MATEMÁTICAS 3

Colección de ejercicios de examen resueltos

Raúl González Medina

1.– Calcula paso a paso cada una de las siguientes operaciones combinadas.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

a) $\sqrt{36}-3\cdot(3-5)+3^2-4^0+5^3:5=6-3\cdot(-2)+9-1+5^2=6+6+6-1+25=45$

b) $\left(36:3^2+5\right):3+4\cdot\left(7-2^3+3\cdot4-5\right)=(36:9+5):3+4\cdot(7-8+12-5)=(4+5):3+4\cdot(6)=3+24=27$

2.– Calcula paso a paso las siguientes operaciones. Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{5}}=1+\dfrac{1}{\dfrac{6}{5}}=1+\dfrac{5}{6}=\dfrac{11}{6}$

b) $0,2+0,\widehat{2}+0,0\widehat{2}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{9}+\dfrac{2}{90}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{9}+\dfrac{1}{45}=\dfrac{20}{45}=\dfrac{4}{9}$

3.– Imane y Rhim salen de viaje al desierto con una cierta cantidad de gasoil en el depósito de su todoterreno. El viaje lo hacen en dos etapas: en la primera, desde *Casablanca a Marrakech* consumen 2/5 del combustible, y en la segunda 1/3 de lo que quedaba después de la primera etapa, si llegan a *Ouarzazate* con 20 litros en el depósito. ¿Con cuántos litros de gasoil emprendieron el viaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si en la primera etapa gastan 2/5 del combustible, le quedarán 3/5.

Y si en la segunda etapa gastan 1/3 de lo que le queda de la primera, gastan 1/3 de 3/5, por tanto, gastan:

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

Por tanto, entre las dos etapas habrán gastado:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

Por tanto, les quedarán 2/5 del depósito.

Si han llegado a Ouarzazate con 20 litros de gasoil, entonces los 2/5 del depósito se corresponderán a esos 20 litros.

$$Si\ \frac{2}{5}\quad son\quad 20l\quad\rightarrow\quad\frac{1}{5}\quad son\quad 10l\quad y\quad\frac{5}{5}\quad son\quad 5\cdot10=50l$$

Por tanto Imane y Rhim emprendieron el viaje con 50 litros de gasoil en su depósito.

4.– En el museo de Ceuta la visita es guiada y entran 25 personas cada 25 minutos. Si la visita dura 90 minutos y el primer grupo entra a las 9 de la mañana, ¿Cuántos visitantes hay dentro del museo a las 10:00?, ¿y cuántos hay a las 11:15?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Para calcular los visitantes que entran y salen nos ayudaremos de una tabla:

Hora	Entran	Salen	En el interior
9:00	25 (G1)		25
9:25	25 (G2)		50
9:50	25 (G3)		75
10:00			**75**
10:15	25 (G4)		100
10:30		25 (G1)	75
10:40	25 (G5)		100
10:55		25 (G2)	75
11:05	25 (G6)		100
11:15			**100**

Los primeros visitantes entran a las 9:00, el segundo grupo a las 9:25 y el tercero a las 9:50, por tanto a las 10:00 de la mañana habrá tres grupos dentro del museo, y todavía no habrá salido ninguno. Por tanto serán:

$$25\ \frac{personas}{\cancel{grupo}} \cdot 3\ \cancel{grupos} = 75\ personas$$

A las 11:15, como podemos ver en la tabla, han entrado 6 grupos y han salido dos, por tanto quedan en el interior 4 grupos:

$$25\ \frac{personas}{\cancel{grupo}} \cdot (6-2)\ \cancel{grupos} = 25\ \frac{personas}{\cancel{grupo}} \cdot 4\ \cancel{grupos} = 100\ personas$$

Por tanto a las 10:00 hay 75 personas dentro del museo y a las 11:15 hay 100 personas.

5.- Se celebra en Roma una conferencia para la defensa ecológica del Mediterráneo, con la asistencia de científicos de algunos países ribereños: 1/6 españoles, 1/5 marroquíes, 1/8 argelinos, 1/8 tunecinos, 1/10 franceses y el resto italianos, que son 34. ¿Cuántos científicos van a la reunión?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si sumamos las fracciones de cada una de las nacionalidades obtenemos:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}=\frac{20}{120}+\frac{24}{120}+\frac{15}{120}+\frac{15}{120}+\frac{12}{120}=\frac{86}{120}=\frac{43}{60}$$

El resto son $1-\frac{43}{60}=\frac{17}{60}$ que se corresponden con los italianos que dicen que son 34 científicos.

Por tanto: $\frac{17}{60}$ se corresponde con 34 científicos, $\frac{1}{60}$ son 34:17=2 científicos y $\frac{60}{60}$ son 2·60=120.

Por tanto, a la conferencia que se celebra en Roma asisten 120 científicos.

6.- Si una persona gasta los 3/5 de su sueldo mensual, cuando han transcurrido 2/3 del mes. Considerando que mantiene el mismo patrón de gasto, ¿Qué fracción de su sueldo le queda al final de mes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Vamos a resolverlo con un regla de 3:

Tiempo transcurrido	Sueldo consumido
2/3	3/5
3/3	x

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}}=\frac{\frac{3}{3}}{x} \rightarrow \frac{2}{3}\cdot x=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{3} \rightarrow \frac{2}{3}\cdot x=\frac{3}{5} \rightarrow x=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{10}$$

Luego al final de mes ha consumido 9/10 de su salario.

Por tanto, le queda todavía 1/10 de su salario.

7.- Calcula paso a paso cada una de las siguientes operaciones combinadas.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

a) $7\cdot3+\left[6+2\cdot\left(2^3:4+3\cdot2\right)-7\sqrt{4}\right]+9:3=21+\left[6+2\cdot(8:4+6)-7\cdot2\right]+3=21+(6+2\cdot8-14)+3=21+8+3=32$

b) $(-2)^3-(-3)^2+\left[(-1)\cdot(-3)\right]^2+\left[(-10):5\right]^3+4^2=-8-9+9-8+16=0$

8.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones. (*Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.*)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

$$a)\ 1+\frac{5}{1+\frac{3}{2}}=1+\frac{5}{\frac{2}{2}+\frac{3}{2}}=1+\frac{5}{\frac{5}{2}}=1+\frac{10}{5}=1+2=3$$

$$b)\ 0,3+0,\hat{3}+0,0\hat{3}=\begin{cases}0,3=\frac{3}{10}=\frac{3}{10}\\ 0,\hat{3}=\begin{cases}N=0,\hat{3}\\10N=3,\hat{3}\end{cases}\rightarrow\quad 9N=3\quad\rightarrow\quad N=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}\\ 0,0\hat{3}=\begin{cases}10N=0,\hat{3}\\100N=3,\hat{3}\end{cases}\rightarrow\quad 90N=3\quad\rightarrow\quad N=\frac{3}{90}=\frac{1}{30}\end{cases}$$

$$\rightarrow\quad 0,3+0,\hat{3}+0,0\hat{3}==\frac{3}{10}+\frac{1}{3}+\frac{1}{30}=\frac{9+10+1}{30}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$$

9.- Un futbolista ha metido los 2/5 del número de goles marcados por su equipo y otro la cuarta parte del resto. Si los demás jugadores han conseguido 45 goles. a) ¿cuántos goles marcó el equipo en toda la temporada?; b)¿Qué fracción de los goles marcó el resto del equipo?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

- El primer futbolista ha metido $\frac{2}{5}$

Por tanto, quedan $\frac{3}{5}$

- El segundo futbolista mete $\frac{1}{4}de\frac{3}{5}=\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$

Entre los dos han marcado: $\frac{2}{5}+\frac{3}{20}=\frac{8}{20}+\frac{3}{20}=\frac{11}{20}$

Por tanto, el resto del equipo habrá marcado: $1-\frac{11}{20}=\frac{9}{20}$

Y estos 9/20 se corresponderán con los goles que ha marcado el resto del equipo, es decir los 45 goles.

$\frac{9}{20}$ son 45 goles $\rightarrow$ $\frac{1}{20}$ son 45:9=5 goles; $\rightarrow$ $\frac{20}{20}$ son 5·20=100 goles

Así que el equipo marcó 100 goles en toda la temporada. Que en fracción representan 9/20 de los goles totales.

10.- Un comerciante compra 150 cajas de manzanas de 30 kg cada una por 2.000€. Paga en el transporte 1€ por caja. Después las envasa en saquitos de 5 kg que vende a 4 € cada uno. Si al envasar la mercancía retira 300 kg de manzanas por estar defectuosas y éstas las vende a una granja como alimento de animales a 1€ cada 6 kilos. ¿A cuánto ascienden sus beneficios?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Como nos preguntan por los beneficios, y éstos son la diferencia entre ingresos y gastos, vamos a calcular cada uno de ellos y luego los restaremos.

Gastos: 2.000 € de las manzanas + 150·1 € por el transporte:

$$G=2.000+150=2.150\ €$$

Beneficios: Calculamos los kilos de manzanas, multiplicando las cajas por lo que pesa cada una:

$$150\ \cancel{cajas}\cdot 30\ \frac{kg}{\cancel{caja}}=4.500\ Kg$$

Restamos los que están defectuosos: $4.500-300=4.200\ Kg$

Los envasamos en saquitos de 5 kg: $4.200:5=840\ saquitos$

Y los vendemos a 4 € cada uno: $840\cdot 4=3.360$ €

Además, las manzanas podridas las vendemos en bolsas de 6 kilos: $300:6=50\ bolsas$

Que se venden a 1 euro los 6 kilos: $50\cdot 1=50$ €

Con esto, los ingresos son: $I=3.360+50=3.410$ €

Así que los beneficios son: $B=I-G=3.410-2.150=1.260$ €

Por tanto, el comerciante obtiene unos beneficios de 1.260 € con la venta.

11.- La familia de Silvia gasta 1/3 de su presupuesto en vivienda y 3/7 en alimentación. ¿Qué fracción del presupuesto le queda para otros gastos? Si sus ingresos mensuales son 2.100 euros, ¿cuánto pagan por la vivienda? ¿Y por la alimentación?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si la familia de Silvia gasta 1/3 de su presupuesto en vivienda y 3/7 en alimentación, entre los dos se han gastado:

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{7}=\frac{7}{21}+\frac{9}{21}=\frac{16}{21}$$

Por lo que les quedan:

$$1-\frac{16}{21}=\frac{21}{21}-\frac{16}{21}=\frac{5}{21}$$

Así que, para otros gastos les quedan $\frac{5}{21}$

Si sus ingresos son de 2.100 €, han gastado:

- ***En vivienda:*** $\frac{1}{3}$ de $2.100=\frac{1}{3}\cdot 2.100=700$ €
- **En Alimentación:** $\frac{3}{7}$ de $2.100=\frac{3}{7}\cdot 2.100=900$ €

Por tanto, en vivienda se gastan 700 € mientras que en alimentación 900 €.

12.- En una boda, 2/3 de los asistentes son mujeres, los 3/5 de los hombres están casados y los otros 6 están solteros. ¿Cuántas personas asistieron a la boda?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si en la boda 2/3 son mujeres, entonces 1/3 son hombres. Además si 3/5 están casados, entonces 2/5 no lo están o están solteros. Como hay 6 solteros, entonces estos 6 se corresponden con 2/5 de 1/3 de los asistentes, o lo que es lo mismo con 2/15 de los asistentes:

$$\frac{2}{15}\ son\ 6\ \rightarrow\ \frac{1}{15}\ son\ 6:2=3\quad y\quad \frac{15}{15}\ son\ 3\cdot 15=45$$

A la boda asistieron 45 personas.

