1 Fracciones y decimales

Uso de fracciones sexagesimales

En la antigua Mesopotamia escribían los números en el sistema sexagesimal. Y para expresar partes de la unidad usaron fracciones sexagesimales: con denominador igual a una potencia de base 60.

Así, para expresar $\frac{2}{5}$ ponían $\frac{24}{60}$, y para $\frac{1}{80}$, $\frac{45}{3\,600}$.

A pesar de que el sistema de numeración decimal se usaba en Occidente desde el siglo VIII en los números enteros, para expresar las partes de la unidad se recurría a las fracciones sexagesimales. Por ejemplo, para escribir 1,4125 ponían 1;24,45, que significaba $1 + \frac{24}{60} + \frac{45}{60^2}$.

Tablilla de contabilidad mesopotámica datada hacia el 2630 a. C.

Uso de fracciones unitarias

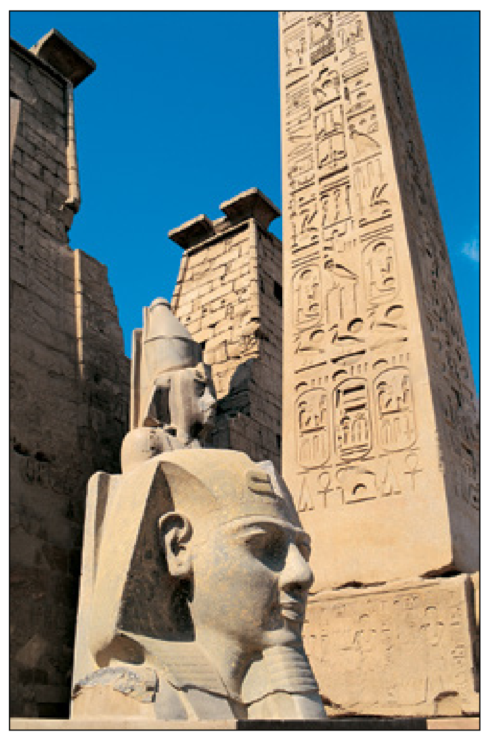
Los egipcios (siglo XVII a. C.) utilizaban las fracciones unitarias; es decir, las que tienen por numerador la unidad. Por ejemplo, para expresar $\frac{2}{5}$ ponían $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

Y aún en el siglo XIII, **Fibonacci** (Pisa, Italia), aunque conocía y manejaba las fracciones ordinarias, seguía usando las unitarias.

Uso de los decimales

No fue hasta finales del siglo XVI cuando se popularizó el uso de los decimales para expresar partes de la unidad. El francés **Vieta** y el flamenco **Stevin** fueron los principales impulsores del cambio.

Reproducción de la Puerta de Ishtar, una de las entradas a la antigua ciudad de Babilonia (Irak).



En el Obelisco de Lúxor (Tebas, Egipto) aparecen representados números egipcios.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

1 Números racionales

Números enteros

Los **números naturales** son, como sabes, 0, 1, 2, 3, …, 10, 11, … Hay infinitos. Al conjunto de todos ellos se le designa por $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, 10, 11, \ldots\}$$

Los números naturales sirven para contar los elementos de un conjunto. También sirven para ordenarlos: 1.º, 2.º, 3.º, …

Los **números enteros** son los naturales y sus opuestos (los enteros negativos). El conjunto de los números enteros se designa por $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

En la web

- Actividades para repasar las operaciones con números enteros.
- Actividades para reforzar las operaciones con números enteros.

Fracciones y números fraccionarios

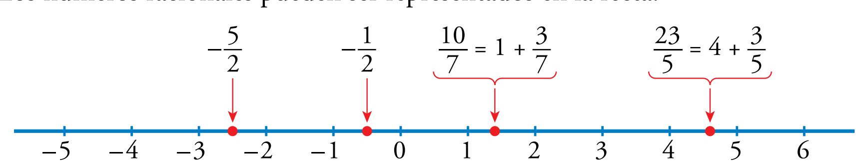
Los números enteros sirven para contar elementos, pero no son buenos para expresar medidas. Para medir, suele ser necesario fraccionar la unidad: la mitad, cuatro terceras partes, siete milésimas… Estas medidas se expresan mediante fracciones: 1/2, 4/3, 7/1 000.

