Nombre:			**2º** Trimestre	Nota
Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
Fecha:	*25 de Marzo de 2022*		Simulacro	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Para construir una nave rectangular de 220 m de largo por 48 m de ancho, 11 albañiles han necesitado 6 días de trabajo. ¿Cuántos albañiles serán necesarios para levantar otra nave similar de 300 m de largo por 56 m de ancho en 5 días? **(1 punto)**

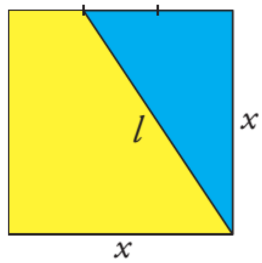
2.- El valor de una acción de la compañía Gualcom Labs es de 19 €. El lunes sube un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %. **(2 puntos)**

a) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?
b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor con respecto al lunes?

3.- Dados los polinomios ***(3 puntos)*** $\begin{cases} p(x) = 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 5 \\ q(x) = -5x^3 - 2x^2 + 3x \\ r(x) = 2x^2 - x + 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x) - 3q(x) + r(x) = \\ b)\ \left[q(x)\right]^2 = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

4.- Fíjate en el cuadrado ***ucraniano*** y expresa algebraicamente: **(1 punto)**

a) El área del triángulo Azul.
b) El área del trapecio amarillo.
c) La longitud de l.
d) Calcula la longitud de l, si x=5 cm.



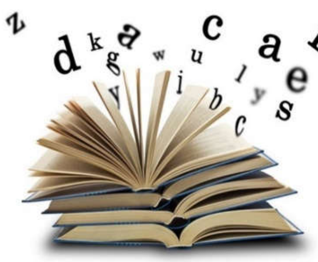
5.- Simplifica la siguientes fracción algebraica: **(1 punto)**

$$\frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 15} =$$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos)**

$a)\ 7(x-1) - 2(x+8) = 3(x-3)$ $\qquad$ $b)\ 6x + 4 = 4\cdot\left[2x - 5\cdot(x-2)\right]$

$c)\ (x-3)^2 = 2x^2 - 5x + 9$ $\qquad$ $d)\ x + \dfrac{3x+1}{2} - \dfrac{x-2}{3} = x^2 - 2$



Bonus.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

	Nombre:			**2º** Trimestre	Nota
	Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
	Fecha:	*25 de Marzo de 2022*		Opción A	

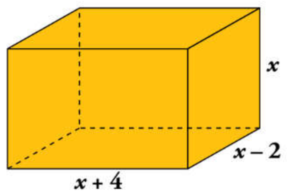
La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Si 8 obreros tardan 9 días, trabajando a razón de 6 horas al día, en construir 30 m de un muro. ¿Cuántos días tardarían 10 obreros trabajando 8 horas diarias en realizar los 100 m de muro que aún faltan por construir? **(1,5 puntos)**

2.- Un televisor de 55 pulgadas costaba 650 € y debido a la guerra de Ucrania aumentó su precio un 20 % y después lo rebajaron un 20 %. **(1,5 puntos)**

a) ¿Cuál es el precio actual del televisor?
b) ¿Ha subido o ha bajado su precio?, ¿cuánto porcentualmente hablando?

3.- Dados los polinomios ***(3 puntos)***
$$\begin{cases} p(x) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 3 \end{cases}$$
calcula:
$$\begin{cases} a)\ p(x) - 2q(x) + 3r(x) = \\ b)\ p(x) \cdot r(x) = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$$



4.- Expresa mediante una expresión algebraica el área total de este ortoedro y calcúlala para $x=2$. **(1 punto)**

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: **(1 punto)** $\dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{3x^3 - 9x^2 + 6x} =$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,5 + 0,5 +1 puntos)**

$a)\ (7 - 6x) - 5(x + 2) = 3(x + 2) - 2x$

$b)\ 3[x + (14 - x)] = 2[x - (2x - 21)]$

$c)\ \dfrac{(x-3)^2}{2} + \dfrac{(x+1)\cdot(x-1)}{3} = \dfrac{4x^2 - 19x + 31}{6}$

Bonus.- Se quiere repartir un premio de 1.860 € a los tres mejores corredores de una carrera, de manera inversamente proporcional a los tiempos que han invertido en completar el recorrido. El primer corredor tardó 24 segundos, el segundo 28 y el tercero 30. ¿Cuánto dinero corresponderá a cada uno?

Se permite la permuta del ejercicio 2 por el bonus

	Nombre:			2^o Trimestre	Nota
	Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
	Fecha:	*25 de Marzo de 2022*		Opción B	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

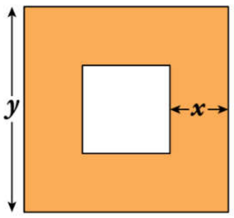
1.- En 12 días, 30 electricistas, trabajando 10 horas diarias, colocan 6 Km de tendido eléctrico. ¿Cuántos días necesitarían 25 electricistas para colocar 15 Km de tendido eléctrico trabajando durante 8 horas al día? **(1,5 puntos)**

2.- El kilo de tomates costaba 1,80€ y debido a la guerra de Ucrania subió primero un 20%, pero después bajó un 25%. **(1,5 puntos)**

a) ¿Cuál es su precio actual?
b) ¿Qué variación porcentual ha sufrido su valor?