13.- Calcula paso a paso cada una de las siguientes operaciones combinadas.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

a) $2^{10}-25:3^0+4^2\cdot(125:5-13)^2=1024-25+16\cdot(25-13)^2=999+16\cdot144=999+2304=3303$

b) $\left[\sqrt{36}:3\left(3^2-5\right)+4^2\cdot\left(\sqrt{16}-2\right):2\right]:\left(16^2:\sqrt{16}\cdot8^3\right)^0=\left[6:3\cdot(9-5)+4^2\cdot(4-2):2\right]:1=$

$=\left[2\cdot(4)+16\cdot(2):2\right]=8+16=24$

14.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones. (*Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.)*

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $3+\dfrac{2}{4+\dfrac{2}{5}}=3+\dfrac{2}{\dfrac{20}{5}+\dfrac{2}{5}}=3+\dfrac{2}{\dfrac{22}{5}}=3+\dfrac{10}{22}=\dfrac{66}{22}+\dfrac{10}{22}=\dfrac{76}{22}=\dfrac{38}{11}$

b) $0,6+0,\hat{6}+0,0\hat{6}=\begin{cases}0,6=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}\\ 0,\hat{6}=\begin{cases}N=0,\hat{6}\\10N=6,\hat{6}\end{cases}\to\quad 9N=6\quad\to\quad N=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}\\ 0,0\hat{6}=\begin{cases}10N=0,\hat{6}\\100N=6,\hat{6}\end{cases}\to\quad 90N=6\quad\to\quad N=\dfrac{6}{90}=\dfrac{1}{15}\end{cases}$

$\to\quad 0,6+0,\hat{6}+0,0\hat{6}=\dfrac{3}{5}+\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{9+10+1}{15}=\dfrac{20}{15}=\dfrac{4}{3}$

15.- En una pausa publicitaria vemos que 5/9 son anuncios de coches. Del resto, 2/5 son anuncios de apuestas deportivas. Si los anuncios de apuestas fueron ocho; a) ¿cuántos anuncios no fueron ni de apuestas ni de coches?; b) ¿cuántos anuncios fueron de apuestas deportivas? Si cada anuncio dura 15 segundos y nos publicitan que volverán en 7 minutos, ¿nos mintieron?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

- Anuncios de ***Coches:*** $\dfrac{5}{9}\quad\to\quad$ Quedan $1-\dfrac{5}{9}=\dfrac{4}{9}$
- ***Apuestas:*** $\dfrac{2}{5}\,de\,\dfrac{4}{9}=\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{4}{9}=\dfrac{8}{45}\quad\to\quad \text{Coches+Apue}=\dfrac{5}{9}+\dfrac{8}{45}=\dfrac{25}{45}+\dfrac{8}{45}=\dfrac{33}{45}=\dfrac{11}{15}\quad\to$

  Quedan: $1-\dfrac{11}{15}=\dfrac{4}{15}$

Si de apuestas fueron 8 anuncios, entonces:

$$\frac{8}{45}\quad son\quad 8\quad\to\quad\frac{1}{45}\quad son\quad 8:8=1\quad y\quad\frac{45}{45}\quad son\quad 1\cdot45=45\ anuncios$$

El total de anuncios es de 45 y como $\dfrac{4}{15}$ no son de coches ni de apuestas deportivas, tenemos que:

$$\frac{4}{15}\ de\ 45=\frac{4}{15}\cdot45=12$$

Por tanto 12 anuncios no son ni de apuestas ni de coches.

De apuestas deportivas fueron 8 como dice el enunciado.

8 anuncios son de apuestas deportivas.

Si cada anuncio dura 15 segundos, el total de la pausa es de $45\cdot15=675$ segundos $=\dfrac{675}{60}=11,25$ min

Luego queda claro que *nos mintieron* porque nos publicitaron que volverían en 7 minutos.

16.- Un apicultor tiene 187 colmenas con una producción de dos cosechas al año, a razón de 9 kilos de miel por colmena en cada cosecha. La miel se envasa en tarros de medio kilo y se comercializa en cajas de 6 tarros que se venden a 18 euros la caja. ¿Qué beneficio anual producen las abejitas?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Calculamos los kg de miel producida en un año multiplicando el número de colmenas por los kg que produce cada colmena y por dos porque hay dos cosechas al año:

$$187\ \cancel{\text{colmenas}} \cdot 9\ \frac{\text{kilos}}{\cancel{\text{colmena}} \cdot \cancel{\text{cosecha}}} \cdot 2\ \cancel{\text{cosechas}} = 3.366 \text{ kilos}$$

Como se envasan en botes de medio kilo, dividimos:

$$3.366 : \frac{1}{2} = 6.732 \text{ tarros}$$

Al comercializarlos en cajas de 6 tarros, dividimos entre 6 para calcular las cajas:

$$6.732 : 6 = 1.122\ cajas$$

Para calcular el beneficio basta con multiplicar el número de cajas por el precio de cada caja:

$$1.122 \cdot 18 = 20.196\ €$$

El apicultor obtiene unos beneficios de 20.196 €

17.- Tu profesor de Matemáticas ha corregido 2/5 de los *controles de operaciones* con rotulador rojo, y ¼ con rotulador azul. Si todavía le quedan por corregir 42, ¿cuántos controles tenía que corregir?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Sumamos los exámenes corregidos en color rojo y los corregidos en color azul tenemos:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$$

Si ya ha corregido 13 partes de 20, le quedan por corregir 7 partes de 20.

$$1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$$

Como también le quedan 42 exámenes, quiere decir que $\frac{7}{20}$ se corresponden con 42 exámenes.

Si $\frac{7}{20}$ son 42 exámenes, $\frac{1}{20}$ serán 42:7=6 exámenes y $\frac{20}{20}$ serán 6·20=120 exámenes.

Así que tu profesor tenía que corregir 120 exámenes en total.

18.- Si el área del huerto cuadrado de mi abuelo es la mitad que el de mi tío, que tiene 200 m^2, ¿cuánto mide el lado del huerto de mi abuelo?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si el área del huerto del abuelo es la mitad que la del tío, su área será de 100 m^2, y por tanto el lado se corresponde con la raíz cuadrada.

$$\sqrt{100} = 10 \text{ metros.}$$

Así que el lado del huerto cuadrado del abuelo mide 10 m.

19.- Calcula paso a paso cada una de las siguientes operaciones combinadas.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

a) $-4\cdot(4-2)^3+(-3+1)^4+(2\cdot3)^3:(-1-5)-4:(2-3)^7=-4\cdot(2)^3+(-2)^4+(6)^3:(-6)-4:(-1)^7=$
$=-4\cdot8+16-36-4:(-1)=-32+16-36+4=-48$

b) $\left[\sqrt{36}:3\cdot(3^2-5)+4^2\cdot\left(\sqrt{16}-2\right):2\right]=\left[6:3\cdot(9-5)+16\cdot(4-2):2\right]=\left[6:3\cdot4+16\cdot2:2\right]=2\cdot4+16=$
$=8+16=24$

20.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones. (*Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.*) **(2 puntos)**

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $1+\dfrac{2}{4+\dfrac{1}{5}}=1+\dfrac{2}{\dfrac{20}{5}+\dfrac{1}{5}}=1+\dfrac{2}{\dfrac{21}{5}}=1+\dfrac{10}{21}=\dfrac{21}{21}+\dfrac{10}{21}=\dfrac{31}{21}$

b) $0,5+0,\hat{5}+0,0\hat{5}=\begin{cases}0,5=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}\\ 0,\hat{5}=\begin{cases}N=0,\hat{5}\\10N=5,\hat{5}\end{cases}\rightarrow\quad 9N=5\quad\rightarrow\quad N=\dfrac{5}{9}\\ 0,0\hat{5}=\begin{cases}10N=0,\hat{5}\\100N=5,\hat{5}\end{cases}\rightarrow\quad 90N=5\quad\rightarrow\quad N=\dfrac{5}{90}=\dfrac{1}{18}\end{cases}$

$\rightarrow\quad 0,5+0,\hat{5}+0,0\hat{5}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{9}+\dfrac{1}{18}=\dfrac{9+10+1}{18}=\dfrac{20}{18}=\dfrac{10}{9}$

21.- En un quiosco se han vendido a lo largo de la mañana los 2/3 de un lote de periódicos. Por la tarde se han vendido la mitad de los que han quedado; a) ¿Qué fracción del total de periódicos representan los vendidos por la tarde?; b) Si son 20 periódicos los que no se han vendido, ¿cuántos había al empezar el día?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si por la mañana se venden $\dfrac{2}{3}$ de los periódicos, para la tarde quedan: $1-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$

Si por la tarde venden la mitad de lo que quedó por la mañana, han vendido $\dfrac{1}{2}\,de\,\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$

Así que en total han vendido $M+T=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{4}{6}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

Por tanto, quedan sin vender: $1-\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{6}$

Si además nos dicen que no se han vendido 20 periódicos, quiere esto decir que:

$\dfrac{1}{6}$ del total de periódicos son 20 periódicos, por tanto:

$\dfrac{6}{6}$ de los periódicos serán $6\cdot20=120$ periódicos.

La fracción de periódicos vendidos por la tarde es de 1/6, y el total de periódicos es de 120.

22.- Un almacenista compra 200 cajas de naranjas, de 20 kg cada una, por 1.000 €. El transporte vale 160 €. Las selecciona y las envasa en bolsas de 5 kg. En la selección desecha, por defectuosas, unos 100 kg. ¿A cómo debe vender la bolsa si desea ganar 400 €?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Los gastos realizados son: 1.000 € por las naranjas y 160 € por el transporte:

$$G=Gastos=1.000+160=1.160\ €$$

Si compra 200 cajas de 20 kilos cada una, en total ha comprado $200 \cdot 20 = 4.000\ kg$ de naranjas.
Si desecha por defectuosas 100 kg, le quedan: $4.000 - 100 = 3.900\ kg$ que envasa en bolsas de 5 kg:

$$3.900 : 5 = 780 \text{ bolsas}$$

Si quiere ganar 400€, tiene que recaudar lo que él ha pagado por las naranjas: 1.160 + los beneficios que quiere obtener, así que ha de ingresar:

$$I = Ingresos = 1.160 + 400 = 1.560\ €$$

Como tiene que vender 780 bolsas, si dividimos lo que tiene que ingresar entre las bolsas a vender, nos saldrá el precio al que tiene que vender cada bolsa:

$$1.560\ € : 780\ bolsas = 2\ {}^{€}\!/\!_{bolsa}$$

Luego tiene que vender cada bolsa a 2 € para obtener los 400 € de beneficios.

23.- Dora la exploradora realiza 3/5 de un viaje en tren, 1/3 en autobús y el resto en bicicleta. Si en bicicleta ha recorrido 20 km, ¿cuál es la longitud total de su recorrido?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si sumamos la parte del viaje que realiza en tren con la que realiza en autobús obtenemos:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{14}{15}$$

Luego ya ha realizado 14 partes de 15 del viaje, por lo que le quedan por recorrer:

$$1 - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$$

Si el enunciado nos dice que a Dora le quedan por recorrer 20 kilómetros, entonces:

$$\frac{1}{15} \text{ son 20 kilómetros} \quad \rightarrow \quad \frac{15}{15} \text{ son } 15 \cdot 20 = 300\ km$$

Así que la longitud del viaje de Dora es de 300 kilómetros.

24.- Los 2/5 de los chicos de una clase llevan gafas. En esa clase 7/12 son chicas. En la clase hay 36 personas. ¿Cuántos alumnos (chicos) de la clase no llevan gafas?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si $\frac{7}{12}$ son chicas, entonces: $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ son chicos.

Si de éstos, $\frac{2}{5}$ llevan gafas, entonces no llevarán gafas: $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Los chicos que no llevan gafas son $\frac{3}{5}\ de\ \frac{5}{12} = \frac{3}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ del total de alumnos.

Luego chicos sin gafas de la clase son: $\frac{1}{4}\ de\ 36 = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9$

Luego en la clase hay 9 chicos que no llevan gafas.

25.- Calcula paso a paso cada una de las siguientes operaciones combinadas.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

a) $(-5) \cdot 3^2 - \sqrt{49} : \left[(-5) \cdot (-2) - 3^1\right] = (-5) \cdot 9 - 7 : [10 - 3] = -45 - 7 : [7] = -45 - 1 = -46$

b) $(15 - 4) + 3 - (12 - 5 \cdot 2) + (5 + 16 : 4) - 5 + \left(10 - 2^3\right) = 11 + 3 - (12 - 10) + (5 + 4) - 5 + (10 - 8) =$
$= 14 - 2 + 9 - 5 + 2 = +18$

26.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones. (*Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.*) **(2 puntos)**

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

$$a)\ 3+\frac{2}{4+\frac{2}{5}}=3+\frac{2}{\frac{20}{5}+\frac{2}{5}}=3+\frac{2}{\frac{22}{5}}=3+\frac{10}{22}=\frac{66}{22}+\frac{10}{22}=\frac{76}{22}=\frac{38}{11}$$

$$b)\ 0,7+0,\hat{7}+0,0\hat{7}=\begin{cases}0,7=\dfrac{7}{10}\\ 0,\hat{7}=\begin{cases}N=0,\hat{7}\\10N=7,\hat{7}\end{cases}\rightarrow\quad 9N=7\quad\rightarrow\quad N=\dfrac{7}{9}\\ 0,0\hat{7}=\begin{cases}10N=0,\hat{7}\\100N=7,\hat{7}\end{cases}\rightarrow\quad 90N=7\quad\rightarrow\quad N=\dfrac{7}{90}\end{cases}$$

$$\rightarrow\quad 0,7+0,\hat{7}+0,0\hat{7}=\frac{7}{10}+\frac{7}{9}+\frac{7}{90}=\frac{63+70+7}{90}=\frac{140}{90}=\frac{14}{9}$$

27.- 3/5 de las alumnas de clase hacen el camino de casa al colegio en coche o en autobús, las demás van andando. Si los tres cuartos de las alumnas que usan vehículo hacen el viaje en coche y 9 alumnas utilizan autobús ¿Cuántas alumnas hay en clase?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si $\frac{3}{5}$ de las alumnas van en coche o en autobús, $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ van andando.