Una fracción es el cociente indicado de dos números enteros. Dicho cociente puede ser entero $\left(\frac{6}{2} = 3, \frac{-12}{3} = -4\right)$, o fraccionario $\left(\frac{17}{2} = 8 + \frac{1}{2}, \frac{-13}{5} = -2 - \frac{3}{5}\right)$.

Si el numerador es múltiplo del denominador, la fracción representa un número entero, y si no lo es, representa un número fraccionario.

A la unión de todos los números enteros y de todos los números fraccionarios se le llama conjunto de **números racionales** y se designa por $\mathbb{Q}$. Los números racionales son los que se pueden poner en forma de fracción.

Los números racionales pueden ser representados en la recta.



Los números racionales (enteros y fraccionarios) se aglomeran en la recta de tal manera que, entre cada dos de ellos, hay otros infinitos números racionales.

Medir con números fraccionarios

Medir es relacionar dos magnitudes del mismo tipo.

Cuando decimos que el volumen de la Luna es 1/50 del volumen de la Tierra, estamos tomando como unidad el volumen de la Tierra. Y si decimos que la gravedad es 1/6 g, tomamos como unidad 1 g, que es la gravedad en la superficie de la Tierra.

Por qué esos nombres…

¿Por qué $\mathbb{Z}$ para designar el conjunto de los números enteros?

En alemán, número se escribe *zahl*.

¿Por qué $\mathbb{Q}$ para designar el conjunto de los números racionales?

En inglés, *quotient* significa "cociente": los racionales son el cociente de dos enteros.

Piensa y practica

1. ¿Verdadero o falso?

a) El número 3 es natural, entero y racional.

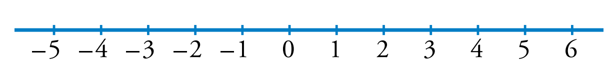
b) El número –12 es entero, pero no natural. Sí es racional.

c) El número $\frac{7}{5}$ es racional, pero no entero.

d) $\frac{18}{-3}$ es racional, pero no entero.

2. Dibuja en tu cuaderno una recta como la que aquí te presentamos y sitúa sobre ella, de forma aproximada, los siguientes números:

$$\frac{17}{3}, -\frac{11}{4}, \frac{20}{5}, \frac{2}{3}, \frac{16}{7}, -\frac{21}{5}, -\frac{7}{2}$$



Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Cálculo mental

Simplifica:

$\frac{2}{4}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{10}{15}$ $\frac{-20}{30}$ $\frac{30}{40}$ $\frac{-30}{-45}$ $\frac{40}{-60}$

Simplificación de fracciones

Si el numerador y el denominador de una fracción se pueden dividir por un mismo número (distinto de 1 y de –1), al hacerlo diremos que hemos **simplificado** o **reducido** la fracción.

Por ejemplo: $\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$; $\frac{8}{-12} = \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3}$; $\frac{3000}{4500} = \frac{2}{3}$

Cuando una fracción no se puede reducir más y su denominador es positivo, diremos que es **irreducible.**

En la web

Actividades para repasar la simplificación de fracciones.

Fracciones equivalentes

Cada número racional puede expresarse mediante muchas (infinitas) fracciones: 3/5 = 6/10 = 9/15 = … De ahí la necesidad de establecer un criterio que permita reconocer cuándo dos fracciones representan al mismo número racional.

> Se dice que dos **fracciones** son **equivalentes** cuando, al simplificarse, dan lugar a la misma fracción irreducible, que tomamos como expresión habitual del correspondiente número racional.

$\frac{18}{30}$ y $\frac{21}{35}$ son equivalentes, pues $\frac{18}{30} = \frac{18:6}{30:6} = \frac{3}{5}$ y $\frac{21}{35} = \frac{21:7}{35:7} = \frac{3}{5}$.