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x) - 3q(x) + r(x) = \\ b)\ q(x) \cdot r(x) = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

(3 puntos)



4.- Expresa algebraicamente el área de la parte sombreada utilizando las variables x e y. Además calcula su área para $x=3$ e $y=1$ **(1 punto)**

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: **(1 punto)** $\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} =$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,5 + 0,5 +1 puntos)**

$a)\ 2(5 - x) = 19 - 3(x + 5)$

$b)\ \dfrac{x}{3} + 1 = \dfrac{x+2}{5} - \dfrac{x-3}{2} + \dfrac{2x}{6}$

$c)\ \dfrac{(x+2)\cdot(x+2)}{4} - \dfrac{(x-3)^2}{3} = \dfrac{x\cdot(11-x)}{6}$

Bonus.- Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5.900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

Se permite la permuta del ejercicio 2 por el bonus

	Nombre:			2º Trimestre	Nota
	Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
	Fecha:	*27 de Marzo de 2022*		Opción C	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Para calentar una pieza de hierro de 1.240 g de 10°C a 150°C se han necesitado 18.228 cal. ¿A qué temperatura se pondrá una pieza de hierro de 5 kg que está a 20 °C, si se le suministran 20.000 cal? **(1,5 puntos)**

2.- El precio de una lavadora de 520 € sube un 10 %; después, sube otro 25% y, finalmente, baja un 30 %. **(1,5 puntos)**

a) ¿Cuál es su precio después de todas estas variaciones?
b) ¿Ha subido o ha bajado? ¿Cuánto en porcentaje?

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x)=2x^5-x^3+2x^2-3x-3 \\ q(x)=4x^3-3x^2+2x-1 \\ r(x)=2x^2-3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x)-3q(x)+r(x)= \\ b)\ q(x)\cdot r(x)= \\ c)\ p(x):r(x)= \end{cases}$

(3 puntos)

4.- Jugando con un alambre de 40 cm acabamos formando un rectángulo de altura x. Halla la expresión algebraica que define el área del rectángulo y calcula su valor para x=5. **(1 punto)**

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: **(1 punto)** $\dfrac{x^3+7x^2+12x}{x^3+3x^2-16x-48}=$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones: **(0,5 + 0,5 +1 puntos)**

$a)\ 3[x+(14-x)]=2[x-(2x-21)]$

$b)\ \dfrac{x-4}{6}+\dfrac{2x-4}{8}=\dfrac{5x}{10}-\dfrac{5x-6}{12}$

$c)\ \dfrac{(x+2)\cdot(x-2)}{4}-\dfrac{(x-3)^2}{3}=\dfrac{x\cdot(11-x)}{6}$

Bonus.- El testamento del abuelo asciende a 65.000 euros, y se reparte entre sus tres nietos en partes inversamente proporcionales al sueldo de cada una de ellos. Si los sueldos de los nietos son de 900, 1.350 y 1.800 euros. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Se permite la permuta del ejercicio 2 por el bonus

	Nombre:	Soluciones		2º Trimestre	Nota
	Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
	Fecha:	*25 de Marzo de 2022*		Simulacro	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Para construir una nave rectangular de 220 m de largo por 48 m de ancho, 11 albañiles han necesitado 6 días de trabajo. ¿Cuántos albañiles serán necesarios para levantar otra nave similar de 300 m de largo por 56 m de ancho en 5 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Largo (m)	Albañiles	Ancho (m)	Días
220	11	48	6
300	X	56	5

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los albañiles) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Albañiles y largo: Si 11 albañiles construyen un muro de 220 metros de largo, para construir más metros, se necesitarán….. más albañiles, por tanto, ***a más, más***, se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Albañiles y ancho: Si 11 albañiles construyen un muro de 48 metros de ancho, para construir más metros, se necesitarán….. más albañiles, por tanto, ***a más, más***, se trata de otra ***proporcionalidad directa.***

Albañiles y días: Si 11 albañiles tardan 6 días en construir la nave, para que tarden menos días, se necesitarán….. más albañiles, por tanto, ***a menos, más***, se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversamente proporcionales le damos la vuelta.

$$\frac{11}{x}=\frac{5}{6}\cdot\frac{220}{300}\cdot\frac{48}{56} \rightarrow \frac{11}{x}=\frac{52.800}{100.800} \rightarrow 52.800x=11\cdot100.800 \rightarrow x=\frac{11\cdot100.800}{52.800}=21$$

Por tanto, para hacer la nueva nave se necesitarían 21 albañiles.

2.- El valor de una acción de la compañía Gualcom Labs es de 19 €. El lunes sube un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %. a) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?; b)¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor respecto al lunes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio de las acciones ha sufrido 3 aumentos, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellos:

- Sube un 1% $\rightarrow Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{1}{100}=1+0,01=1,01$
- Baja un 4% $\rightarrow Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{4}{100}=1-0,04=0,96$
- Sube un 14% $\rightarrow Iv_3=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{14}{100}=1+0,14=1,14$

El índice de variación total de todos estos descuentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total}=Iv_1\cdot Iv_2\cdot Iv_3=1,01\cdot 0,96\cdot 1,14=1,1053$$

Para calcular el precio final, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \quad \rightarrow \quad C_f = 19 \cdot 1,1053 = 21 \text{ €}$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es mayor que 1 lo que se pasa de uno 0,1053 lo multiplicamos por 100 = 10,53 %.

Por tanto, el precio de las acciones después es de 21 € y su precio ha aumentado un 10,53 %.

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 5 \\ q(x) = -5x^3 - 2x^2 + 3x \\ r(x) = 2x^2 - x + 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x) - 3q(x) + r(x) = \\ b)\ \left[q(x)\right]^2 = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$$a)\ 2p(x) - 3q(x) + r(x) = 2(4x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 5) - 3(-5x^3 - 2x^2 + 3x) + 2x^2 - x + 3 =$$

$$= 8x^5 + 6x^3 - 4x^2 + 10 + 15x^3 + 6x^2 - 9x + 2x^2 - x + 3 = 8x^5 + 21x^3 + 4x^2 - 10x + 13$$

$$b)\ \left[q(x)\right]^2 = (q(x)) \cdot (q(x)) = (-5x^3 - 2x^2 + 3x) \cdot (-5x^3 - 2x^2 + 3x) = 25x^6 + 10x^5 - 15x^4 +$$

$$+10x^5 + 4x^4 - 6x^3 - 15x^4 - 6x^3 + 9x^2 = 25x^6 + 20x^5 - 26x^4 - 12x^3 + 9x^2$$

$$c)\ p(x) : r(x) =$$

$$\begin{array}{cccccc|l}
4x^5 & +0x & +3x^3 & -2x^2 & +0x & +5 & 2x^2 - x + 3 \\ \cline{7-7}
\underline{-4x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-6x^3} & \downarrow & & & 2x^3 + x^2 - x - 3 \\
0 & +2x^4 & -3x^3 & -2x^2 & & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+x^3} & \underline{-3x^2} & \downarrow & & \\
 & 0 & -2x^3 & -5x^2 & +0x & \downarrow & C(x) = 2x^3 + x^2 - x - 3 \\
 & & \underline{+2x^3} & \underline{-x^2} & \underline{+3x} & 5 & \\
 & & 0 & -6x^2 & +3x & +5 & R(x) = 14 \\
 & & & \underline{6x^2} & \underline{-3x} & \underline{+9} & \\
 & & & & & +14 &
\end{array}$$

