa en forma decimal los siguientes porcentajes:

a) 10 %   b) 7 %
c) 1 %   d) 160 %
e) 127 %   f) 5 %

Cálculo de un tanto por ciento de una cantidad

El 16 % de 5 000 es $\frac{16}{100} \cdot 5\,000 = 0{,}16 \cdot 5\,000 = 800$.

El tanto por ciento (16 %) lo hemos puesto en forma decimal (0,16).

Para hallar un tanto por ciento de una cantidad, se expresa el tanto por ciento de forma decimal y se multiplica por él.

Cálculo mental

¿Qué tanto por ciento representa cada cantidad respecto a su total?

a) 15 respecto a 30.
b) 5 respecto a 20.
c) 2 respecto a 10.
d) 30 respecto a 3 000.
e) 3 respecto a 4.

Obtención del tanto por ciento correspondiente a una proporción

En una población de 5 000 personas, 800 han leído El Quijote. ¿Qué porcentaje del total representan?

Hemos de calcular cuántas, de cada 100 personas, han leído *El Quijote*:

$\frac{800}{5\,000} \cdot 100 = 16$. Han leído *El Quijote* el 16 % del total.

Para hallar qué tanto por ciento representa una cantidad, a, respecto a un total, C, se efectúa $\frac{a}{C} \cdot 100$.

Problemas resueltos

1. ***Calcular el 35 % de 3 780 € y el 160 % de 36 200 personas.***

- 35% ~ 0,35 (35 centésimas)

  Por tanto, 35% de 3 780 € es $3\,780 \cdot 0{,}35 = 1\,323$ €.
- 160 % ~ 1,60 (160 centésimas)

  Por tanto, 160 % de 36 200 personas es $36\,200 \cdot 1{,}60 = 57\,920$ personas.

2. ***¿Qué tanto por ciento representa 3 634 m^2 respecto a 15 800 m^2?***

$\frac{3\,634}{15\,800} \cdot 100 = 23$. Por tanto, 3 634 m^2 son el 23 % de 15 800 m^2.

En la web

Acividades para reforzar el cálculo de porcentajes resolviendo problemas.

Piensa y practica

1. Calcula.

a) El 24 % de 300.   b) El 112 % de 560.
c) El 3 % de 83 200.   d) El 30 % de 83 200.
e) El 230 % de 5 200.   f) El 300 % de 40.

2. Calcula el tanto por ciento que representa.

a) 45 respecto a 225.   b) 6 160 respecto a 56 000.
c) 4 230 respecto a 9 000.   d) 1 922 respecto a 1 240.
e) 6 000 respecto a 4 000.   f) 975 respecto a 32 500.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Cálculo de aumentos porcentuales

Un reloj de 50 € aumenta su precio un 16 %. ¿Cuánto vale ahora?

Con lo que sabemos hasta este momento, podríamos resolverlo así:

Aumento: $50 \cdot 0{,}16 = 8$ €

Precio final: $50 + 8 = 58$ €

Pero observemos que si sube un 16 %, el precio actual es el 116 % del anterior. Por eso, para obtenerlo, se puede multiplicar directamente 50 por 1,16:

$50 \cdot 1{,}16 = 58$ €

1,16 es 1 + 0,16 (la cantidad más 16 centésimas)

El número por el que hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la cantidad final se llama **índice de variación.**

En **aumentos porcentuales,** el índice de variación es 1 más el aumento porcentual expresado en forma decimal.

Para **calcular el valor final,** halla el índice de variación y multiplícalo por la cantidad inicial:

VALOR FINAL = VALOR INICIAL · ÍNDICE DE VARIACIÓN

AUMENTO DE UN 16 %

$$\underbrace{1}_{\text{LA CANTIDAD, 1}},\underbrace{16}_{\text{MÁS 16 CENTÉSIMAS}}$$

Cálculo mental

¿Qué índice de variación corresponde a estos aumentos porcentuales?

a) 25 % b) 5 % c) 40 %
d) 80 % e) 110 % f) 200 %

Cálculo de disminuciones porcentuales

Una nevera valía 620 €. Se rebaja un 40 %. ¿Cuánto vale ahora?

Si quitamos un 40 % al precio inicial, queda el 60 %. Su precio final es:

$620 \cdot 0{,}60 = 372$ €

0,60 es la unidad menos 40 centésimas: $1 - 0{,}40 = 0{,}60$

En una **disminución porcentual,** el índice de variación es 1 menos la disminución porcentual puesta en forma decimal.