Cálculo mental

Es evidente que $\frac{2}{3} < \frac{7}{4}$ porque:

$\frac{2}{3} < 1$ $\qquad$ $\frac{7}{4} > 1$

Compara:

a) $\frac{7}{9}$ y $\frac{11}{2}$ $\qquad$ b) $\frac{2}{3}$ y $-\frac{4}{5}$

c) $\frac{17}{4}$ y $\frac{20}{7}$ $\qquad$ d) $\frac{23}{5}$ y 3

e) 2 y $\frac{8}{11}$ $\qquad$ f) 2 y $\frac{6}{3}$

Comparación de fracciones

Dos fracciones con el mismo denominador son muy fáciles de comparar observando sus numeradores. Para comparar dos fracciones con distinto denominador, las "reducimos a común denominador", es decir, buscamos dos fraccciones respectivamente equivalentes a ellas y que tengan el mismo denominador.

Ejercicio resuelto

Comparar $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$ y $\frac{9}{16}$.

Tomaremos como denominador común el mín.c.m. (12, 8, 16) = 48.

$$\left.\begin{array}{lll} 48 : 12 = 4 & \rightarrow & \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{28}{48} \\ 48 : 8 = 6 & \rightarrow & \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 6}{8 \cdot 6} = \frac{30}{48} \\ 48 : 16 = 3 & \rightarrow & \frac{9}{16} = \frac{9 \cdot 3}{16 \cdot 3} = \frac{27}{48} \end{array}\right\}$$

Evidentemente:

$$\frac{27}{48} < \frac{28}{48} < \frac{30}{48}$$

Por tanto:

$$\frac{9}{16} < \frac{7}{12} < \frac{5}{8}$$

Piensa y practica

3. ¿Verdadero o falso?

a) $\frac{2}{5} > -\frac{7}{4}$ porque el primero es positivo y el segundo, negativo.

b) $\frac{7}{3} > \frac{2}{5}$ porque el primero es mayor que 1 y el segundo, menor que 1.

c) $-\frac{8}{3} > -\frac{7}{4}$ porque el primero es mayor que –2 y el segundo, menor que –2.

4. Compara mentalmente cada pareja de números:

a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{3}$ $\qquad$ b) $\frac{6}{8}$ y $\frac{7}{8}$

c) $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$ $\qquad$ d) 3 y $\frac{11}{2}$

5. Ordena de menor a mayor estas fracciones:

$\frac{7}{12}$ $\quad$ $\frac{4}{6}$ $\quad$ $\frac{5}{9}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{13}{18}$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

2 Operaciones con fracciones

Cálculo mental

a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}-\frac{4}{3}$ b) $1-\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ d) $\frac{7}{5}-1$

e) $\frac{17}{5}-3$ f) $\frac{17}{3}-5$

En la web

- Actividades para repasar la suma y la resta de fracciones.
- Actividades para reforzar la suma y la resta de fracciones.

Cálculo mental

a) $3\cdot\frac{7}{9}$ b) $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{8}$

c) $\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{13}$ d) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}$

Cálculo mental

a) $\frac{6}{5}:\frac{3}{5}$ b) $\frac{6}{5}:6$

c) $\frac{6}{5}:\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$

Suma y resta de fracciones

Para **sumar (o restar) fracciones con el mismo denominador,** se suman (o se restan) sus numeradores y se mantiene el denominador.

Para **sumar (o restar) fracciones con distinto denominador,** se empieza por transformarlas en otras equivalentes con el mismo denominador.

Por ejemplo: $\frac{7}{10}-\frac{5}{12}+2=\frac{42}{60}-\frac{25}{60}+\frac{120}{60}=\frac{42-25+120}{60}=\frac{137}{60}$

Producto de fracciones

El **producto de dos fracciones** es otra fracción cuyo numerador es el producto de sus numeradores y cuyo denominador es el producto de sus denominadores:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Por ejemplo: $\frac{8}{3}\cdot\frac{7}{10}=\frac{8\cdot 7}{3\cdot 10}=\frac{56}{30}=\frac{28}{15}$

Cociente de fracciones

La **inversa de una fracción** $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$ porque $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=\frac{a\cdot b}{b\cdot a}=1$.