Si $\frac{3}{4}$ de las alumnas motorizadas, van en coche, entonces $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ de las motorizadas van en autobús.

Así que $\frac{1}{4}$ *de* $\frac{3}{5}=\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$ de las alumnas totales van en autobús.

Si además por el enunciado sabemos que en Bus van 9 chicas, entonces:

$\frac{3}{20}$ de las alumnas son 9 $\rightarrow$ $\frac{1}{20}$ de las alumnas son 9:3=3 *y* $\rightarrow$ $\frac{20}{20}$ son 3·20=60 alumnas.

Por tanto, en la clase hay 60 alumnas.

28.- Una ganadería tiene 150 vacas que dan 8 litros diarios cada una. Para la obtención de 2 kg de mantequilla se necesitan 25 litros de leche. Si vende cada kg de mantequilla a 6 €, ¿cuánto dinero ingresa cada día por vender toda la mantequilla?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si 150 vacas dan 8 litros cada una, en total darán: $150\ vacas\cdot 8\ {}^{litros}/_{vaca}=1.200\ litros$

Como nos dicen que para la obtención de 2 kilogramos de mantequilla se necesitan 25 litros de leche, si dividimos los litros de leche entre 25, obtendremos cuantas veces 2 kilos de mantequilla se pueden obtener:

$$1.200 litros : 25\ {}^{litros}/_{por\ 2\ kg}=48$$ veces 2 kilogramos.

Por tanto, en total se obtienen $48\cdot 2=96\ kg\ de\ mantequilla$

Si cada kilo se vende a 6 euros, en total. El ganadero ingresará:

$96\cdot 6=576$ € por la venta de la mantequilla.

El ganadero gana 576 € por la venta de la mantequilla.

29.- En la comunidad de vecinos de Carlos, los ingresos obtenidos se emplean de la siguiente forma: 1/8 en electricidad, ¼ en mantenimiento, 2/5 en calefacción y el resto en limpieza. a) Hallar la fracción de ingresos que se emplean en limpieza, b) Calcular en qué servicio se gasta más ingresos y en cuál menos, c) Si en limpieza se gastan 575 €, ¿Cuánto ingresa dicha comunidad de vecinos?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si sumamos lo que gastan en electricidad, mantenimiento y calefacción tenemos:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{5}{40}+\frac{10}{40}+\frac{16}{40}=\frac{31}{40}$$

Por tanto el resto será lo que gastan en limpieza:

$$1-\frac{31}{40}=\frac{9}{40}$$

En limpieza gastan 9/40 del presupuesto

Para ver en la que se gasta más, hemos de comparar todas las fracciones, y para ello, reducimos todas las fracciones a común denominador y comparamos los numeradores:

$$\underbrace{\frac{5}{40}}_{Electricidad}+\underbrace{\frac{10}{40}}_{Mantenimiento}+\underbrace{\frac{16}{40}}_{Calefacción}+\underbrace{\frac{9}{40}}_{Limpieza}=\underbrace{\frac{40}{40}}_{Total}$$

Por tanto, en lo que más se gasta es en calefacción y en lo que menos en electricidad.

Como el enunciado dice que en limpieza se gastan 575 €, y la limpieza representa 9/40 del total, entonces:

$\frac{9}{40}$ son 575 €, entonces $\frac{1}{40}$ son 575:9=63,89 € y los $\frac{40}{40}$ son 63,89·40=2.555,56 €

30.- Gasto 1/10 de lo que tengo ahorrado en mi hucha; después, ingreso 1/15 de lo que me queda y aún me faltan 36 € para volver a tener la cantidad inicial. ¿Cuál era esa cantidad?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si gastamos $\frac{1}{10}$, aún quedan: $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

Si ingresamos $\frac{1}{15}$ de lo que queda, ingresamos $\frac{1}{15}\ de\ \frac{9}{10}=\frac{1}{15}\cdot\frac{9}{10}=\frac{9}{150}=\frac{3}{50}$

Si a lo que sacamos le quitamos lo que ingresamos, me da la fracción que falta para llegar a la cantidad inicial:

$$\frac{1}{10}-\frac{3}{50}=\frac{5}{50}-\frac{3}{50}=\frac{2}{50}=\frac{1}{25}$$

Por tanto $\frac{1}{25}$ son los 36 € que faltan y $\frac{25}{25}$ serán 36·25=900 €

Por tanto la cantidad inicial era de 900 €.

31.- Calcula paso a paso:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

$$-4\cdot(4-2)^{-2}-(-3+1)^{3}+(2\cdot3)^{2}:(-1-5)-4:(2-3)^{-7}=-4\cdot(2)^{-2}-(-2)^{3}+(6)^{2}:(-6)-4:(-1)^{-7}=$$

$$=\frac{-4}{2^2}+8-6+4=\frac{-4}{4}+8-6+4=-1+8-6+4=5$$

32.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones. (*Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.*)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

$$a)\ \left(\frac{10}{50}\right)^{-3} - \sqrt[3]{\frac{125}{27}} - \sqrt{\frac{25}{3}-\frac{11}{9}} \cdot \left(\sqrt[3]{-\frac{8}{125}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - \sqrt[3]{\frac{5^3}{3^3}} - \sqrt{\frac{75}{9}-\frac{11}{9}} \cdot \left(\sqrt[3]{-\frac{2^3}{5^3}}\right)^{-1} =$$

$$= 5^3 - \frac{5}{3} - \sqrt{\frac{64}{9}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{5^3}{2^3}} = 5^3 - \frac{5}{3} + \frac{8}{3}\cdot\frac{5}{2} = 125 - \frac{5}{3} + \frac{4}{3}\cdot\frac{5}{1} = 125 - \frac{5}{3} + \frac{20}{3} = 125 + 5 = 130$$

$$b)\ 1,3 + 1,\widehat{4} + 1,0\widehat{5} = \frac{13}{10} + \frac{14-1}{9} + \frac{105-10}{90} = \frac{13}{10} + \frac{13}{9} + \frac{95}{90} = \frac{117}{90} + \frac{130}{90} + \frac{95}{90} = \frac{342}{90} = \frac{19}{5}$$

33.- Un profesor escribe en la pizarra la siguiente operación: $\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$

Y pide a la mitad de la clase que la resuelva mediante las propiedades de los radicales, y a la otra mitad, que lo hagan con las propiedades de las potencias. ¿Qué resultado obtendrá cada una de las partes de la clase?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

 Mediante las propiedades de las potencias:

$$\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2^{\frac{6}{5}} \cdot 2^{-\frac{2}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{6}{5}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{36-20-15}{30}} = 2^{\frac{36-35}{30}} = 2^{\frac{1}{30}}$$

 Mediante las propiedades de los radicales:

$$\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt[30]{8^{12}} \cdot \sqrt[30]{\frac{1}{4^{10}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[30]{2^{15}}} = \sqrt[30]{\left(2^3\right)^{12}} \cdot \sqrt[30]{\frac{1}{\left(2^2\right)^{10}}} \cdot \sqrt[30]{\frac{1}{2^{15}}} = \sqrt[30]{\frac{2^{36}}{2^{20}\cdot 2^{15}}} = \sqrt[30]{2}$$

34.- Ordena de menor a mayor estos radicales. $\sqrt{7}$ $\sqrt[3]{5}$ $\sqrt[4]{11}$

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

Para poder ordenarlos, primero tenemos que reducir a índice común:

$$\sqrt{7} \quad \sqrt[3]{5} \quad \sqrt[4]{11} \quad \rightarrow \quad m.c.m.(2,3,4) = 12 \quad \rightarrow \quad \sqrt[12]{7^6} \quad \sqrt[12]{5^4} \quad \sqrt[12]{11^3}$$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt[12]{7^6} = \sqrt[12]{117649} \\ \sqrt[12]{5^4} = \sqrt[12]{625} \\ \sqrt[12]{11^3} = \sqrt[12]{1331} \end{array}\right\} \rightarrow \sqrt[12]{5^4} < \sqrt[12]{11^3} < \sqrt[12]{7^6} \rightarrow \sqrt[3]{5} < \sqrt[4]{11} < \sqrt{7}$$

35.- Calcula aplicando las propiedades de las potencias de base 10:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

$$\frac{1000^2\cdot\left(\frac{10}{0,1}\right)^{-2} : (0,001)^2\cdot 100^{-3}\cdot 5^0}{(0,001)^{-2}\cdot 100^4 : (0,1)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{0,01}\right)^{-3}} = \frac{\left(10^3\right)^2\cdot\left(\frac{10}{10^{-1}}\right)^{-2} : \left(10^{-3}\right)^2\cdot\left(10^2\right)^{-3}}{\left(10^{-3}\right)^{-2}\cdot\left(10^2\right)^4 : \left(10^{-1}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{10^{-2}}\right)^{-3}} = \frac{10^6\cdot 10^{-4} : 10^{-6}\cdot 10^{-6}}{10^{-6}\cdot 10^8 : 10^3\cdot 10^6} = \frac{10^2}{10^5} = 10^{-3}$$

36.- Las dos quintas partes de las personas residentes en cierta población tienen más de 60 años y de ellos, uno de cada quince son personas de más de ochenta años. ¿Cuántos residentes tiene esa población sabiendo que los octogenarios son 48?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Nos dicen que 1/15 de los 2/5 de la población son personas de más de 80 años, por tanto:

$$\frac{1}{15}\,de\,\frac{2}{5}\ son\ mayores\ de\ 80 = \frac{1}{15}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2}{75}\ \text{son mayores de 80.}$$

Además, como nos dicen que en total son 48 octogenarios, llegamos a:

$\frac{2}{75}$ de la población son 48 personas, por tanto: $\frac{1}{75}$ serán 48:2=24 y de aquí, $\frac{75}{75}$ serán 75·24=1.800

Por tanto, el número de residentes es de 1.800 personas.

37.- Calcula los valores de a, b, c y d en esta igualdad: $\sqrt[3]{100^9 \cdot 98^9 \cdot 81^{15}} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d$

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

Como el radicando está formado por números compuestos, vamos a empezar por descomponerlos en factores primos:

$$\sqrt[3]{100^9 \cdot 98^9 \cdot 81^{15}} = \sqrt[3]{\left(10^2\right)^9 \cdot \left(2 \cdot 7^2\right)^9 \cdot \left(3^4\right)^{15}} = \sqrt[3]{\left[\left(2 \cdot 5\right)^2\right]^9 \cdot \left(2 \cdot 7^2\right)^9 \cdot \left(3^4\right)^{15}} =$$

$$= \sqrt[3]{2^{18} \cdot 5^{18} \cdot 2^9 \cdot 7^{18} \cdot 3^{60}} = \sqrt[3]{2^{27} \cdot 3^{60} \cdot 5^{18} \cdot 7^{18}} = 2^9 \cdot 3^{20} \cdot 5^6 \cdot 7^6$$

Por tanto, a=9, b=20, c=d=6

38.- Un camión cisterna tiene una capacidad de 5.000 litros y se desplaza a una velocidad constante de 80 km/h. ¿Cuánto tardará en traer una carga de agua de una fuente que está a 20 kilómetros y que arroja un caudal de 50 litros por minuto?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si el camión tiene una capacidad de 5.000 litros y la fuente arroja un caudal de 50 litros por minuto, se llenará en:

$$5000l : 50 \, {}^{l}\!/_{\min} = 100 \min$$

Si además el camión recorre 80 km en una hora, para recorrer 20 km tardará menos:

$$\frac{80\ km}{1\ hora} = \frac{20\ km}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} \text{ de hora}$$

Por tanto necesita 100 minutos para llenar el camión y otros 15 minutos para llegar desde la fuente al pueblo, en total 115 minutos.

Así que tardará 2 horas menos 5 minutos.