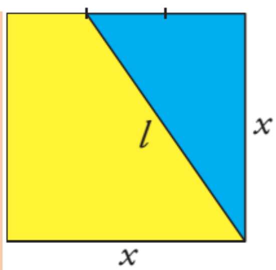
4.- Fíjate en el cuadrado ucraniano y expresa algebraicamente:

a) El área del triángulo Azul.

b) El área del trapecio amarillo.

c) La longitud de l.

d) Calcula la longitud de l, si x=5 cm.



ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) La base del triángulo es x y la altura es 2/3 de x, por tanto su área viene dada por:

$$A(x)_{Triángulo} = \frac{base\ x\ altura}{2} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{2}{3}x = \frac{x^2}{3} \quad \rightarrow \quad A(x)_{Triángulo} = \frac{x^2}{3}$$

b) El área de le trapecio amarillo se puede calcular de varias formas, pero la mas fácil es restarle al cuadrado el área del triángulo, por tanto su área será:

$$A_{Trapecio} = A_{Cuadrado} - A_{Triángulo} = x^2 - \frac{x^2}{3} = \frac{2x^2}{3} \quad \rightarrow \quad A(x)_{Trapecio} = \frac{2x^2}{3}$$

c) La longitud de *l* la podemos calcular mediante el teorema de Pitágoras:

$$l^2 = x^2 + \left(\frac{2}{3}x\right)^2 = x^2 + \frac{4}{9}x^2 = \frac{13}{9}x^2 \quad \rightarrow \quad l(x) = \frac{13}{9}x^2$$

d) Si x=5, entonces el valor de l será:

$$Si \quad l(x)=\frac{13}{9}x^2 \quad \rightarrow \quad l(5)=\frac{13}{9}(5)^2=\frac{13\cdot 25}{9}=\frac{325}{9}=36,11 \quad \rightarrow \quad l(5)=36,11\ u.l.$$

5.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

$$\frac{x^4+2x^3-3x^2}{x^4+2x^3+2x^2+10x-15}=\frac{x^2\cdot(x+2x-3)}{(x^2+5)(x+3)\cdot(x-1)}=\frac{x\cdot\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x-1)}}{(x^2+5)\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x-1)}}=\frac{x}{x^2+5}$$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$a)\ 7(x-1)-2x-16=3(x-3) \quad \rightarrow \quad 7x-7-2x-16=3x-9 \quad \rightarrow \quad 5x-23=3x-9$

$\rightarrow \quad 5x-3x=-9+23 \quad \rightarrow \quad 2x=14 \quad \rightarrow \quad x=\frac{14}{2}=7$

$b)\ 6x+4=4\cdot[2x-5\cdot(x-2)] \quad \rightarrow \quad 6x+4=4\cdot[2x-5x+10] \quad \rightarrow \quad 6x+4=4\cdot[-3x+10]$

$\rightarrow \quad 6x+4=-12x+40 \quad \rightarrow \quad 6x+12x=40-4 \quad \rightarrow \quad 18x=36 \quad \rightarrow \quad x=\frac{36}{18}=2$

$c)\ (x-3)^2=2x^2-5x+9 \quad \rightarrow \quad x^2-6x+9=2x^2-5x+9 \quad \rightarrow \quad x^2+x=0$

$$\rightarrow \quad x(x+1)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1=0 \\ x+1=0 \quad \rightarrow \quad x_2=-1 \end{cases}$$

$d)\ x+\frac{3x+1}{2}-\frac{x-2}{3}=x^2-2 \quad \rightarrow \quad \frac{6x}{\cancel{6}}+\frac{3\cdot(3x+1)}{\cancel{6}}-\frac{2\cdot(x-2)}{\cancel{6}}=\frac{6x^2}{\cancel{6}}-\frac{12}{\cancel{6}} \quad \rightarrow$

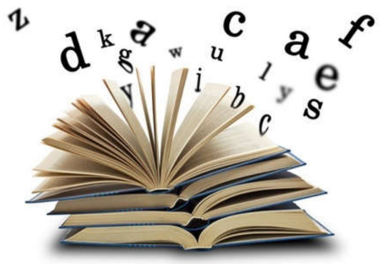
$\rightarrow \quad 6x+3(3x+1)-2(x-2)=6x^2-12 \quad \rightarrow \quad 6x+9x+3-2x+4-6x^2+12=0$

$$-6x^2+13x+19=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a=-6 \\ b=13 \\ c=19 \end{cases} \quad \rightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\frac{-13\pm\sqrt{169-4\cdot(-6)\cdot 19}}{2\cdot(-6)}=$$

$$x=\frac{-13\pm\sqrt{169+456}}{-12}=\frac{-13\pm\sqrt{625}}{-12}\frac{-13\pm 25}{-12}= \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1=\frac{-13+25}{-12}=\frac{12}{-12}=-1 \\ x_2=\frac{-13-25}{-12}=\frac{-38}{-12}=\frac{19}{6} \end{cases}$$

Bonus.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

Como hay dos participantes que no han tenido ningún fallo y cada uno se lleva 150€, quiero esto decir que entre los que sí han cometido errores se repartirá el resto del dinero:

$$N = 500 - 2 \cdot 150 = 500 - 300 = 200 \text{ €}$$

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las faltas cometidas por cada participante:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = \frac{200}{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = \frac{200}{\frac{7}{4}} = 114,29$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre las faltas cometidas:

- 1 Falta: le corresponden: $\frac{114,39}{1} = 114,39$ €
- 2 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{2} = 57,14$ €
- 4 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{4} = 28,57$ €

Por tanto al de 1 falta 114,39€, al de 2 57,14 € y al de 4 28,57€.