Por ejemplo, la inversa de $\frac{5}{7}$ es $\frac{7}{5}$, y la inversa de 3 es $\frac{1}{3}$. El 0 no tiene inversa.

El **cociente de dos fracciones** es el producto de la primera por la inversa de la segunda:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Por ejemplo: $\frac{9}{4}:\frac{5}{7}=\frac{9}{4}\cdot\frac{7}{5}=\frac{63}{20}$; $\frac{6}{11}:3=\frac{6}{11}\cdot\frac{1}{3}=\frac{6}{33}=\frac{2}{11}$

Piensa y practica

En la web Actividades para reforzar las operaciones combinadas con fracciones.

Efectúa las siguientes operaciones y simplifica los resultados:

1. a) $\frac{7}{9}+\frac{11}{12}$ b) $6-\frac{11}{4}$ c) $3\cdot\frac{4}{5}$

d) $6:\frac{4}{5}$ e) $\frac{4}{5}:6$ f) $\frac{4}{5}:\frac{1}{6}$

2. a) $\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{6}-\frac{7}{8}\right):\frac{25}{12}$ b) $\left(\frac{13}{15}-\frac{7}{25}\right)\cdot\left(\frac{9}{22}+\frac{-13}{33}\right)$

3. a) $\dfrac{\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-1\right)}{\frac{3}{4}+1}$ b) $\dfrac{(-3)\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}\right)}{(-2)\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{6}{5}\right)}$

4. a) $\dfrac{3-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{15}\right)}{6+\frac{4}{25}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)}$ b) $\dfrac{\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{9}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)}{\left(\frac{7}{12}-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{4}{3}+1}$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

En la web

Actividades para repasar el concepto de fracción como operador.

Cálculo mental

Halla la parte del total que corresponde a cada fracción:

a) $\frac{1}{2}$ de 520 000 €.

b) $\frac{3}{5}$ de 1 000 000 de personas.

c) $\frac{7}{10}$ de 500 edificios.

Cálculo mental

Di en cada caso la cantidad total:

a) 350 es $\frac{1}{2}$ del total.

b) 400 es $\frac{2}{3}$ del total.

c) 350 es $\frac{7}{10}$ del total.

Cálculo mental

Di en cada caso qué fracción falta para completar la unidad:

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ y $\frac{?}{?}$ b) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}$ y $\frac{?}{?}$

c) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ y $\frac{?}{?}$ d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ y $\frac{?}{?}$

La fracción como operador (fracción de una cantidad)

Para hallar los $\frac{3}{5}$ de una cantidad, por ejemplo de 1 200 €, se la divide por 5 (obteniéndose, así, una quinta parte) y el resultado se multiplica por 3. Es decir, se multiplica la cantidad por $\frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{5} \cdot 1\,200$ € = 720 €

Para hallar una fracción $\frac{a}{b}$ de una cantidad C, se multiplica $\frac{a}{b} \cdot C$.

Ejemplos

- *Un cartero ha de repartir los 3/28 del total de 4 004 cartas. ¿Cuántas cartas le corresponden?*

$$\frac{3}{28} \cdot 4\,004 = 3 \cdot \frac{4\,004}{28} = 3{,}143 = 429 \text{ cartas le corresponden.}$$

- *Berta es dueña de 7/20 de una empresa. Este año le han correspondido 37 800 € en el reparto de beneficios. ¿Cuál ha sido la ganancia total de la compañía?*

Si por $\frac{7}{20}$ le corresponden 37 800 €, a $\frac{1}{20}$ le corresponden $\frac{37\,800}{7} = 5\,400$ €.