39: Calcula el valor de k en la siguiente expresión: $\sqrt[4]{k} = \frac{1}{3}$

Mediante la definición de raíz cuarta: $\sqrt[4]{k} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{1}{3}\right)^4 = k \quad \rightarrow \quad k = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

40.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $\sqrt{\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{29}{4}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \sqrt{\left(\frac{6}{4} + \frac{5}{4} - \frac{29}{4}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)} - \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \sqrt{\left(-\frac{18}{4}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)} - \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \sqrt{\frac{36}{4}} - \left(\frac{3}{2}\right)^3 =$

$= \sqrt{9} - \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 3 - \frac{27}{8} = \frac{24}{8} - \frac{27}{8} = -\frac{3}{8}$

b) $\left(1+\frac{1}{2}-1,\hat{3}\right):\left(4+0,1\hat{5}\right)=\left(1+\frac{1}{2}-\frac{13-1}{9}\right):\left(4+\frac{15-1}{90}\right)=\left(1+\frac{1}{2}-\frac{12}{9}\right):\left(4+\frac{14}{90}\right)=\left(1+\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right):\left(4+\frac{7}{45}\right)=$

$=\left(1+\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right):\left(4+\frac{7}{45}\right)=\frac{6+3-8}{6}:\frac{180+7}{45}=\frac{1}{6}:\frac{187}{45}=\frac{45}{1122}=\frac{15}{374}$

c) $(1-6)\cdot 5^{-2}+\frac{3}{15}+5\cdot 2^{-3}-4:(2-3)^7=\frac{1-6}{5^2}+\frac{1}{5}+\frac{5}{2^3}-4:(-1)^7=\frac{-5}{25}+\frac{1}{5}+\frac{5}{8}-4:(-1)=-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{5}{8}+4=$

$=\frac{5}{8}+4=\frac{5+32}{8}=\frac{37}{8}$

d) $\frac{9^5\cdot 3^{-3}\cdot 25^2}{125\cdot 27^3}=\frac{\left(3^2\right)^5\cdot 3^{-3}\cdot\left(5^2\right)^2}{5^3\cdot\left(3^3\right)^3}=\frac{3^{10}\cdot 3^{-3}\cdot 5^4}{5^3\cdot 3^9}=\frac{3^7\cdot 5^4}{5^3\cdot 3^9}=\frac{5}{3^2}=\frac{5}{9}$

41.- Un ganadero vende los 3/4 de la leche que producen sus vacas para envasarla, 2/3 del resto para elaborar mantequilla y 3/5 del nuevo resto para hacer queso. Si aún le quedan 36 litros de leche que donará a una ONG, ¿Cuántos litros de leche producen sus vacas? ¿Cuánta leche dedica a cada cosa?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

- Si ¾ de la leche la vende para envasar, le queda ¼
- Si 2/3 del resto la usa para elaborar mantequilla, usa 2/3 de ¼ = 2/12=1/6

Por lo que hasta ahora ha gastado: $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{9+2}{12}=\frac{11}{12}$

Así que aún quedan 1/12.

- Si 3/5 de lo que queda lo usa para hacer queso, usa 3/5 de 1/12=3/60=1/20

Así que ya ha utilizado: $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{20}=\frac{45+10+3}{60}=\frac{58}{60}=\frac{29}{30}$

Por lo que queda 1/30 de leche.

Si dice que quedan 36 litros que da a una ONG, entonces:

$$\frac{1}{30}\text{ son 36 litros de leche}\quad\rightarrow\quad\frac{30}{30}\text{ son }36\cdot 30=1.080\text{ litros}$$

Por tanto, las vacas producen $1.080\ litros\begin{cases}Leche\ envasada:\frac{3}{4}\ de\ 1.080=810l\\ Mantequilla:\frac{1}{6}\ de\ 1.080=180l\\ Queso:\frac{1}{20}\ de\ 1.080=54l\\ ONG:36l\end{cases}$

42.- Un mayorista compra 500 cajas de tomates de 10 kg cada caja por 4.500 euros en total. El transporte cuesta 600 euros y durante el trayecto se caen unas cuantas cajas y se echan a perder 500 kg de tomates. ¿A cuánto debe vender el kilo de tomates para ganar 3.900 euros?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.1)

El mayorista compra: $500\ cajas\cdot 10\frac{kg}{caja}=5.000\ kg$ de tomates en los que se gasta 4.500 € + 600 € de transporte, en total:

$$Gastos: 4.500+600=5.100\ €$$

Si con la venta quiere ganar 3.900 €, eso quiere decir, que tendrá que venderlos 3.900 € más caros de los que los compró, por tanto deberá venderlos por un total de:

$$Ingresos: 3.900 + 5.100 = 9.000\ €$$

Si 500 kg se echan a perder, esos ingresos los tendrá que sacar de la venta de $5000 - 500 = 4.500\ kg$
Luego para calcular a cuánto tiene que vender el kilo, bastaría con dividir el dinero ente los kilos:

$$\text{Precio del kilo: } 9.000\ € \ : \ 4.500\ kg \ = \ 2\ €\ el\ kilo$$

Luego ha de vender cada kilo de tomates a 2 euros.

43.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

a) $3\sqrt{5} - 7\sqrt{125} + \frac{3}{2}\sqrt{405} + \frac{5}{6}\sqrt{20} = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5^3} + \frac{3}{2}\sqrt{3^4\cdot 5} + \frac{5}{6}\sqrt{2^2\cdot 5} = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5^3} + \frac{3}{2}\sqrt{3^4\cdot 5} + \frac{5}{6}\sqrt{2^2\cdot 5} =$

$= 3\sqrt{5} - 7\cdot 5\sqrt{5} + \frac{3}{2}\cdot 3^2\sqrt{5} + \frac{5}{6}\cdot 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 35\sqrt{5} + \frac{27}{2}\sqrt{5} + \frac{5}{3}\sqrt{5} = \left(3 - 35 + \frac{27}{2} + \frac{5}{3}\right)\sqrt{5} = \frac{-101}{6}\sqrt{5}$

b) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}m^{12}b^{15}c} = \sqrt[3]{\frac{2^3\cdot 3^3}{7^3}m^{12}b^{15}c} = \frac{2\cdot 3}{7}\cdot m^4\cdot b^5\sqrt[3]{c} = \frac{6}{7}\cdot m^4\cdot b^5\sqrt[3]{c}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{6}}\cdot\frac{3-\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{18}}{9-6} = \frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

44.- A María le gusta tomar una mezcla de zumo de naranja y de limón. Un día llenó un vaso hasta la mitad de zumo de naranja y la otra mitad de limón. Después de agitar bien el vaso, tomó un tercio del total y luego lo volvió a llenar con zumo de limón. ¿Qué fracción de líquido había al final de zumo de naranja?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

En el vaso hay ½ de zumo de naranja y ½ de limón. Si tomamos 1/3 de este vaso, tendremos 1/6 de zumo de naranja y 1/6 de limón. Si luego añadimos zumo de limón hasta llenar de nuevo el vaso, hemos añadido 2/3 de zumo de limón, luego en el vaso seguirá habiendo 1/6 de zumo de naranja.

Hay 1/6 de zumo de naranja.

45.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $\sqrt{-\frac{5}{9}+1}\cdot\left(-2+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-1\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = \sqrt{-\frac{5}{9}+\frac{9}{9}}\cdot\left(-\frac{8}{4}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{4}\right)\cdot(-2)^2 = \sqrt{\frac{4}{9}}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot(-2)^2 =$

$= \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-4\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{10}{3}\right) = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

b) $\left(3+\frac{2}{3}-1,\hat{4}\right):\left(2-1,3\hat{5}\right) = \left(3+\frac{2}{3}-\frac{14-1}{9}\right):\left(2-\frac{135-13}{90}\right) = \left(3+\frac{2}{3}-\frac{13}{9}\right):\left(2-\frac{122}{90}\right) = \frac{20}{9}:\frac{29}{45} = \frac{100}{29}$

c) $(1-7)\cdot 6^{-2}+\frac{5}{18}+3\cdot 3^{-3}-5:(5-6)^7 = \frac{-6}{36}+\frac{5}{18}+\frac{3}{27}-5:(-1)^7 = \frac{-1}{6}+\frac{5}{18}+\frac{1}{9}+5 = \frac{-3+5+2+90}{18} = \frac{47}{9}$

d) $\frac{81^3\cdot 3^{-3}\cdot 25^{-2}}{125^{-3}\cdot 27^3} = \frac{\left(3^4\right)^3\cdot 3^{-3}\cdot\left(5^2\right)^{-2}}{\left(5^3\right)^{-3}\cdot\left(3^3\right)^3} = \frac{3^{12}\cdot 3^{-3}\cdot 5^{-4}}{5^{-9}\cdot 3^9} = \frac{3^9\cdot 5^9}{3^9\cdot 5^4} = 5^5$

46.- Vicente ha preparado una tortilla de patatas para sus cuatro hijos que corta en trozos iguales. El primero en llegar a casa se comió la tercera parte, el segundo, la mitad de lo que quedaba, el tercero, las dos terceras partes de lo que le dejó el anterior, y él último, que no tenía mucha hambre, se comió solo uno de los dos trozos de tortilla que quedaban. ¿qué fracción de la tortilla se comió el último? ¿cuántos trozos se comió cada uno?, ¿comió algo Vicente?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

 El **primero** se come 1/3

Quedan: 2/3

 El **segundo** se come la mitad de lo que queda: ½ de 2/3 =2/6=1/3

Si el primero se come 1/3 y el segundo también, entre los dos se han comido 2/3 (1+2=2/3)

Quedan 1/3

 El **tercero** se come 2/3 de lo que dejó el anterior; 2/3 de 1/3 = 2/9

Luego entre los tres primeros hermanos se han comido: $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{8}{9}$

Quedan 1/9

El **cuarto** se come la mitad de lo que queda: ½ de 1/9 = 1/18

Como quedan dos trozos, entonces 1/9 son esos dos trozos:

$$\frac{1}{9} \textit{ son dos trozos de tortilla} \quad \rightarrow \quad \frac{9}{9} \textit{ serán } 2\cdot 9= 18 \textit{ trozos de tortilla.}$$

Si Vicente partió la tortilla en 18 trozos, el primero se comió 6, al igual que el segundo, el tercero se comió 4 y el último solo 1. Por tanto, al final quedó un trozo para Vicente.

47.- En el trayecto de casa al trabajo, mi coche consume de media 6,25 litros de gasoil cada 100 kilómetros. Si dicho trayecto es de 18 kilómetros y hago un viaje de ida y otro de vuelta diarios durante los 22 días que trabajo al mes. ¿Cuánto me gasto mensualmente en gasoil si el litro está actualmente a 1,23 euros?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.1)

Lo primero es calcular la distancia en kilómetros que recorro al mes, para ello multiplico los kilómetros por dos (ida y vuelta) y luego por 22 (que son los días que voy a trabajar):

$$Distancia = 18\cdot 2\cdot 22 = 792\ km$$

Después calculo los litros de gasoil que consume mi choche cada kilómetro, para ello, como conozco el consumo cada 100 km, divido por 100 y tendré el consumo por kilómetro:

$$\text{Por cada km consumiré: } 6,25:100 = 0,0625\ litros$$

Como recorro 792 km, basta con multiplicar los kilómetros que recorro por lo que consumo cada kilómetro:

$$\text{Consumo: } 792\ km \cdot 0,0625\ \frac{l}{km} = 49,5\ \ litros$$

Para calcular el gasto, solo me falta multiplicar los litros consumidos por lo que cuesta un litro:

$$Gasto:\ 49,5\ litros \cdot 1,23\ \frac{€}{litro} = 60,89\ €$$

Cada mes me gasto casi 61 € en combustible para ir al trabajo.

48.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

$a)\ 7\sqrt{5}-\frac{4}{5}\sqrt{500}+2\sqrt{405}+\frac{7}{3}\sqrt{45}=7\sqrt{5}-\frac{4}{5}\sqrt{5\cdot 10^2}+2\sqrt{3^4\cdot 5}+\frac{7}{3}\sqrt{3^2\cdot 5}=7\sqrt{5}-\frac{4}{5}10\sqrt{5}+2\cdot 3^2\sqrt{5}+$

$+\frac{7}{3}3\sqrt{5}=7\sqrt{5}-8\sqrt{5}+18\sqrt{5}+7\sqrt{5}=24\sqrt{5}$

b) $\sqrt[4]{\frac{1}{243}b^7\cdot m^{45}\cdot c^{18}\cdot x^5}=\sqrt[4]{\frac{1}{3^5}b^7\cdot m^{45}\cdot c^{18}\cdot x^5}=\frac{1}{3}\cdot b\cdot m^{11}\cdot c^4\cdot x\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{3}b^3\cdot m\cdot c^2\cdot x}=\frac{b\cdot m^{11}\cdot c^4\cdot x}{3}\cdot\sqrt[4]{\frac{b^3\cdot m\cdot c^2\cdot x}{3}}$

c) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{5-2}=\frac{4\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{3}=\frac{4}{3}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$

49.- Calcula paso a paso:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

$$\frac{\left(2\sqrt{54}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+\sqrt{36}}}}}=\frac{\left(2\sqrt{2\cdot 3^3}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+6}}}}=\frac{\left(2\cdot 3\sqrt{2\cdot 3}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}=\frac{\left(6\sqrt{6}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+4}}}=$$

$$=\frac{6\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{9}}}=\frac{6(6-3)}{\sqrt{1+3}}=\frac{6\cdot 3}{\sqrt{4}}=\frac{18}{2}=9$$

50.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{3}\right)^2=0$

b) $0{,}3+0{,}\widehat{3}-0{,}0\widehat{3}=\frac{2}{3}$

c) $\left[3\cdot\left(5^2-\sqrt{16}\right)\cdot 2^2\right]:\left(2\cdot\sqrt{49}\right)=18$

d) $\frac{16^4\cdot 4^{-3}\cdot 25^{-2}}{125^{-3}\cdot 8^3}=2\cdot 5^5$

* En el b) ayúdate de la fracción generatriz y en el d) de las propiedades de las potencias.