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar 200: 114,39+57,14+28,57=200 €)

Nombre:	**SOLUCIONES**		**2º** Trimestre	Nota
Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
Fecha:	*25 de Marzo de 2022*		Opción A	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Si 8 obreros tardan 9 días, trabajando a razón de 6 horas al día, en construir 30 m de un muro. ¿Cuántos días tardarían 10 obreros trabajando 8 horas diarias en realizar los 100 m de muro que aún faltan por construir?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla llegamos a:

Días	Obreros	Horas al día	Metros
9	8	6	30
x	10	8	100

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los obreros) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Obreros y días: Si 8 obreros construyen el muro en 9 días, más obreros, tardarían….. menos días, por tanto, ***a más obreros, menos días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Horas al día y días: Si trabajando 6 horas al día tardan 9 días, si trabajaran más horas al día, tardarían….. menos días, por tanto, ***a más horas al día, menos días***, por lo que se trata otra vez de una ***proporcionalidad inversa.***

Metros y días: Si en construir 30 metros tardan 9 días, en construir más metros, tardarán…….. más días, por tanto, ***a más metros, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{9}{x}=\frac{10}{8}\cdot\frac{8}{6}\cdot\frac{30}{100} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{\cancel{10}\cdot\cancel{8}\cdot 3\cancel{0}}{\cancel{8}\cdot 6\cdot \cancel{100}} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{\cancel{3}}{2\cdot\cancel{3}} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{2} \rightarrow x=18$$

Simplificando, llegamos a que x=18

Por tanto, para hacer los 100 metros restantes tardarán 18 días.

2.- Un televisor de 55 pulgadas costaba 650 € y debido a la guerra de Ucrania aumentó su precio un 20 % y después lo rebajaron un 20 %.

a) ¿Cuál es el precio actual del televisor?

b) ¿Ha subido o ha bajado su precio?, ¿cuánto porcentualmente hablando?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio del televisor ha sufrido 2 variaciones, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellas:

- Sube un 20% $\rightarrow Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{20}{100}=1+0,2=1,20$
- Baja un 20% $\rightarrow Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{20}{100}=1-0,2=0,80$

El índice de variación total de todos estas variaciones se calcula multiplicando cada uno de los índices:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2=1,20\cdot 0,80=0,96$$

Para calcular el precio actual del televisor, multiplicamos el precio antes de la guerra por el índice de variación:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \quad \rightarrow \quad C_f = 650 \cdot 0,96 = 624 \text{ €}$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,04 lo multiplicamos por 100 = 4 %.

Por tanto, el precio de las TV después es de 624 € y su precio ha bajado un 4 %.

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ p(x) - 2q(x) + 3r(x) = \\ b)\ p(x) \cdot r(x) = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$a)\ p(x) - 2q(x) + 3r(x) = (2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3) - 2(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) + 3(2x^2 - 3) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 -$
$- 8x^3 + 6x^2 - 4x + 2 + 6x^2 - 9 = 2x^5 - 9x^3 + 14x^2 - 7x - 10$

$b)\ p(x) \cdot r(x) = (2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3)(2x^2 - 3) = 4x^7 - 6x^5 - 2x^5 + 3x^3 + 4x^4 - 6x^2 - 6x^3 + 9x - 6x^2 + 9 =$
$= 4x^7 - 8x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 9x + 9$

$c)\ p(x) : r(x) =$

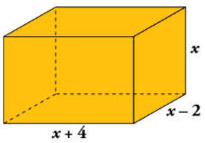
$$\begin{array}{rrrrrr|l}
2x^5 & +0x^4 & -x^3 & +2x^2 & -3x & -3 & 2x-3 \\ \hline
-2x^5 & & +3x^3 & & & & x^3+x+1 \\ \hline
0x^5 & 0x^4 & +2x^3 & +2x^2 & -3x & & \\
 & & -2x^3 & & +3x & & \\ \hline
 & & & +2x^2 & & -3 & \\
 & & & -2x^2 & & +3 & \\ \hline
 & & & & & 0 &
\end{array}$$

La división es exacta de cociente
$C(x) = x^3 + x + 1$

4.- Expresa mediante una expresión algebraica el área total de este ortoedro y calcúlala para $x=2$.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)

Como podemos observar en la figura, un ortoedro no es más que una caja de zapatos donde las caras son iguales dos a dos, por tanto calcularemos la superficie de cada una de las caras diferentes y las multiplicaremos por dos:



$$\left.\begin{array}{l} A_1 = (x+4)(x-2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8 \\ A_2 = (x+4)(x) = x^2 + 4x \\ A_3 = (x)(x-2) = x^2 - 2x \end{array}\right\} A = A_1 + A_2 + A_3 = 3x^2 + 4x - 8$$

Y como las caras son iguales dos a dos, basta multiplicar este resultado por dos:

$$A_{Total} = 2(A_1 + A_2 + A_3) = 2(3x^2 + 4x - 8) = 6x^2 + 8x - 16 \quad \rightarrow \quad A(x) = 6x^2 + 8x - 16$$

Para x=2: $Si\ A(x) = 6x^2 + 8x - 16 \quad \rightarrow \quad A(2) = 6(2)^2 + 8 \cdot 2 - 16 = 24 + 16 - 16 = 24\ u.a.$

Así que, el área total del ortoedro es $A(x)=6x^2+8x-16$ y para x=2 el área es A(2)=24 unidades de área

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{3x^3 - 9x^2 + 6x} =$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

Empezaremos sacando factor común tanto en el numerador, como en el denominador:

$$\frac{x^4-3x^3+2x^2}{3x^3-9x^2+6x}=\frac{x^2\cdot\left(x^2-3x+2\right)}{3x\cdot\left(x^2-3x+2\right)}=\frac{x\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{\left(x^2-3x+2\right)}}{3\cancel{x}\cdot\cancel{\left(x^2-3x+2\right)}}=\frac{x}{3}$$

Como podemos observar, no ha hecho falta hacer Ruffini puesto que al sacar fator común, ya podíamos ver lo que se repetía tanto arriba como abajo, así que, simplificando llegamos a x/3.