Por tanto, al total $\left(\frac{20}{20}\right)$ le corresponden $20 \cdot 5\,400 = 108\,000$ €.

A este resultado se podría haber llegado multiplicando la parte que le corresponde a Berta (37 800 €) por la inversa de su fracción de la empresa, $\frac{20}{7}$.

$$37\,800 \cdot \frac{20}{7} = \frac{37\,800}{7} \cdot 20 = 5\,400 \cdot 20 = 108\,000 \text{ €}$$

Las distintas partes (fracciones) de un todo suman 1.

Para hallar la parte $\frac{a}{b}$ de otra $\frac{c}{d}$ de una cantidad C, se multiplica $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot C$.

Ejemplo

De una herencia de 104 000 €, Alberto posee 3/8; Berta, 5/12, y Claudia, el resto. Claudia emplea 2/5 de su parte en pagar deudas. ¿Cuánto le queda?

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{5}{12} = \frac{24 - 9 - 10}{24} = \frac{5}{24} \text{ es la fracción de Claudia.}$$

Como gasta $\frac{2}{5}$ de lo que le toca, le quedan $\frac{3}{5}$ de su fracción:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{24} \cdot 104\,000 = \frac{1}{8} \cdot 104\,000 = 13\,000 \text{ € le quedan.}$$

Piensa y practica

5. Un ciclista ha recorrido los 5/9 de la etapa de hoy, de 216 km. ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos?

6. He sacado del banco 3 900 €, que son los 3/11 de mis ahorros. ¿A cuánto ascienden mis ahorros?

7. De una balsa con 5 250 litros de agua, corresponden 4/15 a Braulio; 2/5, a Enrique, y el resto, a Ruperto. Ruperto dedica 3/10 de su parte a regar tomates, y el resto, a los frutales. ¿Cuánta agua dedica Ruperto a los frutales?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

3 Números decimales

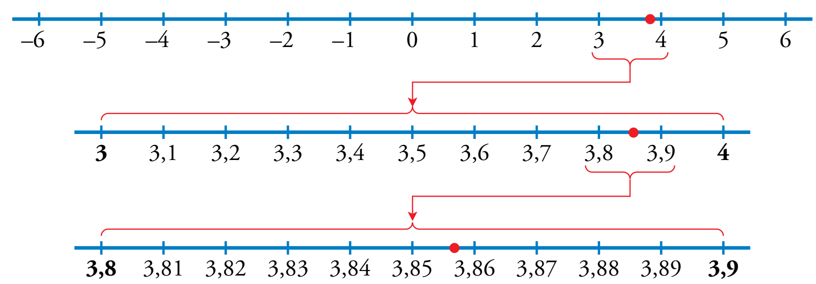
Recuerda

En las calculadoras, en vez de la coma decimal, se pone un punto.

1 427,54 → 1427.54

Los números decimales sirven, entre otras cosas, para designar medidas, pues con ellos se puede expresar cualquier valor intermedio entre dos números enteros.

Los números decimales se representan sobre la recta numérica, de tal modo que con ellos podemos aproximarnos mucho (tanto como queramos) a cualquiera de sus puntos:



Siguiendo este proceso, el punto rojo puede designarse mediante un número decimal con tanta aproximación como queramos (3,857…).

Recuerda

Si en una **calculadora de pantalla descriptiva,** al efectuar una operación con decimales obtienes la solución de forma fraccionaria, puedes pasarlo a decimal dando a la tecla S⇔D.

> La expresión decimal de los números permite valorarlos, compararlos y operar con ellos de forma muy cómoda y eficaz.

Tipos de números decimales

Veamos las distintas clases de números decimales que existen:

- **Decimal exacto** es el que tiene un número limitado de cifras decimales.

  Por ejemplo: 5,4; 0,97; 8; –0,0725

- **Decimal periódico** es el que tiene infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente.

  $7{,}81818181\ldots = 7{,}\widehat{81}$

  PERIODO

  $0{,}735735735\ldots = 0{,}\widehat{735}$

  Estos se llaman **periódicos puros,** porque en ellos el periodo empieza inmediatamente después de la coma.