Para **calcular el valor final,** halla el índice de variación y multiplícalo por la cantidad inicial:

VALOR FINAL = VALOR INICIAL · ÍNDICE DE VARIACIÓN

Cálculo mental

¿Qué índice de variación corresponde a estas disminuciones porcentuales?

a) 25 % b) 5 % c) 40 %
d) 15 % e) 88 % f) 1 %

Problema resuelto

El agua recogida en un pantano, 690 hm³, ha disminuido un 23 %. ¿Cuánta agua hay ahora?

$1 - 0{,}23 = 0{,}77 \rightarrow 690 \cdot 0{,}77 = 531{,}3$

Ahora hay 531,3 hm^3 de agua en el pantano.

Piensa y practica

3. Unas acciones que valían a principios de año 13,70 € han subido un 35 %. ¿Cuánto valen ahora?

4. En una comunidad autónoma había 69 580 parados. Han disminuido un 15 %. ¿Cuántos hay ahora?

En la web Actividades para reforzar el cálculo de aumentos y disminuciones porcentuales.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Cálculo de la cantidad inicial conociendo la variación porcentual y la cantidad final

Tras aumentar su precio un 35 %, un ordenador cuesta 783 €. ¿Cuánto valía antes de la subida?

Observa el esquema siguiente:

$$\boxed{\text{PRECIO INICIAL}} \underset{:\,1,35}{\overset{\cdot\,1,35}{\rightleftarrows}} \boxed{\text{PRECIO FINAL}}$$

PRECIO INICIAL · 1,35 = PRECIO FINAL

$\boxed{\text{PRECIO INICIAL = PRECIO FINAL : 1,35}}$

Precio inicial del ordenador = 783 : 1,35 = 580 €

Si conocemos la cantidad final que resulta después de haber aplicado una variación porcentual, la cantidad inicial se obtiene dividiendo la cantidad final por el índice de variación.

CANTIDAD INICIAL = CANTIDAD FINAL : ÍNDICE DE VARIACIÓN

Cálculo mental

Di la cantidad inicial si sabemos que:

a) Aumenta 50 %. C. final = 1 500.
b) Aumenta 50 %. C. final = 3 000.
c) Aumenta 25 %. C. final = 125.
d) Aumenta 25 %. C. final = 250.
e) Disminuye 50 %. C. final = 400.
f) Disminuye 40 %. C. final = 600.

Problemas resueltos

1. ***El precio de un televisor fue de 566,40 €. ¿Cuál era su precio antes de cargarle un 18 % de impuestos?***

El índice de variación es 1 + 0,18 = 1,18.

Por tanto, el precio del televisor antes de cargarle los impuestos era:

566,40 : 1,18 = 480 €

2. ***En unos grandes almacenes, todos los artículos han bajado un 35 %. Hemos comprado un cuadro por 195 €, una bicicleta por 78 € y un libro por 14,30 €. ¿Cuánto valía cada cosa antes de las rebajas?***

En los tres casos, el índice de variación es 1 – 0,35 = 0,65.

Por tanto, los precios de los artículos antes de las rebajas eran:

Cuadro → 195 : 0,65 = 300 €
Bicicleta → 78 : 0,65 = 120 €
Libro → 14,30 : 0,65 = 22 €

Piensa y practica

5. El precio de una batidora, después de cargarle un 18 % de impuestos, es de 70,80 €. ¿Cuál es su precio antes de cargarle esos impuestos?

6. Al estirar una goma elástica, su longitud aumenta un 30 % y, en esa posición, mide 104 cm. ¿Cuánto mide sin estirar?

7. En unas rebajas en las que se hace el 30 % de descuento, Roberto ha comprado una cámara fotográfica por 50,40 €. ¿Cuál era su precio inicial?

8. Un cartero ha repartido el 36 % de las cartas que tenía. Aún le quedan 1 184. ¿Cuántas tenía antes de empezar el reparto?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Encadenamiento de variaciones porcentuales

Una cantidad aumenta un 25 % y, después, el resultado aumenta un 33 %. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento total?

$$\underbrace{C \xrightarrow{+25\,\%} C \cdot 1{,}25 \xrightarrow{+33\,\%} (C \cdot 1{,}25) \cdot 1{,}33 = C(1{,}25 \cdot 1{,}33) = C \cdot 1{,}6625}_{66{,}25\,\%}$$

El índice de variación total es 1,6625, lo que corresponde a un aumento porcentual del 66,25 %.