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $(7-6x)-5(x+2)=3(x+2)-2x \quad\rightarrow\quad 7-6x-5x-10=3x+6-2x \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad -6x-5x-3x+2x=6+10-7 \quad\rightarrow\quad -12x=9 \quad\rightarrow\quad x=-\frac{9}{12} \quad\rightarrow\quad x=-\frac{3}{4}$

b) $3\left[x+(14-x)\right]=2\left[x-(2x-21)\right] \quad\rightarrow\quad 3\left[x+14-x\right]=2\left[x-2x+21\right] \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 3\cdot 14=2\left[-x+21\right] \quad\rightarrow\quad \cancel{42}=-2x+\cancel{42} \quad\rightarrow\quad 0=-2x \quad\rightarrow\quad x=0$

c) $\frac{(x-3)^2}{2}+\frac{(x+1)\cdot(x-1)}{3}=\frac{4x^2-19x+31}{6} \quad\rightarrow\quad \frac{3\cdot(x-3)^2}{\cancel{6}}+\frac{2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{\cancel{6}}=\frac{4x^2-19x+31}{\cancel{6}} \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 3\left(x^2-6x+9\right)+2\left(x^2-1\right)=4x^2-19x+31 \quad\rightarrow\quad 3x^2-18x+27+2x^2-2-4x^2+19x-31=0 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad x^2+x-6=0 \quad\xrightarrow[Ruffini]{}\quad (x+3)\cdot(x-2)=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases}(x+3)=0 & \rightarrow \quad x_1=-3\\ (x-2)=0 & \rightarrow \quad x_2=2\end{cases}$

Bonus.- Se quiere repartir un premio de 1.860 € a los tres mejores corredores de una carrera, de manera inversamente proporcional a los tiempos que han invertido en completar el recorrido. El primer corredor tardó 24 segundos, el segundo 28 y el tercero 30. ¿Cuánto dinero corresponderá a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N=1.860$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de los tiempos invertidos en la carrera por cada uno de los ganadores:

$$K=\frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{1860}{\frac{1}{24}+\frac{1}{28}+\frac{1}{30}}=\frac{1860}{\frac{31}{280}}=16.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- 1º clasificado: le corresponden: $\frac{16800}{24}=700$ €
- 2º clasificado: le corresponden: $\frac{16.800}{28}=600$ €
- 3º clasificado: le corresponden: $\frac{16.800}{30}=560$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad a repartir: 700+600+560=1.860 €)

Por tanto al 1º le corresponden 700 €, 660 € al 2 y 560 € al 3º.

Nombre:			**2º** Trimestre	Nota
Curso:	**3º ESO**		**Examen VI Final**	
Fecha:	*25 de Marzo de 2022*		Opción B	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- En 12 días, 30 electricistas, trabajando 10 horas diarias, colocan 6 Km de tendido eléctrico. ¿Cuántos días necesitarían 25 electricistas para colocar 15 Km de tendido eléctrico trabajando durante 8 horas al día?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla llegamos a:

Días	Electricistas	Horas al día	Km
12	30	10	6
x	25	8	15

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los electricistas) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Electricistas y días: Si 30 electricistas colocan el tendido eléctrico en 12 días, menos electricistas, tardarán….. más días, por tanto, ***a menos electricistas, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Horas al día y días: Si trabajando 10 horas al día tardan 12 días, si trabajaran menos horas, tardarán….. más días, por tanto, ***a menos horas al día, más días***, por lo que se trata otra vez de una ***proporcionalidad inversa.***

Kilómetros y días: Si en construir 6 kilómetros tardan 12 días, en construir más kilómetros, tardarán…….. más días, por tanto, ***a más kilómetros, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{12}{x}=\frac{25}{30}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{6}{15} \quad\rightarrow\quad \frac{12}{x}=\frac{\cancel{5^2}\cdot 2^{\cancel{4}\,2}\cdot \cancel{3}}{\cancel{2^2}\cdot 3^{\cancel{2}}\cdot 5^{\cancel{3}}} \quad\rightarrow\quad \frac{12}{x}=\frac{4}{15} \quad\rightarrow\quad x=\frac{12\cdot 15}{4}=3\cdot 15=45$$

Simplificando, llegamos a que x=45

Por tanto, para hacer los 15 kilómetros tardarían 45 días.

2.- El kilo de tomates costaba 1,80€ y debido a la guerra de Ucrania subió primero un 20%, pero después bajó un 25%.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Qué variación porcentual ha sufrido su valor?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio de los tomates ha sufrido 2 variaciones por culpa de la guerra, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellas:

- Sube un 20% $\rightarrow \quad Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{20}{100}=1+0,2=1,20$
- Baja un 25% $\rightarrow \quad Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{25}{100}=1-0,25=0,75$

El índice de variación total de todos estas variaciones se calcula multiplicando cada uno de los índices:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2=1,20\cdot 0,75=0,90$$

Para calcular el precio actual de los tomates, multiplicamos el precio antes de la guerra por el índice de variación:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \quad \rightarrow \quad C_f = 1,80 \cdot 0,9 = 1,62 \text{ €}$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,10 lo multiplicamos por 100 = 10 %.

Por tanto, el precio de los tomates después es de 1,62 € y su precio ha bajado un 10 %.