  $18{,}352222\ldots = 18{,}35\widehat{2}$

  $0{,}0454545\ldots = 0{,}0\widehat{45}$

  Son **periódicos mixtos,** porque antes del periodo tienen otras cifras decimales.

- **Decimales no exactos ni periódicos.** Son números decimales que tienen infinitas cifras que no se repiten periódicamente.

  Por ejemplo: $\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$

  $\pi = 3{,}14159265\ldots$

Recuerda

En un número, el grupo de cifras decimales que se repite una y otra vez se llama **periodo.** Se indica poniendo un arco sobre las cifras correspondientes:

$7{,}\widehat{81}$ $18{,}35\widehat{2}$

Piensa y practica

1. Indica qué tipo de número decimal es cada uno de los siguientes:

$3{,}52$ $2{,}\widehat{8}$ $1{,}\widehat{54}$ $\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$

$2{,}7$ $3{,}5222\ldots$ $\pi - 2 = 1{,}1415926\ldots$

2. Ordena de menor a mayor estos números:

$2{,}\widehat{5}$ $2{,}5$ $2{,}3\widehat{5}$ $2{,}505005\ldots$

3. Escribe tres números comprendidos entre 2,5 y $2{,}\widehat{5}$.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Paso de fracción a decimal

Para obtener la expresión decimal de una fracción, se efectúa la división del numerador entre el denominador. El cociente puede ser:

- **Un número entero,** cuando el numerador es múltiplo del denominador.

  Por ejemplo: $\frac{72}{9} = 8$; $\frac{-240}{15} = -16$

- **Un decimal exacto,** si el denominador de la fraccción simplificada solo tiene los factores primos 2 y 5 (o alguno de ellos).

  Por ejemplo: $\frac{3}{8} = 0{,}375$; $\frac{123}{40} = 3{,}075$; $\frac{42}{25} = 1{,}68$

  Observa por qué esto es así:

  $$\frac{123}{40} = \frac{123}{2^3 \cdot 5} = \frac{123 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{123 \cdot 25}{10^3} = \frac{3075}{1000} = 3{,}075$$

  Si solo están los factores 2 y 5, siempre podremos completar una potencia de base 10 en el denominador.

- **Un decimal periódico,** si el denominador de la fracción simplificada tiene algún factor primo distinto de 2 y 5.

  Por ejemplo: $\frac{11}{3} = 3{,}\widehat{6}$; $\frac{86}{11} = 7{,}\widehat{81}$; $\frac{87}{66} = \frac{29}{22} = 1{,}3\widehat{18}$

  ¿Por qué si el cociente no es exacto, entonces, con seguridad, es periódico? Razonemos sobre un ejemplo, 3 : 7, cuya división tienes en el margen. Puesto que al dividir por 7 el resto solo puede ser 1, 2, 3, 4, 5 o 6, en algún momento tendrá que repetirse, y a partir de ahí, se repetirá toda la secuencia.

Ejemplo

```
3,0      |7
  20     0,428571
   60
    40
     50
      10
       3   A partir de aquí se repiten los cocientes y los restos.
```

se repite

> Toda **fracción irreducible** da lugar a un número decimal:
>
> - **Decimal exacto,** si el denominador solo tiene los factores 2 y 5.
> - **Decimal periódico,** si el denominador tiene factores distintos a 2 y 5.
>
> Por tanto, unos y otros son **números racionales.** Sin embargo, los decimales con infinitas cifras no periódicas no son racionales.

Recuerda

Números racionales son los que se pueden poner en forma de fracción.