51.- Sonia compra a plazos una lavadora. En el momento de la compra paga 2/7 del total, y cuando la recibe en casa, 2/3 de lo que le quedaba por pagar. Al cabo de un mes abona el resto que son 190 €. ¿Cuánto le costó la lavadora? ¿Qué cantidad entregó en cada momento?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

1) Paga 2/7 de la lavadora

Quedan $1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$

2) Paga 2/3 de lo que quedaba, 2/3 de 5/7 = 10/21

Quedan $1-\left(\frac{2}{7}+\frac{10}{21}\right)=1-\left(\frac{6}{21}+\frac{10}{21}\right)=1-\frac{16}{21}=\frac{5}{21}$

3) Paga 190€ que se corresponden que lo que queda, es decir, con los 5/21

Por tanto si $\frac{5}{21}$ son los 190 € finales, $\rightarrow$ $\frac{1}{21}$ son 190:5=38€ , y los $\frac{21}{21}$ serán 38·21=798€

Con lo que el precio de la lavadora era de 798 €.

En el primer pago pagó $\frac{2}{7}$ *de* $798=228$ € , y en el segundo $\frac{10}{21}$ *de* $798=380$ €

Los pagos fueron de 228 en la tienda, 380€ a la entrega en casa y 190€ al primer mes.

52.- Un comerciante del sector de la confección compra 125 vestidos a 13,20 € cada uno. ¿A qué precio debe ponerlos a la venta, sabiendo que retira cinco unidades para el escaparate, otras 25 para venderlas en las rebajas a 12,95 € y que desea ganar 450 € con la mercancía?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.1)

Lo primero es calcular cuánto se ha gastado con la compra de los vestidos:

$$\textit{Gastos: } 125 \cdot 13,20 = 1.650 \text{ €}$$

Si se ha gastado 1.650 € y quiere ganar con la compra-venta 450 €, tiene que ingresar con la venta lo gastado en los vestidos más las ganancias que quiere tener:

$$\textit{Ingresos: } 1.650 + 450 = 2.100 \text{ €}$$

Con los vestidos en rebajas ingresará: $25 \bullet 12,95 \text{ €} = 323,75 \text{ €}$

Así que lo que le falta hasta 2.100 € lo tendrá que ganar con los 95 vestidos restantes, puesto que 5 de ellos los ha puesto en el escaparate.

$$\textit{Le faltan } 2.100 - 323,75 = 1.776,25 \text{ €}$$

Cada uno de los 95 vestidos restantes lo ha de vender a: $1.776,25 \text{ €} : 95 = 18,70 \text{ €}$

53.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

a) Calcula: $4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300} - \sqrt{108} = 47\sqrt{3}$

b) Extrae los factores que puedas de la raíz: $\sqrt[5]{1024 \cdot b^8 \cdot m^{37} \cdot c^{18}} = 2^2 \cdot b \cdot m^7 \cdot c^3 \cdot \sqrt[5]{b^3 \cdot m^2 \cdot c^3}$

c) Calcula el siguiente producto:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2 3} \cdot \sqrt[6]{2^3 3^2} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 2^8 \cdot 3^4 \cdot 2^6 \cdot 3^4} = \sqrt[12]{2^{20} \cdot 3^8} = 2 \cdot \sqrt[12]{2^8 \cdot 3^8} = 2 \cdot \sqrt[12]{6^8} = 2 \cdot 6^{\frac{8}{12}} = 2 \cdot 6^{\frac{2}{3}} = 2 \cdot \sqrt[3]{6^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{36}$$

54.- Si sumo 12 al numerador y al denominador de una fracción, la nueva fracción es el doble de la primera. ¿En qué fracción estoy pensando?, te daré una pista buenísima, el numerador es 3.

La fracción: $\frac{3}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{3+12}{x+12} = \frac{15}{x+12}$, la otra fracción. Como dice que la segunda en la que he sumado 12 a numerador y denominador es el doble que la primera:

$$\frac{15}{x+12} = 2 \cdot \frac{3}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{15}{x+12} = \frac{6}{x}$$

Si multiplicamos en cruz y resolvemos la ecuación llegamos a:

$$\frac{15}{x+12} = \frac{6}{x} \quad \rightarrow \quad 15x = 6(x+12) \quad \rightarrow \quad 15x = 6x + 72 \quad \rightarrow \quad 15x - 6x = 72 \quad \rightarrow \quad 9x = 72$$
$$\rightarrow \quad x = \frac{72}{9} = 8$$

Luego la fracción es $\frac{3}{8}$

55.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $\frac{1}{8} \cdot \left(3 - \frac{2}{5}\right) - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{7}{4} - 1\right) = -\frac{4}{5}$

b) $0{,}2 + 0{,}\widehat{2} + 0{,}0\widehat{2} = \frac{4}{9}$

c) $(-5) \cdot 3^2 - \sqrt{49} : \left[(-5) \cdot (-2) - 3^1\right] = -46$

d) $\frac{4^4 \cdot 8^{-3} \cdot 16^{-2}}{2^{-3} \cdot 64^3} = 2^{-24}$

56.- Un almacén de pinturas utiliza 2/3 de la superficie para almacenar pinturas, 1/4 del resto para disolventes y los 600 m² restantes para utensilios de pintura. a) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el almacén?, b) ¿cuántos dedica a los disolventes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

A) Para la pintura usa 2/3

Quedan $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

B) Para disolventes ¼ del resto, ¼ de 1/3 = 1/12

Quedan $1-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{12}\right)=1-\left(\frac{8}{12}+\frac{1}{12}\right)=1-\frac{9}{12}=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

C) Para utensilios de pintura usa 600 m², que es lo que queda, por tanto:

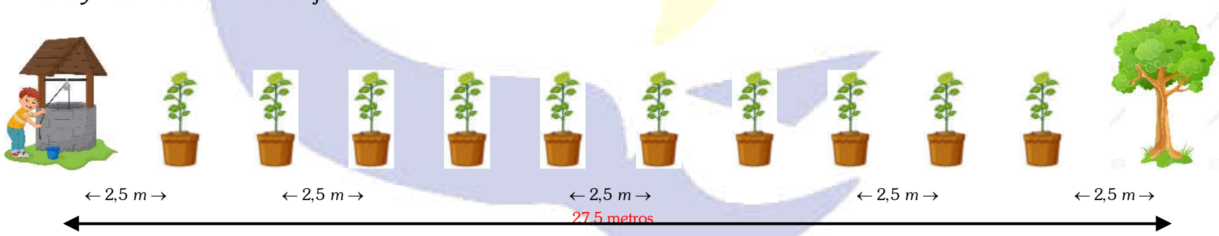
$\frac{1}{4}$ del almacén son 600 m², por lo que $\frac{4}{4}$ serán $4\cdot 600=2.400\ m^2$

La superficie del almacén es de 2.400 m², y para disolventes usa $\frac{1}{12}$ de 2.400 =200 m²

57.- En un jardín hay un pozo y un árbol a 27,5 m de distancia. Entre ellos se han colocado 10 macetas a intervalos iguales. a) ¿A qué distancia de cada maceta está el pozo?, b) ¿Qué distancia se recorre para regarlas, si cada dos macetas hay que volver al pozo?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.1)

Si nos ayudamos de un dibujo:



a) Si observamos el dibujo vemos que si ponemos 10 macetas entre el árbol y el pozo tenemos 11 huecos. Si dividimos la distancia total entre los huecos tenemos: 27,5:11=2,5, quiere decir que la distancia entre todos ellos es de 2,5 m.

Para hallar la distancia de todas ellas al pozo bastaría con ir sumando 2,5 m sucesivamente hasta la llegar a la décima maceta, obteniendo:

2,5; 5; 7,5; 10; 12,5; 15; 17,5; 20; 22,5, y 25

metros, respectivamente.

b) Para calcular la distancia recorrida sabiendo que cada dos macetas vuelve al pozo sería 2 veces (ida y vuelta) la distancia cada dos macetas, es decir:

$$2\cdot 5 + 2\cdot 10 + 2\cdot 15 + 2\cdot 20 + 25 = 125 \text{ m}$$

Para regar las dos últimas solo hace la ida.

En total recorre 125 metros.

58.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

a) Calcula: $\sqrt{108}-4\sqrt{12}-3\sqrt{48}+6\sqrt{75}=16\sqrt{3}$

b) Extrae los factores que se puedan de la raíz: $\sqrt[3]{\frac{81}{49}\cdot b^8\cdot m^{27}\cdot c^{20}} = 3\cdot b^2\cdot m^9\cdot c^6\sqrt[3]{\frac{3}{49}\cdot b^2\cdot c^2}$

c) Calcula el siguiente producto: $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3^2 2}\cdot\sqrt[6]{2^3 3^2} = 3\cdot\sqrt[6]{3^3\cdot 2^5}$

59.- Si sumo 12 al numerador y al denominador de una fracción, la nueva fracción es el doble de la primera. ¿En qué fracción estoy pensando?, te daré una pista buenísima, el numerador es 3.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.1)

La fracción es $\frac{3}{8}$

60.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $1+\frac{1}{1+\frac{1}{5}} = \frac{11}{6}$

b) $0{,}1+0{,}\widehat{1}+0{,}0\widehat{1} = \frac{2}{9}$

c) $2^3\cdot\sqrt{4}-3^2:\sqrt{9}+5^2:\sqrt{25} = 18$

d) $\frac{9^5\cdot 3^{-3}\cdot 25^2}{125\cdot 27^3} = \frac{5}{9}$

61.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

a) Calcula: $3\sqrt{5}-7\sqrt{125}+\frac{3}{2}\sqrt{405}+\frac{5}{6}\sqrt{20} = -\frac{101}{6}\sqrt{5}$

b) Extrae los factores que se puedan de la raíz: $\sqrt[5]{1024\cdot b^8\cdot m^{37}\cdot c^{18}} = 4bm^7c^3\cdot\sqrt[5]{b^3m^2c^3}$

c) Racionaliza: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

62.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

a) $1+\frac{2}{1+\frac{1}{3}} = \frac{5}{2}$

b) $0{,}3+0{,}\widehat{3}+0{,}0\widehat{3} = \frac{2}{3}$

c) $\left[3\cdot\left(5^2-\sqrt{16}\right)\cdot 2^2\right]:\left(2\cdot\sqrt{49}\right) = 18$

d) $\frac{9^5\cdot 3^{-3}\cdot 125^2}{25^2\cdot 81^3} = \frac{25}{243}$

63.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales: **(3 puntos)**

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.5) (B.2.1.9)

a) Calcula: $4\sqrt{12}-3\sqrt{75}+6\sqrt{300}-\sqrt{108} = 47\sqrt{3}$

b) Extrae los factores que se puedan de la raíz: $\sqrt[3]{81\cdot b^8\cdot m^{27}\cdot c^{20}} = 3b^2m^9c^6\cdot\sqrt[3]{3b^2c^2}$

c) Racionaliza: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

64.- Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1)

El doble de un número:	Si x es el número → $2x$
El cociente entre dos números correlativos:	Si el primero es x, el siguiente será x+1; → $\frac{x+1}{x}$

65.- Traduce del lenguaje algebraico: *(x=Edad de Carlos, y=Edad de Andrés).*

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1)

$\frac{x+y}{x-y}$	El cociente de la suma de las edades de Carlos y Andrés entre su diferencia.