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x) - 3q(x) + r(x) = \\ b)\ q(x) \cdot r(x) = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $2p(x) - 3q(x) + r(x) = 2\cdot(2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3) - 3\cdot(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) + (2x^2 - 3) = 4x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 6x - 6 -$
$-12x^3 + 9x^2 - 6x + 3 + 2x^2 - 3 = 4x^5 - 14x^3 + 15x^2 - 12x - 6$

b) $q(x) \cdot r(x) = (4x^3 - 3x^2 + 2x - 1)\cdot(2x^2 - 3) = 8x^5 - 12x^3 - 6x^4 + 9x^2 + 4x^3 - 6x - 2x^2 + 3 =$
$= 8x^5 - 6x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 6x + 3$

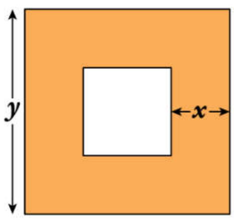
c) $p(x) : r(x) =$

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
2x^5 & +0x^4 & -x^3 & +2x^2 & -3x & -3 & & 2x-3 \\
\cline{8-8}
-2x^5 & & +3x^3 & & & & & x^3+x+1 \\
\cline{1-3}
0x^5 & 0x^4 & +2x^3 & +2x^2 & -3x & & & \\
 & & -2x^3 & & +3x & & & \\
\cline{3-5}
 & & & +2x^2 & & -3 & & \\
 & & & -2x^2 & & +3 & & \\
\cline{4-6}
 & & & & & 0 & &
\end{array}$$

La división es exacta de cociente
$C(x) = x^3 + x + 1$

4.- Expresa algebraicamente el área de la parte sombreada (parte naranja) utilizando las variables x e y. Además calcula su valor para $x=3$ e $y=1$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)



Observando la figura, podemos calcular el área sombreada, restándole al cuadrado naranja (grande) el cuadrado blanco (interior):

El área del cuadrado naranja viene dada por: $A_G = y^2$

Para el área del blanco, primero necesitamos conocer el lado, y el lado lo calcularemos con la ayuda del grande, es decir el lado del blanco es y – dos veces x: $l_B = y - 2x$, por tanto, su área vendrá dada por: $A_B = (y-2x)^2 = y^2 - 4xy + 4x^2$

Así que el área sombreada será:

$$A_{sombreada} = A_G - A_B = y^2 - (y^2 - 4xy + 4x^2) = y^2 - y^2 + 4xy - 4x^2 = 4xy - 4x^2 = 4x(y-x)$$

Por tanto: $A(x,y) = 4x\cdot(y-x)$

Para x=3 e y=1: $A(x,y) = 4x\cdot(y-x) \quad \rightarrow \quad A(3,1) = 4\cdot 3\cdot(1-3) = -24$

Cosa que es imposible porque las áreas no pueden ser negativas.

Además, observando la figura, vemos que y no puede ser en ningún caso, más pequeño que x.

En el caso contrario, para x=1 e y=3: $A(x,y) = 4x\cdot(y-x) \quad \rightarrow \quad A(1,3) = 4\cdot 1\cdot(3-1) = 8\ u.a.$

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}=$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

Empezamos haciendo Ruffini (mentalmente) en la de arriba:

$$\frac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}=\frac{(x-3)\cdot(x-1)}{x^3-6x^2+11x-6}=$$

Ahora, como es un fracción que esperamos simplificar, haremos Ruffini en el denominador, pero usando las raíces (binomios) obtenidos en el numerador:

$$\left.\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & +11 & -6 \\ 3 & & 3 & -9 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & +2 & \lfloor 0 \\ 1 & & 1 & -2 & \\ \hline & 1 & -2 & \lfloor 0 & \end{array}\right\} \rightarrow \quad x^3-6x^2+11x-6=(x-3)\cdot(x-1)\cdot(x-2)$$

Y sustituyendo en la fracción algebraica llegamos a:

$$\frac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}=\frac{(x-3)\cdot(x-1)}{(x-3)\cdot(x-1)\cdot(x-2)}=\frac{\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x-1)}\cdot(x-2)}=\frac{1}{x-2}$$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $2(5-x)=19-3(x+5) \rightarrow 10-2x=19-3x-15 \rightarrow -2x+3x=19-15-10 \rightarrow x=-6$

b) $\dfrac{x}{3}+1=\dfrac{x+2}{5}-\dfrac{x-3}{2}+\dfrac{2x}{6} \rightarrow \dfrac{10x}{\cancel{30}}+\dfrac{30}{\cancel{30}}=\dfrac{6(x+2)}{\cancel{30}}-\dfrac{15(x-3)}{\cancel{30}}+\dfrac{10x}{\cancel{30}} \rightarrow$

$\rightarrow 10x+30=6(x+2)-15(x-3)+10x \rightarrow 10x+30=6x+12-15x+45+10x \rightarrow$

$\rightarrow 10x-6x+15x-10x=-30+12+45 \rightarrow 9x=27 \rightarrow x=\dfrac{27}{9} \rightarrow x=3$

c) $\dfrac{(x+2)\cdot(x+2)}{4}-\dfrac{(x-3)^2}{3}=\dfrac{x\cdot(11-x)}{6} \rightarrow \dfrac{3\cdot(x+2)\cdot(x+2)}{\cancel{12}}-\dfrac{4\cdot(x-3)^2}{\cancel{12}}=\dfrac{2\cdot x\cdot(11-x)}{\cancel{12}} \rightarrow$

$\rightarrow 3\left(x^2+4x+4\right)-4\left(x^2-6x+9\right)=22x-2x^2 \rightarrow 3x^2+12x+12-4x^2+24x-36-22x+2x^2=0 \rightarrow$

$\rightarrow x^2+14x-24=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=14 \\ c=-24 \end{cases} \rightarrow x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\dfrac{-14\pm\sqrt{196-4\cdot 1\cdot(-24)}}{2\cdot 1}=$

$x=\dfrac{-14\pm\sqrt{196+96}}{2}=\dfrac{-14\pm\sqrt{292}}{2}=\dfrac{-14\pm 2\sqrt{73}}{2}=-7\pm\sqrt{73} \rightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{73}-7 \\ x_2=-\sqrt{73}-7 \end{cases}$

Bonus.- Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5.900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N = 5.900$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las edades de los hermanos:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = \frac{5900}{\frac{1}{20}+\frac{1}{24}+\frac{1}{32}} = \frac{5900}{\frac{59}{480}} = 48.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- El de 20 años tiene que aportar: $\frac{48.000}{20} = 2.400$ €
- El de 24 años tiene que aportar: $\frac{48.000}{24} = 2.000$ €
- El de 32 años tiene que aportar: $\frac{48.000}{32} = 1.500$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad total: 2.400+2.000+1.500=5.900 €)

Por tanto, el menor colabora con 2.400 €, el mediano con 2.000 € y el mayor con 1.500 €.