Piensa y practica

4. ¿Verdadero o falso?

a) $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}\widehat{3}$

$\frac{3}{3} = 3 \cdot 0{,}333\ldots = 0{,}999\ldots = 0{,}\widehat{9}$

Como $\frac{3}{3} = 1$, resulta que $0{,}\widehat{9} = 1$.

b) $5{,}\widehat{4} = 5{,}\widehat{44}$

c) $3{,}\widehat{72} = 3{,}7272727\ldots = 3{,}7\widehat{27}$

d) $0{,}\widehat{3} + 0{,}\widehat{6} = 1$

5. Sin efectuar la división, y atendiendo solo al denominador de la fracción simplificada, di si las siguientes fracciones darán lugar a decimales exactos o decimales periódicos:

a) $\frac{44}{150}$ b) $\frac{42}{150}$ c) $\frac{101}{1024}$ d) $\frac{1001}{500}$

6. Calcula en tu cuaderno:

a) $7{,}\widehat{45} - 3{,}4\widehat{54}$

b) $6 - 3{,}\widehat{9}$

c) $3{,}\widehat{5} + 2{,}\widehat{3} + 1{,}\widehat{1}$

12

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

Practica

Fracciones y decimales

1. Simplifica las fracciones siguientes:

$$\frac{24}{60} \quad \frac{114}{72} \quad \frac{51}{68} \quad \frac{26}{39} \quad \frac{125}{50} \quad \frac{225}{400}$$

2. Agrupa las fracciones que sean equivalentes.

$$\frac{21}{49} \quad \frac{24}{36} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{14}{21} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{15}{35} \quad \frac{3}{7}$$

3. En cada apartado, reduce a común denominador y ordena de menor a mayor:

a) $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$

b) $-\frac{1}{2}, -\frac{5}{8}, -\frac{7}{12}, -\frac{3}{4}$

c) $\frac{11}{24}, -\frac{7}{4}, \frac{3}{8}, -\frac{1}{6}, \frac{5}{12}, -\frac{5}{3}$

4. Expresa como suma de un número entero y una fracción, igual que se hace en el ejemplo:

- $\mathbf{\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}}$

a) $\frac{8}{5}$ b) $\frac{15}{8}$ c) $\frac{16}{7}$ d) $-\frac{3}{2}$ e) $-\frac{7}{3}$

5. Expresa como número decimal las siguientes fracciones:

$$\frac{9}{25} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{23}{6} \quad \frac{17}{200} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{233}{990} \quad \frac{13}{22}$$

6. Determina, sin realizar la división, cuáles son decimales exactos y cuáles decimales periódicos.

$$\frac{3}{2} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{7 \cdot 11}{3 \cdot 5^2} \quad \frac{19}{2^2 \cdot 5} \quad \frac{3 \cdot 7^2 \cdot 23}{5 \cdot 7}$$

7. Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos o periódicos (intenta dar la respuesta antes de efectuar la división):

$$\frac{4}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{13}{11} \quad \frac{17}{60} \quad \frac{81}{250}$$

8. Escribe tres números que estén comprendidos entre cada par de decimales:

a) 1,6 y 1,8 b) 0,98 y 1 c) 0,28 y 0,29

d) 0,345 y 0,346 e) $2,\widehat{3}$ y 2,4 f) −4,5 y −4,4

9. Ordena de menor a mayor en cada apartado:

a) $3,56;\ 3,5\widehat{6};\ 3,\widehat{5};\ 3,\widehat{56}$

b) $-1,32;\ -1,3\widehat{2};\ -1,\widehat{32};\ -1,\widehat{3}$

10. Expresa en forma de fracción.

a) 3,7 b) 0,002 c) −1,03

d) $2,\widehat{5}$ e) $0,\widehat{21}$ f) $14,\widehat{3}$

Operaciones con fracciones

11. Calcula y simplifica mentalmente las expresiones siguientes:

a) $2 + \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$

d) $2 \cdot \frac{5}{4}$ e) $\frac{2}{3} : 2$ f) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}$

g) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}$ h) $\frac{12}{7} : 3$ i) $\frac{7}{3} \cdot 21$

12. Calcula mentalmente:

a) $\frac{2}{3}$ de 60 b) $\frac{3}{4}$ de 100 c) $\frac{3}{500}$ de 500

d) La mitad de $\frac{2}{3}$.

e) La tercera parte de $\frac{12}{7}$.

f) La mitad de la quinta parte de −6.