66.- Completa la siguiente tabla

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1)

Monomio	Coeficiente	Parte Literal	Grado	Monomio Semejante
$3x^2$	3	x^2	2	$543x^2$
$-9mn^3$	-9	mn^3	4	$-8mn^3$

67.- Calcula el resultado de las siguientes operaciones de monomios:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1)

a) $2x+2x-3x=x$

b) $\frac{6xy^3z}{36xy}=\frac{y^2z}{6}$

c) $\frac{11xzm}{3xz}+4m=\frac{11}{3}m+4m=\frac{23}{3}m$

d) $\frac{1}{2}x^2a\cdot\frac{3}{7}xy=\frac{3}{14}ax^3y$

68.- Dados los siguientes polinomios.

$$P(x)=3x^4-6x^3+4x-2 \qquad Q(x)=2x^3-2x^2-3x-1 \qquad R(x)=x^2-2$$

Calcula:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1)

a) $P(x)-2Q(x)=\left(3x^4-6x^3+4x-2\right)-2\cdot\left(2x^3-2x^2-3x-1\right)=3x^4-6x^3+4x-2-4x^3+$
$+4x^2+6x+2=3x^4-10x^3+4x^2+10x$

b) $Q(x):R(x)=$

$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^3-2x^2-3x-1 & x^2-2 \\
 & -2x^3+0x^2+4x & 2x-2 \\ \hline
 & -2x^2+x-1 & \\
 & +2x^2+0x-4 & \\ \hline
 & x-5 &
\end{array}$$

$\rightarrow \begin{cases} C(x)=2x-2 \\ R(x)=x-5 \end{cases}$

69.- Calcula mediante la *regla de Ruffini* la siguiente división, indicando el cociente y el resto.

$$(3x^3 + 2x^2 + 2x - 1) : (x - 1)$$

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.3)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & & 3 & 5 & 7 \\ \hline & 3 & 5 & 7 & \underline{|6} \end{array}$$

$$C(x) = 3x^2 + 5x + 7 \qquad y \qquad R(x) = 6$$

70.- Calcula los siguientes productos notables:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$a)(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ $\qquad$ $b)(x+2)\cdot(x-2) = x^2 - 4$ $\qquad$ $c)(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

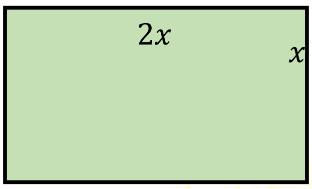
71.- Reduce la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^2 - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} =$

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2) (B.2.3.3)

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \frac{(x+1)\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x+2)} = \frac{\cancel{(x+1)}\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\cdot\cancel{(x+1)}\cdot(x+2)} = \frac{1}{(x+2)}$$

72.- Expresa el área total y el perímetro de la siguiente figura mediante una expresión algebraica y calcula *el área* para x=2.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.4.1)



El perímetro de cualquier figura geométrica es la suma de sus lados, por tanto:

$$P(x) = 2x + 2x + x + x = 6x$$

Y el área, es el producto de la base por su altura:

$$A(x) = base\ x\ altura = 2x\cdot x = 2x^2$$

Para calcular el área para $x = 2$, solo tenemos que calcular el valor numérico del polinomio $A(x)$ en $x = 2$ $\quad\rightarrow\quad$ $A(2) = 2\cdot(2)^2 = 2^3 = 8$ unidades de área.

73.- Para construir una nave rectangular de 220 m de largo por 48 m de ancho, 11 albañiles han necesitado 6 días de trabajo. ¿Cuántos albañiles serán necesarios para levantar otra nave similar de 300 m de largo por 56 m de ancho en 5 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Largo (m)	Albañiles	Ancho (m)	Días
220	11	48	6
300	X	56	5

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los albañiles) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Albañiles y largo: Si 11 albañiles construyen un muro de 220 metros de largo, para construir más metros, se necesitarán….. más albañiles, por tanto, ***a más, más***, se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Albañiles y ancho: Si 11 albañiles construyen un muro de 48 metros de ancho, para construir más metros, se necesitarán….. más albañiles, por tanto, ***a más, más***, se trata de otra ***proporcionalidad directa.***

Albañiles y días: Si 11 albañiles tardan 6 días en construir la nave, para que tarden menos días, se necesitarán….. más albañiles, por tanto, ***a menos, más***, se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversamente proporcionales le damos la vuelta.

$$\frac{11}{x}=\frac{5}{6}\cdot\frac{220}{300}\cdot\frac{48}{56}\quad\rightarrow\quad\frac{11}{x}=\frac{52.800}{100.800}\quad\rightarrow\quad 52.800x=11\cdot100.800\quad\rightarrow\quad x=\frac{11\cdot100.800}{52.800}=21$$

Por tanto, para hacer la nueva nave se necesitarían 21 albañiles.

74.- El valor de una acción de la compañía Gualcom Labs es de 19 €. El lunes sube un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %. a) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?; b)¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor respecto al lunes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio de las acciones ha sufrido 3 aumentos, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellos:

- Sube un 1% $\rightarrow\quad Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{1}{100}=1+0{,}01=1{,}01$
- Baja un 4% $\rightarrow\quad Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{4}{100}=1-0{,}04=0{,}96$
- Sube un 14% $\rightarrow\quad Iv_3=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{14}{100}=1+0{,}14=1{,}14$

El índice de variación total de todos estos descuentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total}=Iv_1\cdot Iv_2\cdot Iv_3=1{,}01\cdot0{,}96\cdot1{,}14=1{,}1053$$

Para calcular el precio final, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación:

$$Cantidad_{final}=Cantidad_{inicial}\cdot Iv_{Total}\quad\rightarrow\quad C_f=19\cdot1{,}1053=21\ €$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es mayor que 1 lo que se pasa de uno 0,1053 lo multiplicamos por 100 = 10,53 %.

Por tanto, el precio de las acciones después es de 21 € y su precio ha aumentado un 10,53 %.

75.- Dados los polinomios $\begin{cases}p(x)=4x^5+3x^3-2x^2+5\\ q(x)=-5x^3-2x^2+3x\\ r(x)=2x^2-x+3\end{cases}$ calcula: $\begin{cases}a)\ 2p(x)-3q(x)+r(x)=\\ b)\ [q(x)]^2=\\ c)\ p(x):r(x)=\end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$$a)\ 2p(x)-3q(x)+r(x)=2(4x^5+3x^3-2x^2+5)-3(-5x^3-2x^2+3x)+2x^2-x+3=$$
$$=8x^5+6x^3-4x^2+10+15x^3+6x^2-9x+2x^2-x+3=8x^5+21x^3+4x^2-10x+13$$

$$b)\ [q(x)]^2=(q(x))\cdot(q(x))=(-5x^3-2x^2+3x)\cdot(-5x^3-2x^2+3x)=25x^6+10x^5-15x^4+$$
$$+10x^5+4x^4-6x^3-15x^4-6x^3+9x^2=25x^6+20x^5-26x^4-12x^3+9x^2$$

c) $p(x):r(x)=$

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
4x^5 & +0x & +3x^3 & -2x^2 & +0x & +5 & 2x^2-x+3 \\ \cline{7-7}
\underline{-4x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-6x^3} & \downarrow & & & 2x^3+x^2-x-3 \\
0 & +2x^4 & -3x^3 & -2x^2 & & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+x^3} & \underline{-3x^2} & \downarrow & & \\
 & 0 & -2x^3 & -5x^2 & +0x & \downarrow & C(x)=2x^3+x^2-x-3 \\
 & & \underline{+2x^3} & \underline{-x^2} & \underline{+3x} & 5 & \\
 & & 0 & -6x^2 & +3x & +5 & R(x)=14 \\
 & & & \underline{6x^2} & \underline{-3x} & \underline{+9} & \\
 & & & & & +14 &
\end{array}$$

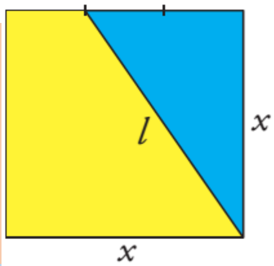
76.- Fíjate en el cuadrado ucraniano y expresa algebraicamente:

a) El área del triángulo Azul.

b) El área del trapecio amarillo.

c) La longitud de l.

d) Calcula la longitud de l, si x=5 cm.



ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) La base del triángulo es x y la altura es 2/3 de x, por tanto su área viene dada por:

$$A(x)_{Triángulo}=\frac{base\ x\ altura}{2}=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\frac{2}{3}x=\frac{x^2}{3}\quad\rightarrow\quad A(x)_{Triángulo}=\frac{x^2}{3}$$

b) El área de le trapecio amarillo se puede calcular de varias formas, pero la mas fácil es restarle al cuadrado el área del triángulo, por tanto su área será:

$$A_{Trapecio}=A_{Cuadrado}-A_{Triángulo}=x^2-\frac{x^2}{3}=\frac{2x^2}{3}\quad\rightarrow\quad A(x)_{Trapecio}=\frac{2x^2}{3}$$

c) La longitud de *l* la podemos calcular mediante el teorema de Pitágoras:

$$l^2=x^2+\left(\frac{2}{3}x\right)^2=x^2+\frac{4}{9}x^2=\frac{13}{9}x^2\quad\rightarrow\quad l(x)=\frac{13}{9}x^2$$

d) Si x=5, entonces el valor de l será:

$$Si\qquad l(x)=\frac{13}{9}x^2\quad\rightarrow\quad l(5)=\frac{13}{9}(5)^2=\frac{13\cdot 25}{9}=\frac{325}{9}=36{,}11\quad\rightarrow\quad l(5)=36{,}11\ u.l.$$

77.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

$$\frac{x^4+2x^3-3x^2}{x^4+2x^3+2x^2+10x-15}=\frac{x^2\cdot(x+2x-3)}{(x^2+5)(x+3)\cdot(x-1)}=\frac{x\cdot\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x-1)}}{(x^2+5)\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x-1)}}=\frac{x}{x^2+5}$$

78.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$$a)\ 7(x-1)-2x-16=3(x-3)\quad\rightarrow\quad 7x-7-2x-16=3x-9\quad\rightarrow\quad 5x-23=3x-9$$

$$\rightarrow\quad 5x-3x=-9+23\quad\rightarrow\quad 2x=14\quad\rightarrow\quad x=\frac{14}{2}=7$$

$$b)\ 6x+4=4\cdot\left[2x-5\cdot(x-2)\right]\quad\rightarrow\quad 6x+4=4\cdot\left[2x-5x+10\right]\quad\rightarrow\quad 6x+4=4\cdot\left[-3x+10\right]$$

$$\rightarrow\quad 6x+4=-12x+40\quad\rightarrow\quad 6x+12x=40-4\quad\rightarrow\quad 18x=36\quad\rightarrow\quad x=\frac{36}{18}=2$$

c) $(x-3)^2 = 2x^2 - 5x + 9 \quad \rightarrow \quad x^2 - 6x + 9 = 2x^2 - 5x + 9 \quad \rightarrow \quad x^2 + x = 0$

$$\rightarrow \quad x(x+1) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x_2 = -1 \end{cases}$$

d) $x + \dfrac{3x+1}{2} - \dfrac{x-2}{3} = x^2 - 2 \quad \rightarrow \quad \dfrac{6x}{\cancel{6}} + \dfrac{3\cdot(3x+1)}{\cancel{6}} - \dfrac{2\cdot(x-2)}{\cancel{6}} = \dfrac{6x^2}{\cancel{6}} - \dfrac{12}{\cancel{6}} \quad \rightarrow$

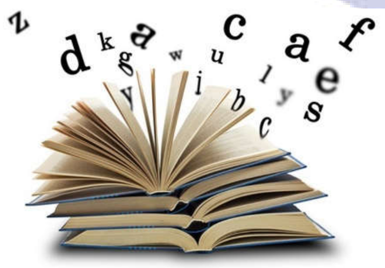
$$\rightarrow \quad 6x + 3(3x+1) - 2(x-2) = 6x^2 - 12 \quad \rightarrow \quad 6x + 9x + 3 - 2x + 4 - 6x^2 + 12 = 0$$

$$-6x^2 + 13x + 19 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a = -6 \\ b = 13 \\ c = 19 \end{cases} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} = x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 4\cdot(-6)\cdot 19}}{2\cdot(-6)} =$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 456}}{-12} = \frac{-13 \pm \sqrt{625}}{-12} = \frac{-13 \pm 25}{-12} = \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{-13+25}{-12} = \dfrac{12}{-12} = -1 \\[2ex] x_2 = \dfrac{-13-25}{-12} = \dfrac{-38}{-12} = \dfrac{19}{6} \end{cases}$$

79.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

Como hay dos participantes que no han tenido ningún fallo y cada uno se lleva 150€, quiero esto decir que entre los que sí han cometido errores se repartirá el resto del dinero:

$$N = 500 - 2\cdot 150 = 500 - 300 = 200\ €$$

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las faltas cometidas por cada participante:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{200}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{200}{\frac{7}{4}} = 114,29$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre las faltas cometidas:

- 1 Falta: le corresponden: $\dfrac{114,39}{1} = 114,39$ €
- 2 Faltas: le corresponden: $\dfrac{114,39}{2} = 57,14$ €
- 4 Faltas: le corresponden: $\dfrac{114,39}{4} = 28,57$ €

Por tanto al de 1 falta 114,39€, al de 2 57,14 € y al de 4 28,57€.

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar 200: 114,39+57,14+28,57=200 €)

80.- Si 8 obreros tardan 9 días, trabajando a razón de 6 horas al día, en construir 30 m de un muro. ¿Cuántos días tardarían 10 obreros trabajando 8 horas diarias en realizar los 100 m de muro que aún faltan por construir?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla llegamos a:

Días	Obreros	Horas al día	Metros
9	8	6	30
x	10	8	100

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los obreros) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Obreros y días: Si 8 obreros construyen el muro en 9 días, más obreros, tardarían….. menos días, por tanto, ***a más obreros, menos días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Horas al día y días: Si trabajando 6 horas al día tardan 9 días, si trabajaran más horas al día, tardarían….. menos días, por tanto, ***a más horas al día, menos días***, por lo que se trata otra vez de una ***proporcionalidad inversa.***

Metros y días: Si en construir 30 metros tardan 9 días, en construir más metros, tardarán…….. más días, por tanto, ***a más metros, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{9}{x}=\frac{10}{8}\cdot\frac{8}{6}\cdot\frac{30}{100} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{\cancel{10}\cdot\cancel{8}\cdot 3\cancel{0}}{\cancel{8}\cdot 6\cdot \cancel{100}} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{\cancel{3}}{2\cdot\cancel{3}} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{2} \rightarrow x=18$$

Simplificando, llegamos a que x=18

Por tanto, para hacer los 100 metros restantes tardarán 18 días.