> Para encadenar aumentos y disminuciones porcentuales, se multiplican los índices de variación de los sucesivos pasos.

Problemas resueltos

1. ***Unas acciones que valían 1 000 € suben el 60 %. Después, vuelven a subir el 25 %. ¿Cuál es el porcentaje total de subida?***

1.ª SUBIDA: $1\,000\text{ €} \xrightarrow{+60\,\%} 1\,000 \cdot 1{,}60 = 1\,600\text{ €}$

2.ª SUBIDA: $1\,600\text{ €} \xrightarrow{+25\,\%} 1\,600 \cdot 1{,}25 = 2\,000\text{ €}$

SUBIDA TOTAL: $1\,000\text{ €} \longrightarrow 2\,000\text{ €}$

Evidentemente, la subida total es del 100 %. ¿Cómo se obtiene directamente? Veámoslo: $1{,}60 \cdot 1{,}25 = 2$. Es decir, la cantidad inicial, 1, más 100 centésimas. Subida del 100 %.

2. ***Una guitarra de 800 € sube el 50 %. Después, baja el 50 %. ¿Queda el precio como estaba?***

SUBIDA: $800\text{ €} \xrightarrow{+50\,\%} 800 \cdot 1{,}50 = 1\,200\text{ €}$ $[1{,}50 = 1 + 0{,}50]$

BAJADA: $1200\text{ €} \xrightarrow{-50\,\%} 1\,200 \cdot 0{,}50 = 600\text{ €}$ $[0{,}50 = 1 - 0{,}50]$

El precio no queda como estaba. En total, baja 200 €.

ÍNDICE DE VARIACIÓN TOTAL = ÍNDICE 1.ª VARIACIÓN · ÍNDICE 2.ª VARIACIÓN

$1{,}50 \cdot 0{,}50 = 0{,}75 = 1 - 0{,}25$. Corresponde a una bajada del 25 %.

3. ***El precio de una lavadora de 520 € sube un 10 %; después, sube otro 25 % y, finalmente, baja un 30 %.***

a) ¿Cuál es su precio final?

b) ¿Cuál es el índice de variación total? ¿A qué porcentaje de aumento o de disminución corresponde?

a) $520 \xrightarrow{+10\,\%} 520 \cdot 1{,}10 = 572 \xrightarrow{+25\,\%} 572 \cdot 1{,}25 = 715 \xrightarrow{-30\,\%}$

$\longrightarrow 715 \cdot 0{,}70 = 500{,}50$

El precio final es $520 \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}70 = 500{,}50$ €.

b) El índice de variación total es $1{,}10 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}70 = 0{,}9625$.

Como 0,9625 es menor que 1, ha habido una disminución. ¿De cuánto?

$1 - 0{,}9625 = 0{,}0375 = \dfrac{3{,}75}{100}$. Ha bajado un 3,75 %.

Piensa y practica

9. Un comerciante aumenta el precio de sus productos un 30 % y, después, pretendiendo dejarlos al precio inicial, los rebaja un 30 %.

a) Un ordenador que inicialmente costaba 1 000 €, ¿cuánto costará en cada paso del proceso?

b) ¿Cuál es la variación porcentual que sufren los artículos respecto al precio inicial?

10. Un capital de 42 000 € se deposita en un banco al 5 % anual. ¿En cuánto se habrá convertido en un año? ¿Y en dos? ¿Y en tres años?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

Practica

Aproximaciones y errores

1. Expresa con dos cifras significativas las cantidades siguientes:

a) Presupuesto de un club: 1 843 120 €.

b) Votos de un partido político: 478 235.

c) Precio de una empresa: 150 578 147 €.

d) Tamaño de un ácaro: 1,083 mm.

2. ¿En cuál de las aproximaciones dadas en cada caso se comete menos error absoluto?

a) $\frac{14}{3} \approx$ 4,6 / 4,7 b) $1{,}546 \approx$ 1,5 / 1,6

c) $\sqrt{6} \approx$ 2,44 / 2,45 d) $\sqrt{10} \approx$ 3,16 / 3,2

3. ¿Qué podemos decir del error absoluto y del error relativo en cada caso?

a) Precio de un coche: 12 400 €.

b) Tiempo de una carrera: 34,6 min.

c) Asistentes a una manifestación: 250 000.

d) Diámetro de una bacteria: 0,0006 mm.