	Nombre:			2º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO		Examen VI Final	
	Fecha:	27 de Marzo de 2022		Opción C	

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Para calentar una pieza de hierro de 1.240 g de 10°C a 150°C se han necesitado 21.700 cal. ¿A qué temperatura se pondrá una pieza de hierro de 5 kg que está a 20 °C, si se le suministran 20.000 cal?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla llegamos a:

Masa (gr)	Salto de T (°C)	Calor (Cal)
1.240	140	21.700
5.000	x	20.000

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (la variación de temperatura ΔT) con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

ΔT y masa: Si al calentar 1.240 gr la temperatura varía 140°C, si calentamos más masa, variará ….. menos Temperatura, por tanto, ***a más masa, menos salto de temperatura***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

ΔT y calorías: Si aplicando 21.700 calorías conseguimos una variación de temperatura de 140 °C, si aplicamos menos calor, variará…… menos temperatura, por tanto, ***a menos calorías, menos salto térmico***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{140}{x}=\frac{5000}{1240}\cdot\frac{21700}{20000} \rightarrow \frac{140}{x}=\frac{1,085\cdot 10^8}{2,48\cdot 10^7} \rightarrow \frac{140}{x}=\frac{35}{8} \rightarrow x=\frac{140\cdot 8}{35}=32$$

Simplificando, llegamos a que x=32

Por lo que la temperatura subirá 32°C, como estaba a 20°C, subirá hasta 52 °C

Por tanto, la pieza de hierro alcanzará una temperatura de 52 °C.

2.- El precio de una lavadora de 520 € sube un 10 %; después, sube otro 25% y, finalmente, baja un 30 %.

a) ¿Cuál es su precio después de todas estas variaciones? 500,10€

b) ¿Ha subido o ha bajado? ¿Cuánto en porcentaje? Baja un 3,75 %

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio de la lavadora ha sufrido tres variaciones en su precio, así que vamos a calcular los índices de variación asociados a cada una de ellas:

- Sube un 10% $\rightarrow Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{10}{100}=1+0,1=1,10$
- Sube un 25% $\rightarrow Iv_2=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{25}{100}=1+0,25=1,25$
- Baja un 30% $\rightarrow Iv_3=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{30}{100}=1-0,3=0,70$

El índice de variación total se calcula multiplicando todos los índices parciales:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2\cdot Iv_3=1,10\cdot 1,25\cdot 0,70=0,9625$$

Para calcular el precio final de la lavadora, multiplicamos el precio antes por el índice de variación total:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \quad \rightarrow \quad C_f = 520 \cdot 0,9625 = 500,50 \text{ €}$$

Para calcular el porcentaje total de subida o bajada nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,0375 lo multiplicamos por 100 = 3,75 %.

Por tanto, el precio de la lavadora es de 500,50 € y su precio ha bajado un 3,75 %.

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x) - 3q(x) + r(x) = \\ b)\ q(x) \cdot r(x) = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $2p(x) - 3q(x) + r(x) = 2\cdot(2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3) - 3\cdot(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) + (2x^2 - 3) = 4x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 6x - 6 -$
$-12x^3 + 9x^2 - 6x + 3 + 2x^2 - 3 = 4x^5 - 14x^3 + 15x^2 - 12x - 6$

b) $q(x) \cdot r(x) = (4x^3 - 3x^2 + 2x - 1)\cdot(2x^2 - 3) = 8x^5 - 12x^3 - 6x^4 + 9x^2 + 4x^3 - 6x - 2x^2 + 3 =$
$= 8x^5 - 6x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 6x + 3$

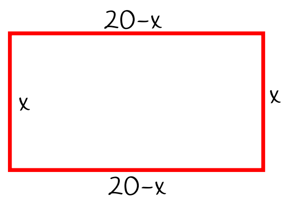
c) $p(x) : r(x) =$

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
2x^5 & +\ 0x^4 & -\ x^3 & +\ 2x^2 & -\ 3x & -\ 3 & & 2x-3 \\ \cline{8-8}
-\ 2x^5 & & +\ 3x^3 & & & & & x^3+x+1 \\ \cline{1-3}
0x^5 & 0x^4 & +\ 2x^3 & +\ 2x^2 & -\ 3x & & & \\
 & & -\ 2x^3 & & +\ 3x & & & \\ \cline{3-5}
 & & & +\ 2x^2 & & -\ 3 & & \\
 & & & -\ 2x^2 & & +\ 3 & & \\ \cline{4-6}
 & & & & & 0 & &
\end{array}$$

La división es exacta de cociente $C(x) = x^3 + x + 1$

4.- Jugando con un alambre de 40 cm acabamos formando un rectángulo de altura x. Halla la expresión algebraica que define el área del rectángulo y calcula su valor para x=5.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)



Si doblamos el alambre para formar un rectángulo de altura x, tenemos que como el perímetro será 40, y las dos alturas son x, nos queda que las dos bases han de medir *40-2x*, por tanto cada base medirá la mitad: *(10-x)* ver la figura.

Como el área de un rectángulo se calcula multiplicando la base por la altura:

$$A(x) = base \cdot altura = (20 - x)\cdot x \quad \rightarrow \quad A(x) = 20x - x^2$$

Y para x=5:

$$A(x) = 20x - x^2 \quad \rightarrow \quad A(5) = 20\cdot 5 - 5^2 = 100 - 25 = 75\ cm^2$$

Por tanto el área del rectángulo viene dada por $A(x)=20x-x^2$ y para x= el área es de 75 cm^2

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^3 + 7x^2 + 12x}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48} =$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

$$\frac{x^3 + 7x^2 + 12x}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48} = \frac{x(x^2 + 7x + 12)}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48} = \frac{x\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x+4)}}{\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x+4)}\cdot(x-4)} = \frac{x}{x-4}$$

En donde hemos sacado factor común en el numerador y luego hemos descompuesto en factores mediante Ruffini, y en el denominador, hemos hecho también Ruffini, pero usando las raíces del numerador.