81.- Un televisor de 55 pulgadas costaba 650 € y debido a la guerra de Ucrania aumentó su precio un 20 % y después lo rebajaron un 20 %; a) ¿Cuál es el precio actual del televisor?; b) ¿Ha subido o ha bajado su precio?, ¿cuánto porcentualmente hablando?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio del televisor ha sufrido 2 variaciones, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellas:

- Sube un 20% $\rightarrow Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{20}{100}=1+0,2=1,20$
- Baja un 20% $\rightarrow Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{20}{100}=1-0,2=0,80$

El índice de variación total de todos estas variaciones se calcula multiplicando cada uno de los índices:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2=1,20\cdot 0,80=0,96$$

Para calcular el precio actual del televisor, multiplicamos el precio antes de la guerra por el índice de variación:

$$Cantidad_{final}=Cantidad_{inicial}\cdot Iv_{Total} \rightarrow C_f=650\cdot 0,96=624\ €$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,04 lo multiplicamos por 100 = 4 %.

Por tanto, el precio de las TV después es de 624 € y su precio ha bajado un 4 %.

82.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x)=2x^5-x^3+2x^2-3x-3 \\ q(x)=4x^3-3x^2+2x-1 \\ r(x)=2x^2-3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ p(x)-2q(x)+3r(x)= \\ b)\ p(x)\cdot r(x)= \\ c)\ p(x):r(x)= \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $p(x)-2q(x)+3r(x)=\left(2x^5-x^3+2x^2-3x-3\right)-2\cdot\left(4x^3-3x^2+2x-1\right)+3\cdot\left(2x^2-3\right)=2x^5-x^3+2x^2-3x-3-$
$-8x^3+6x^2-4x+2+6x^2-9=2x^5-9x^3+14x^2-7x-10$

b) $p(x)\cdot r(x)=\left(2x^5-x^3+2x^2-3x-3\right)\cdot\left(2x^2-3\right)=4x^7-6x^5-2x^5+3x^3+4x^4-6x^2-6x^3+9x-6x^2+9=$
$=4x^7-8x^5+4x^4-3x^3-12x^2+9x+9$

c) $p(x):r(x)=$

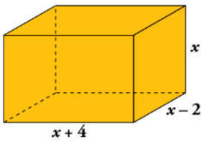
$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
2x^5 & +0x^4 & -x^3 & +2x^2 & -3x & -3 & & 2x-3 \\
\cline{8-8}
-2x^5 & & +3x^3 & & & & & x^3+x+1 \\
\cline{1-3}
0x^5 & 0x^4 & +2x^3 & +2x^2 & -3x & & & \\
 & & -2x^3 & & +3x & & & \\
\cline{3-5}
 & & & +2x^2 & & -3 & & \\
 & & & -2x^2 & & +3 & & \\
\cline{4-6}
 & & & & & 0 & &
\end{array}
$$

La división es exacta de cociente
$C(x)=x^3+x+1$

83.- Expresa mediante una expresión algebraica el área total de este ortoedro y calcúlala para *x=2*.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)

Como podemos observar en la figura, un ortoedro no es más que una caja de zapatos donde las caras son iguales dos a dos, por tanto calcularemos la superficie de cada una de las caras diferentes y las multiplicaremos por dos:



$$\left.\begin{aligned} A_1 &= (x+4)\cdot(x-2)=x^2-2x+4x-8=x^2+2x-8 \\ A_2 &= (x+4)\cdot(x)=x^2+4x \\ A_3 &= (x)\cdot(x-2)=x^2-2x \end{aligned}\right\} \quad A=A_1+A_2+A_3=3x^2+4x-8$$

Y como las caras son iguales dos a dos, basta multiplicar este resultado por dos:

$$A_{Total}=2\left(A_1+A_2+A_3\right)=2\cdot\left(3x^2+4x-8\right)=6x^2+8x-16 \quad \rightarrow \quad A(x)=6x^2+8x-16$$

Para x=2: $Si\ A(x)=6x^2+8x-16 \quad \rightarrow \quad A(2)=6(2)^2+8\cdot 2-16=24+16-16=24\ u.a.$

Así que, el área total del ortoedro es A(x)=6x²+8x−16 y para x=2 el área es A(2)=24 unidades de área

84.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^4-3x^3+2x^2}{3x^3-9x^2+6x}=$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

Empezaremos sacando factor común tanto en el numerador, como en el denominador:

$$\frac{x^4-3x^3+2x^2}{3x^3-9x^2+6x}=\frac{x^2\cdot\left(x^2-3x+2\right)}{3x\cdot\left(x^2-3x+2\right)}=\frac{x\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{\left(x^2-3x+2\right)}}{3\cancel{x}\cdot\cancel{\left(x^2-3x+2\right)}}=\frac{x}{3}$$

Como podemos observar, no ha hecho falta hacer Ruffini puesto que al sacar fator común, ya podíamos ver lo que se repetía tanto arriba como abajo, así que, simplificando llegamos a x/3.

85.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $(7-6x)-5(x+2)=3(x+2)-2x \quad \rightarrow \quad 7-6x-5x-10=3x+6-2x \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad -6x-5x-3x+2x=6+10-7 \quad \rightarrow \quad -12x=9 \quad \rightarrow \quad x=-\dfrac{9}{12} \quad \rightarrow \quad x=-\dfrac{3}{4}$

b) $3\left[x+(14-x)\right]=2\left[x-(2x-21)\right] \quad \rightarrow \quad 3[x+14-x]=2[x-2x+21] \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 3\cdot 14=2[-x+21] \quad \rightarrow \quad \cancel{42}=-2x+\cancel{42} \quad \rightarrow \quad 0=-2x \quad \rightarrow \quad x=0$

c) $\dfrac{(x-3)^2}{2}+\dfrac{(x+1)\cdot(x-1)}{3}=\dfrac{4x^2-19x+31}{6} \quad \rightarrow \quad \dfrac{3\cdot(x-3)^2}{\cancel{6}}+\dfrac{2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{\cancel{6}}=\dfrac{4x^2-19x+31}{\cancel{6}} \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 3\left(x^2-6x+9\right)+2\left(x^2-1\right)=4x^2-19x+31 \quad \rightarrow \quad 3x^2-18x+27+2x^2-2-4x^2+19x-31=0 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad x^2+x-6=0 \quad \underset{Ruffini}{\rightarrow} \quad (x+3)\cdot(x-2)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases}(x+3)=0 \quad \rightarrow \quad x_1=-3\\(x-2)=0 \quad \rightarrow \quad x_2=2\end{cases}$

86.- Se quiere repartir un premio de 1.860 € a los tres mejores corredores de una carrera, de manera inversamente proporcional a los tiempos que han invertido en completar el recorrido. El primer corredor tardó 24 segundos, el segundo 28 y el tercero 30. ¿Cuánto dinero corresponderá a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N=1.860$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de los tiempos invertidos en la carrera por cada uno de los ganadores:

$$K=\frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{1860}{\frac{1}{24}+\frac{1}{28}+\frac{1}{30}}=\frac{1860}{\frac{31}{280}}=16.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- 1º clasificado: le corresponden: $\dfrac{16800}{24}=700$ €
- 2º clasificado: le corresponden: $\dfrac{16.800}{28}=600$ €
- 3º clasificado: le corresponden: $\dfrac{16.800}{30}=560$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad a repartir: 700+600+560=1.860 €)

Por tanto, al 1º le corresponden 700 €, 660 € al 2 y 560 € al 3º.

87.- En 12 días, 30 electricistas, trabajando 10 horas diarias, colocan 6 Km de tendido eléctrico. ¿Cuántos días necesitarían 25 electricistas para colocar 15 Km de tendido eléctrico trabajando durante 8 horas al día?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla llegamos a:

Días	Electricistas	Horas al día	Km
12	30	10	6
x	25	8	15

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los electricistas) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Electricistas y días: Si 30 electricistas colocan el tendido eléctrico en 12 días, menos electricistas, tardarán….. más días, por tanto, ***a menos electricistas, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Horas al día y días: Si trabajando 10 horas al día tardan 12 días, si trabajaran menos horas, tardarán….. más días, por tanto, ***a menos horas al día, más días***, por lo que se trata otra vez de una ***proporcionalidad inversa.***

Kilómetros y días: Si en construir 6 kilómetros tardan 12 días, en construir más kilómetros, tardarán…….. más días, por tanto, ***a más kilómetros, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{12}{x}=\frac{25}{30}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{6}{15} \rightarrow \frac{12}{x}=\frac{\cancel{5^2}\cdot 2^{\cancel{4}\,2}\cdot\cancel{3}}{\cancel{2^2}\cdot 3^{\cancel{2}}\cdot 5^{\cancel{3}}} \rightarrow \frac{12}{x}=\frac{4}{15} \rightarrow x=\frac{12\cdot 15}{4}=3\cdot 15=45$$

Simplificando, llegamos a que x=45

Por tanto, para hacer los 15 kilómetros tardarían 45 días.

88.- El kilo de tomates costaba 1,80€ y debido a la guerra de Ucrania subió primero un 20%, pero después bajó un 25%. a) ¿Cuál es su precio actual?; b) ¿Qué variación porcentual ha sufrido su valor?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio de los tomates ha sufrido 2 variaciones por culpa de la guerra, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellas:

- Sube un 20% $\rightarrow Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{20}{100}=1+0,2=1,20$
- Baja un 25% $\rightarrow Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{25}{100}=1-0,25=0,75$

El índice de variación total de todos estas variaciones se calcula multiplicando cada uno de los índices:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2=1,20\cdot 0,75=0,90$$

Para calcular el precio actual de los tomates, multiplicamos el precio antes de la guerra por el índice de variación:

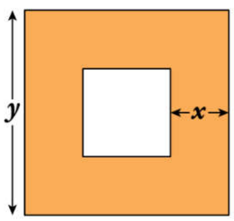
$$Cantidad_{final}=Cantidad_{inicial}\cdot Iv_{Total} \rightarrow C_f=1,80\cdot 0,9=1,62\ €$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,10 lo multiplicamos por 100 = 10 %.

Por tanto, el precio de los tomates después es de 1,62 € y su precio ha bajado un 10 %.

89.- Expresa algebraicamente el área de la parte sombreada (parte naranja) utilizando las variables x e y. Además calcula su valor para *x=3* e *y=1*

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)



Observando la figura, podemos calcular el área sombreada, restándole al cuadrado naranja (grande) el cuadrado blanco (interior):

El área del cuadrado naranja viene dada por: $A_G=y^2$

Para el área del blanco, primero necesitamos conocer el lado, y el lado lo calcularemos con la ayuda del grande, es decir el lado del blanco es y – dos veces x: $l_B=y-2x$, por tanto, su área vendrá dada por: $A_B=(y-2x)^2=y^2-4xy+4x^2$

Así que el área sombreada será:

$$A_{sombreada}=A_G-A_B=y^2-(y^2-4xy+4x^2)=y^2-y^2+4xy-4x^2=4xy-4x^2=4x(y-x)$$

Por tanto: $A(x,y)=4x\cdot(y-x)$

Para x=3 e y=1: $A(x,y)=4x\cdot(y-x) \quad \rightarrow \quad A(3,1)=4\cdot 3\cdot(1-3)=-24$

Cosa que es imposible porque las áreas no pueden ser negativas.

Además, observando la figura, vemos que y no puede ser en ningún caso, más pequeño que x.