4. ¿Cuál de las siguientes medidas es más precisa (tiene menos error relativo)? Di, en cada una, de qué orden es el error absoluto cometido:

a) Altura de un chica: 1,75 m.

b) Precio de un televisor: 1 175 €.

c) Tiempo de un anuncio: 95 segundos.

d) Oyentes de un programa de radio: 2 millones.

Porcentajes

5. Calcula mentalmente.

a) 20 % de 340 b) 2,5 % de 400

c) 75 % de 4 000 d) 150 % de 200

e) 60 % de 250 f) 12 % de 12

6. ¿Qué porcentaje representa?

a) 78 de 300 b) 420 de 500

c) 25 de 5 000 d) 340 de 200

7. Calcula, en cada caso, la cantidad inicial de lo que conocemos:

a) El 28 % es 98. b) El 15 % es 28,5.

c) El 2 % es 325. d) El 150 % es 57.

8. ¿Por qué número hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la final en cada caso?

a) Aumenta un 12 %. b) Disminuye el 37 %.

c) Aumenta un 150 %. d) Disminuye un 2 %.

e) Aumenta un 10 % y, después, el 30 %.

f) Disminuye un 25 % y aumenta un 42 %.

9. Calcula el índice de variación y la cantidad final:

a) 325 aumenta el 28 %.

b) 87 disminuye el 80 %.

c) 425 aumenta el 120 %.

d) 125 disminuye el 2 %.

e) 45 aumenta el 40 % y el 30 %.

f) 350 disminuye el 20 % y el 12 %.

10. ¿Qué porcentaje de aumento o de disminución corresponde a estos índices de variación?

a) 1,54 b) 0,18 c) 0,05

d) 2,2 e) 1,09 f) 3,5

11. ¿Qué porcentaje es?

a) El 40 % del 40 %. b) El 25 % del 20 %.

c) El 30 % del 120 %. d) El 150 % del 20 %.

12. Calcula, en cada caso, la cantidad que falta:

CANTIDAD INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	CANTIDAD FINAL
850	↑+18 %	
4 500	↓–48 %	
75	↑+110 %	
5 600		4 592
326		603,1
	↑+32 %	165
	↓–0,8 %	4 140

13. Relaciona fracciones con porcentajes.

FRACCIÓN	13/20	77/200	11/60		
PORCENTAJE				$24,\widehat{8}$ %	$13,\widehat{6}$ %

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Resuelve problemas

Proporcionalidad

14. Los vecinos de una lujosa urbanización abonan 390 € mensuales por las 130 farolas que alumbran sus calles.

¿Cuántas farolas han de suprimir si desean reducir la factura mensual a 240 €?

15. Cinco carpinteros necesitan 21 días para entarimar un suelo.

¿Cuántos carpinteros serán necesarios si se desea hacer el trabajo en 15 días?

16. El dueño de una papelería ha abonado una factura de 670 € por un pedido de 25 cajas de folios.

¿A cuánto ascenderá la factura de un segundo pedido de 17 cajas? ¿Cuántas cajas recibirá en un tercer pedido que genera una factura de 938 €?

17. Un campamento de refugiados que alberga a 4 600 personas tiene víveres para 24 semanas.

¿En cuánto se reducirá ese tiempo con la llegada de 200 nuevos refugiados?

18. Un peregrino del Camino de Santiago, que camina seis horas cada jornada, ha invertido 5 días y 2 horas en recorrer una distancia de 128 kilómetros.

¿Qué distancia recorre al día?

19. En España se consumen, aproximadamente, 8,5 millones de toneladas de papel al año.

¿Cuál es el consumo anual per cápita? (Población de España: 46,5 millones). Da la respuesta con un error absoluto menor que 0,5 kg.

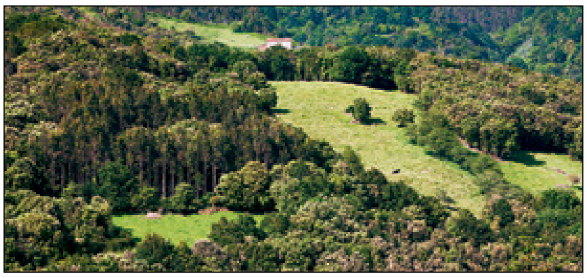
20. Una locomotora, a una velocidad de 85 km/h, tarda 3 horas y 18 minutos en realizar el viaje de ida entre dos ciudades.