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $3[x+(14-x)] = 2[x-(2x-21)] \rightarrow 3[x+14-x] = 2[x-2x+21] \rightarrow 3\cdot 14 = 2[-x+21] \rightarrow$
$\rightarrow \cancel{42} = -2x + \cancel{42} \rightarrow 0 = -2x \rightarrow x = 0$

b) $\frac{x-4}{6} + \frac{2x-4}{8} = \frac{5x}{10} - \frac{5x-6}{12} \xrightarrow[\text{antes de empezar}]{\text{Simplificamos}} \frac{x-4}{6} + \frac{x-2}{4} = \frac{x}{2} - \frac{5x-6}{12} \rightarrow$

$\xrightarrow[\text{m.c.m.}]{} \frac{2x-8}{12} + \frac{3x-6}{12} = \frac{6x}{12} - \frac{5x-6}{12} \xrightarrow[\text{denominadores}]{\text{Quitamos}} 2x-8+3x-6 = 6x-5x+6 \rightarrow$

$\xrightarrow[\text{Transposición}]{} 2x+3x-6x+5x = 8+6+6 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{} 4x = 20 \xrightarrow[\text{Despejamos}]{} x = \frac{20}{4} \rightarrow x = 5$

c) $\frac{(x+2)\cdot(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} = \frac{x\cdot(11-x)}{6} \xrightarrow[\text{m.c.m.}]{} \frac{3\cdot(x+2)\cdot(x-2)}{12} - \frac{4\cdot(x-3)^2}{12} = \frac{2\cdot x\cdot(11-x)}{12} \rightarrow$

$\xrightarrow[\text{Quitamos denomina.}]{} 3\cdot(x+2)\cdot(x-2) - 4(x-3)^2 = 2x(11-x) \xrightarrow[\text{Operamos}]{} 3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) = 22x - 2x^2 \rightarrow$

$\xrightarrow[\text{Operamos}]{} 3x^2 - 12 - 4x^2 + 24x - 36 - 22x + 2x^2 = 0 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{} x^2 + 2x - 48 = 0 \xrightarrow[\text{Resolvemos}]{}$

$\rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -48 \end{cases} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot(-48)}}{2\cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} = -1 \pm 7 \leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -8 \\ x_2 = +6 \end{cases}$

Bonus.- El testamento del abuelo asciende a 65.000 euros, y se reparte entre sus tres nietos en partes inversamente proporcionales al sueldo de cada una de ellos. Si los sueldos de los nietos son de 900, 1.350 y 1.800 euros. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N = 65.000$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las edades de los hermanos:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{65000}{\frac{1}{900} + \frac{1}{1350} + \frac{1}{1800}} = \frac{65000}{\frac{13}{5400}} = 27.000.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- El de 20 años tiene que aportar: $\frac{27.000.000}{900} = 30.000$ €
- El de 24 años tiene que aportar: $\frac{27.000.000}{1.350} = 20.000$ €
- El de 32 años tiene que aportar: $\frac{27.000.000}{1.800} = 15.000$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad total: 30+20+15=65)

Por tanto, les corresponden respectivamente 30.000€, 20.000€ y 15.000€.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE

Las competencias clave del currículo son:

1) Comunicación lingüística **CCL**
2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología **CMCT**
3) Competencia digital **CD**
4) Aprender a aprender **CPAA**
5) Competencias sociales y cívicas **CSC**
6) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor **SIEP**
7) Conciencia y expresiones culturales **CEC**

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

B.1.1.1.- Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. CCL CMCCT

B.1.2.1.- Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). CMCCT

B.1.2.2.- Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. CMCCT

B.1.2.3.- Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. CMCCT

B.1.2.4.- Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas. CMCCT CAA

B.1.3.1.- Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. CMCCT

B.1.3.2.- Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad. CMCCT

B.1.4.1.- Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución. CMCCT

B.1.4.2.- Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad. CMCCT CAA

B.1.5.1.- Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico. CCL CMCCT

B.1.6.1.- Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés. CMCCT CSC

B.1.7.1.- Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. CMCCT CSIEE

B.1.7.2.- Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas. CMCCT

B.1.7.3.- Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. CMCCT

B.1.7.4.- Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. CMCCT

B.1.7.5.- Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados. CMCCT

B.1.8.1.- Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada. CMCCT CAA

B.1.8.2.- Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación. CMCCT

B.1.8.3.- Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso. CMCCT

B.1.8.4.- Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas. CMCCT CAA CCEC

B.1.9.1.- Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad. CMCCT CSIEE

B.1.10.1.- Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares. CMCCT CAA

B.1.11.1.- Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente. CMCCT CD

B.1.11.2.- Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas. CMCCT

B.1.11.3.- Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos. CMCCT

B.1.11.4.- Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas. CMCCT

B.1.8.1.- Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,…), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión. CCL CD

B.1.8.2.- Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula. CCL

B.1.8.3.- Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora. CD CAA

Bloque 2. Números y Álgebra

B.2.1.1.- Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa. CMCT, CAA

B.2.1.2.- Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período. CMCT, CAA

B.2.1.3.- Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico. CMCT, CAA

B.2.1.4.- Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados. CMCT, CAA

B.2.1.5.- Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados. CMCT, CAA

B.2.1.6.- Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos. CMCT, CAA

B.2.1.7.- Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado. CMCT, CAA

B.2.1.8.- Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos. CMCT, CAA

B.2.1.9.- Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones. CMCT, CAA

B.2.1.10.- Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución. CMCT, CAA

B.2.2.1.- Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores. CMCT

B.2.2.2.- Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios. CMCT

B.2.2.3.- Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los "n" primeros términos, y las emplea para resolver problemas. CMCT

B.2.2.4.- Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas. CMCT

B.2.3.1.- Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana. CMCT

B.2.3.2.- Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado. CMCT

B.2.3.3.- Factoriza polinomios con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común. CMCT

B.2.4.1.- Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido. CCL, CMCT, CD, CAA.