13. Calcula mentalmente el número que se pide en cada caso:

a) Los dos tercios de un número valen 22. ¿Cuál es el número?

b) Los cinco cuartos de un número valen 35. ¿Cuál es el número?

c) Los siete décimos de una cantidad son 210. ¿Cuál es esa cantidad?

14. Reduce a una fracción.

a) $\dfrac{3 + \frac{1}{2}}{7 - \frac{3}{2}}$ b) $\dfrac{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{7}{12}}$ c) $\dfrac{\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{2}}$

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Ejercicios y problemas

15. Reduce estas expresiones a una sola fracción:

a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}-\frac{1}{16}$

b) $\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}+2\right)-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+1\right)$

c) $\left(1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

d) $\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\right)-\left[1-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{3}-\frac{3}{20}\right]$

16. Calcula y comprueba con la calculadora.

a) $5:\left(\frac{2}{4}+1\right)-3:\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$

b) $\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)^2$

c) $-\frac{3}{8}\left[3-\frac{3}{5}-\left(\frac{17}{20}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-3\right)\right]$

d) $\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)+13\left(\frac{2}{3}-1\right)^2\right]:\left(-\frac{2}{3}\right)$

Aplica lo aprendido

17. Llevo leído 3/8 de un libro de 288 páginas. ¿Cuántas páginas me quedan para acabar el libro?

18. Juan mide 1,60 m, las 5/6 partes de la altura de su padre. ¿Cuánto mide el padre de Juan?

19. De los 28 alumnos de una clase, 4/7 han aprobado todo, de los cuales 1/8 obtuvieron sobresaliente de media. ¿Cuántos alumnos sacaron sobresaliente? ¿Cuántos suspendieron alguna asignatura?

20. Julia gastó 1/3 de su dinero en libros y 2/5 en discos. Si le han sobrado 36 €, ¿cuánto tenía?

21. Una mezcla de 600 g de cereales está compuesta por 7/15 de trigo, 9/25 de avena y el resto de arroz.

a) ¿Qué parte de arroz tiene la mezcla?

b) ¿Qué cantidad hay de cada cereal?

22. De los 300 libros de una biblioteca, 1/6 son de poesía; 180, de novela, y el resto, de historia. ¿Qué fracción representan los libros de historia?

23. De un bidón de aceite se saca primero la mitad, y después, la quinta parte de lo que queda. Si en el bidón aún hay 3 litros, ¿cuál es su capacidad?

24. En una frutería, los 5/6 del importe de las ventas de un día corresponden a las frutas, y el resto, a las verduras. De lo recaudado por las frutas, los 3/8 son de las naranjas, y ese día fueron 90 €. ¿Cuánto se recaudó en total? ¿Qué parte correspondió a las verduras?

Autoevaluación

1. Efectúa y simplifica el resultado.

$$\frac{1}{2}\left[3-\frac{2}{5}\left(1-\frac{5}{9}\right)-\left(4-\frac{2}{3}\right):2\right]$$

2. Escribe, en cada caso, tres números comprendidos entre los dos dados:

a) $\frac{3}{20}$ y $\frac{4}{25}$ b) $2,\widehat{7}$ y $2,\widehat{8}$

3. Clasifica en decimales exactos o periódicos sin hacer la división.

$\frac{89}{50}$ $\frac{113}{12}$ $\frac{23}{32}$ $\frac{18}{7}$

4. Dos cajas con manzanas se ponen a la venta a 2,50 € el kilo.

La primera, que supone los 5/12 del total, se vende por 50 €.

¿Cuántos kilos de manzanas había en cada caja?

5. Entre los usuarios de un polideportivo, la quinta parte tiene más de 60 años, y dos de cada tres están entre los 25 y los 60 años.

a) ¿Qué fracción de los usuarios tiene 25 años o menos?

b) Si el número de usuarios es 525, ¿cuántos hay de cada grupo de edad?

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....