¿Cuánto tardará en el viaje de vuelta si aumenta su velocidad a 110 km/h?

Problemas clásicos

21. Dos repartidores de pizzas cobran 340 € por un trabajo realizado conjuntamente. Si el primero trabajó tres jornadas y media y el segundo cinco jornadas, ¿cuánto cobrará cada uno?

22. Se han abonado 15 000 € por la limpieza de un bosque realizada por dos cuadrillas de trabajadores. La primera cuadrilla está formada por 12 operarios y ha trabajado durante 8 días. La segunda cuadrilla tiene 15 personas y ha trabajado 10 días. ¿Cuánto corresponde a cada brigada? ¿Y a cada trabajador? (Da la solución aproximando a las unidades y di de qué orden es el error absoluto cometido).



23. Tres hermanos se reparten una herencia de 2 820 € de forma que por cada cinco euros que reciba el mayor, el mediano recibirá cuatro, y el pequeño, tres. ¿Qué cantidad se lleva cada uno?

24. Añadimos 0,5 *l* de alcohol de 50° a 0,75 *l* de alcohol de 80°. ¿Qué concentración tendrá la mezcla?

25. En una bodega se mezclan 7 *hl* de vino de alta calidad que cuesta a 450 € el hectólitro, con 11 *hl* de vino de calidad inferior a 280 €/*hl*. ¿A cómo sale el litro del vino resultante? (Aproxima hasta las décimas y di el orden del error cometido).

26. Un autobús sale de A a 105 km/h. Media hora después sale de B un coche a 120 km/h. La distancia entre A y B es de 300 km. Calcula la distancia que recorre cada uno hasta que se cruzan.

27. Un camión sale de cierta población a una velocidad de 90 km/h. Cinco minutos más tarde sale en su persecución una moto a 120 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda la moto en alcanzar al camión?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

Porcentajes

28. La masa de un átomo de carbono es el 5 % de la de un átomo de uranio.

Si la masa atómica del uranio es $4 \cdot 10^{-25}$ g, ¿cuál es la del carbono?

29. La información nutricional de una marca de leche dice que en un litro hay 160 mg de calcio, que es el 20 % de la cantidad diaria recomendada. Calcula la cantidad diaria de calcio que debe tomar una persona.

30. El 67 % del aceite que vende un supermercado es de oliva; el 21 %, de girasol, y el resto, de soja.

Si se han vendido 132 litros de soja, ¿qué cantidad se ha vendido de las otras dos clases?

31. El litro de gasolina ha subido un 2,5 % al inicio del periodo estival, llegando a 1,56 € el litro.

¿Cuál era el precio de la gasolina antes de la subida?

32. Una empresa facturó el año pasado 2,8 millones de euros, y este año, 3,5 millones.

¿En qué tanto por ciento ha aumentado la facturación?

33. Un edificio, presupuestado inicialmente en un millón y medio de euros, costó finalmente dos millones cien mil euros. ¿En qué tanto por ciento el coste real superó al presupuestado?

34. Pagué 187,20 € por un billete de avión de 240 €. ¿Qué porcentaje de descuento me hicieron?

35. El kilo de tomates subió un 20 % y después bajó un 25 %. Si costaba 1,80 €, ¿cuál es el precio actual?

Autoevaluación

1. Indica el índice de variación y la cantidad final en cada caso:

a) 300 disminuye un 12 % y después un 35 %.

b) 1 520 disminuye un 90 % y después aumenta un 150 %.

2. Indica el porcentaje de aumento o de disminución que corresponde a cada uno de los siguientes índices de variación:

a) 1,07 b) 0,78 c) 2,2

3. Por un libro que costaba 12,50 €, solo he tenido que pagar 9,50 €.

Calcula el tanto por ciento de rebaja que se ha aplicado al libro.

4. El precio de los tomates ha subido un 3,5 % y su precio es ahora 2,50 € el kilo.

a) ¿Cuál era el precio antes de la subida?

b) Si expresas el resultado del apartado anterior con dos cifras significativas, ¿qué puedes decir del error absoluto cometido?

5. Mezclamos 20 kg de harina de 1,25 €/kg con 35 kg de otra harina de 0,75 €/kg.

¿Cuál será el precio final de la mezcla?

6. Queremos repartir 756 € entre tres amigos de 12, 13 y 15 años de forma proporcional a la edad de cada uno.

¿Qué cantidades recibirán?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....