En el caso contrario, para x=1 e y=3: $A(x,y)=4x\cdot(y-x) \quad \rightarrow \quad A(1,3)=4\cdot 1\cdot(3-1)=8\ u.a.$

90.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x)=2x^5-x^3+2x^2-3x-3 \\ q(x)=4x^3-3x^2+2x-1 \\ r(x)=2x^2-3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x)-3q(x)+r(x)= \\ b)\ q(x)\cdot r(x)= \\ c)\ p(x):r(x)= \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $2p(x)-3q(x)+r(x)=2\cdot(2x^5-x^3+2x^2-3x-3)-3\cdot(4x^3-3x^2+2x-1)+(2x^2-3)=4x^5-2x^3+4x^2-6x-6-$
$-12x^3+9x^2-6x+3+2x^2-3=4x^5-14x^3+15x^2-12x-6$

b) $q(x)\cdot r(x)=(4x^3-3x^2+2x-1)\cdot(2x^2-3)=8x^5-12x^3-6x^4+9x^2+4x^3-6x-2x^2+3=$
$=8x^5-6x^4-8x^3+7x^2-6x+3$

c) $p(x):r(x)=$

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
2x^5 & +\ 0x^4 & -\ x^3 & +\ 2x^2 & -\ 3x & -\ 3 & & 2x-3 \\
-\ 2x^5 & & +\ 3x^3 & & & & & x^3+x+1 \\ \hline
0x^5 & 0x^4 & +\ 2x^3 & +\ 2x^2 & -\ 3x & & & \\
 & & -\ 2x^3 & & +\ 3x & & & \\ \hline
 & & & +\ 2x^2 & & -\ 3 & & \\
 & & & -\ 2x^2 & & +\ 3 & & \\ \hline
 & & & & & 0 & &
\end{array}$$

La división es exacta de cociente $C(x)=x^3+x+1$

91.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}=$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

Empezamos haciendo Ruffini (mentalmente) en la de arriba:

$$\frac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}=\frac{(x-3)\cdot(x-1)}{x^3-6x^2+11x-6}=$$

Ahora, como es un fracción que esperamos simplificar, haremos Ruffini en el denominador, pero usando las raíces (binomios) obtenidos en el numerador:

$$\left.\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -6 & +11 & -6 \\
3 & & 3 & -9 & -6 \\ \hline
 & 1 & -3 & +2 & \lfloor 0 \\
1 & & 1 & -2 & \\ \hline
 & 1 & -2 & \lfloor 0 &
\end{array}\right\} \rightarrow \quad x^3-6x^2+11x-6=(x-3)\cdot(x-1)\cdot(x-2)$$

Y sustituyendo en la fracción algebraica llegamos a:

$$\frac{x^2-4x+3}{x^3-6x^2+11x-6}=\frac{(x-3)\cdot(x-1)}{(x-3)\cdot(x-1)\cdot(x-2)}=\frac{\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x-1)}\cdot(x-2)}=\frac{1}{x-2}$$

92.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2(5-x)=19-3(x+5) \rightarrow 10-2x=19-3x-15 \rightarrow -2x+3x=19-15-10 \rightarrow x=-6$

b) $\frac{x}{3}+1=\frac{x+2}{5}-\frac{x-3}{2}+\frac{2x}{6} \rightarrow \frac{10x}{\cancel{30}}+\frac{30}{\cancel{30}}=\frac{6(x+2)}{\cancel{30}}-\frac{15(x-3)}{\cancel{30}}+\frac{10x}{\cancel{30}} \rightarrow$

$\rightarrow 10x+30=6(x+2)-15(x-3)+10x \rightarrow 10x+30=6x+12-15x+45+10x \rightarrow$

$\rightarrow 10x-6x+15x-10x=-30+12+45 \rightarrow 9x=27 \rightarrow x=\frac{27}{9} \rightarrow x=3$

c) $\frac{(x+2)\cdot(x+2)}{4}-\frac{(x-3)^2}{3}=\frac{x\cdot(11-x)}{6} \rightarrow \frac{3\cdot(x+2)\cdot(x+2)}{\cancel{12}}-\frac{4\cdot(x-3)^2}{\cancel{12}}=\frac{2\cdot x\cdot(11-x)}{\cancel{12}} \rightarrow$

$\rightarrow 3(x^2+4x+4)-4(x^2-6x+9)=22x-2x^2 \rightarrow 3x^2+12x+12-4x^2+24x-36-22x+2x^2=0 \rightarrow$

$\rightarrow x^2+14x-24=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=14 \\ c=-24 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\frac{-14\pm\sqrt{196-4\cdot 1\cdot(-24)}}{2\cdot 1}=$

$x=\frac{-14\pm\sqrt{196+96}}{2}=\frac{-14\pm\sqrt{292}}{2}=\frac{-14\pm 2\sqrt{73}}{2}=-7\pm\sqrt{73} \rightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{73}-7 \\ x_2=-\sqrt{73}-7 \end{cases}$

93.- Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5.900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N=5.900$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las edades de los hermanos:

$$K=\frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{5900}{\frac{1}{20}+\frac{1}{24}+\frac{1}{32}}=\frac{5900}{\frac{59}{480}}=48.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- El de 20 años tiene que aportar: $\frac{48.000}{20}=2.400$ €
- El de 24 años tiene que aportar: $\frac{48.000}{24}=2.000$ €
- El de 32 años tiene que aportar: $\frac{48.000}{32}=1.500$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad total: 2.400+2.000+1.500=5.900 €)

Por tanto, el menor colabora con 2.400 €, el mediano con 2.000 € y el mayor con 1.500 €.

94.- Para calentar una pieza de hierro de 1.240 g de 10°C a 150°C se han necesitado 21.700 cal. ¿A qué temperatura se pondrá una pieza de hierro de 5 kg que está a 20 °C, si se le suministran 20.000 cal?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Masa (gr)	Salto de T (°C)	Calor (Cal)
1.240	140	21.700
5.000	x	20.000

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla:

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (la variación de temperatura ΔT) con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

ΔT y masa: Si al calentar 1.240 gr la temperatura varía 140°C, si calentamos más masa, variará ….. menos Temperatura, por tanto, ***a más masa, menos salto de temperatura***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

ΔT y calorías: Si aplicando 21.700 calorías conseguimos una variación de temperatura de 140 °C, si aplicamos menos calor, variará…… menos temperatura, por tanto, ***a menos calorías, menos salto térmico***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{140}{x}=\frac{5000}{1240}\cdot\frac{21700}{20000} \quad\rightarrow\quad \frac{140}{x}=\frac{1,085\cdot 10^8}{2,48\cdot 10^7} \quad\rightarrow\quad \frac{140}{x}=\frac{35}{8} \quad\rightarrow\quad x=\frac{140\cdot 8}{35}=32$$

Simplificando, llegamos a que x=32

Por lo que la temperatura subirá 32°C, como estaba a 20°C, subirá hasta 52 °C

Por tanto, la pieza de hierro alcanzará una temperatura de 52 °C.

95.- El precio de una lavadora de 520 € sube un 10 %; después, sube otro 25% y, finalmente, baja un 30 %; a) ¿Cuál es su precio después de todas estas variaciones? ; b)¿Ha subido o ha bajado? ¿Cuánto en porcentaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio de la lavadora ha sufrido tres variaciones en su precio, así que vamos a calcular los índices de variación asociados a cada una de ellas:

- Sube un 10% $\rightarrow \quad Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{10}{100}=1+0,1=1,10$
- Sube un 25% $\rightarrow \quad Iv_2=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{25}{100}=1+0,25=1,25$
- Baja un 30% $\rightarrow \quad Iv_3=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{30}{100}=1-0,3=0,70$

El índice de variación total se calcula multiplicando todos los índices parciales:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2\cdot Iv_3=1,10\cdot 1,25\cdot 0,70=0,9625$$

Para calcular el precio final de la lavadora, multiplicamos el precio antes por el índice de variación total:

$$Cantidad_{final}=Cantidad_{inicial}\cdot Iv_{Total} \quad\rightarrow\quad C_f=520\cdot 0,9625=500,50\ €$$

Para calcular el porcentaje total de subida o bajada nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,0375 lo multiplicamos por 100 = 3,75 %.

Por tanto, el precio de la lavadora es de 500,50 € y su precio ha bajado un 3,75 %.

96.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{x^3+7x^2+12x}{x^3+3x^2-16x-48}=$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

$$\frac{x^3+7x^2+12x}{x^3+3x^2-16x-48}=\frac{x\left(x^2+7x+12\right)}{x^3+3x^2-16x-48}=\frac{x\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x+4)}}{\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x+4)}\cdot(x-4)}=\frac{x}{x-4}$$

En donde hemos sacado factor común en el numerador y luego hemos descompuesto en factores mediante Ruffini, y en el denominador, hemos hecho también Ruffini, pero usando las raíces del numerador.

97.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x)=2x^5-x^3+2x^2-3x-3 \\ q(x)=4x^3-3x^2+2x-1 \\ r(x)=2x^2-3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x)-3q(x)+r(x)= \\ b)\ q(x)\cdot r(x)= \\ c)\ p(x):r(x)= \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $2p(x)-3q(x)+r(x)=2\cdot(2x^5-x^3+2x^2-3x-3)-3\cdot(4x^3-3x^2+2x-1)+(2x^2-3)=4x^5-2x^3+4x^2-6x-6-$
$-12x^3+9x^2-6x+3+2x^2-3=4x^5-14x^3+15x^2-12x-6$

b) $q(x)\cdot r(x)=(4x^3-3x^2+2x-1)\cdot(2x^2-3)=8x^5-12x^3-6x^4+9x^2+4x^3-6x-2x^2+3=$
$=8x^5-6x^4-8x^3+7x^2-6x+3$

c) $p(x):r(x)=$

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
2x^5 & +\ 0x^4 & -\ x^3 & +\ 2x^2 & -\ 3x & -\ 3 & \underline{|\ 2x-3\ \ } \\
-\ 2x^5 & & +\ 3x^3 & & & & x^3+x+1 \\
\hline
0x^5 & 0x^4 & +\ 2x^3 & +\ 2x^2 & -\ 3x & & \\
 & & -\ 2x^3 & & +\ 3x & & \\
\hline
 & & & +\ 2x^2 & & -\ 3 & \\
 & & & -\ 2x^2 & & +\ 3 & \\
\hline
 & & & & & \underset{\smile}{0} &
\end{array}
$$

La división es exacta de cociente
$C(x)=x^3+x+1$

98.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $3[x+(14-x)]=2[x-(2x-21)] \rightarrow 3[x+14-x]=2[x-2x+21] \rightarrow 3\cdot14=2[-x+21] \rightarrow$
$\rightarrow \cancel{42}=-2x+\cancel{42} \rightarrow 0=-2x \rightarrow x=0$

b) $\dfrac{x-4}{6}+\dfrac{2x-4}{8}=\dfrac{5x}{10}-\dfrac{5x-6}{12} \xrightarrow[\text{antes de empezar}]{\text{Simplificamos}} \dfrac{x-4}{6}+\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{x}{2}-\dfrac{5x-6}{12} \rightarrow$
$\xrightarrow[\text{m.c.m.}]{} \dfrac{2x-8}{12}+\dfrac{3x-6}{12}=\dfrac{6x}{12}-\dfrac{5x-6}{12} \xrightarrow[\text{Quitamos denominadores}]{} 2x-8+3x-6=6x-5x+6 \rightarrow$
$\xrightarrow[\text{Transposición}]{} 2x+3x-6x+5x=8+6+6 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{} 4x=20 \xrightarrow[\text{Despejamos}]{} x=\dfrac{20}{4} \rightarrow x=5$

c) $\dfrac{(x+2)\cdot(x-2)}{4}-\dfrac{(x-3)^2}{3}=\dfrac{x\cdot(11-x)}{6} \xrightarrow[\text{m.c.m.}]{} \dfrac{3\cdot(x+2)\cdot(x-2)}{12}-\dfrac{4\cdot(x-3)^2}{12}=\dfrac{2\cdot x\cdot(11-x)}{12} \rightarrow$
$\xrightarrow[\text{Quitamos denomina.}]{} 3\cdot(x+2)\cdot(x-2)-4(x-3)^2=2x(11-x) \xrightarrow[\text{Operamos}]{} 3(x^2-4)-4(x^2-6x+9)=22x-2x^2 \rightarrow$
$\xrightarrow[\text{Operamos}]{} 3x^2-12-4x^2+24x-36-22x+2x^2=0 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{} x^2+2x-48=0 \xrightarrow[\text{Resolvemos}]{}$
$\rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-48 \end{cases} \quad x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-48)}}{2\cdot1}=\dfrac{-2\pm\sqrt{196}}{2}=\dfrac{-2\pm14}{2}=-1\pm7 \leftrightarrow \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=+6 \end{cases}$

99.- El testamento del abuelo asciende a 65.000 euros, y se reparte entre sus tres nietos en partes inversamente proporcionales al sueldo de cada uno de ellos. Si los sueldos de los nietos son de 900, 1.350 y 1.800 euros. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N = 65.000$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las edades de los hermanos:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = \frac{65000}{\frac{1}{900}+\frac{1}{1350}+\frac{1}{1800}} = \frac{65000}{\frac{13}{5400}} = 27.000.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- El de 20 años tiene que aportar: $\frac{27.000.000}{900} = 30.000$ €
- El de 24 años tiene que aportar: $\frac{27.000.000}{1.350} = 20.000$ €
- El de 32 años tiene que aportar: $\frac{27.000.000}{1.800} = 15.000$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad total: 30+20+15=65)

Por tanto, les corresponden respectivamente 30.000€, 20.000€ y 15.000€.

100.- Considerando que Wiam tiene "x" euros, expresa en función de x:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

Enrique tiene 100 euros más que Wiam	$x+100$
Susana tiene el doble de Enrique	$2(x+100) = 2x+200$
Fátima tiene 400 euros menos que Enrique	$2x+200-400 = 2x-200$
Manolo tiene el triple que Wiam y Enrique juntos	$3(x+x+100) = 6x+300$
Adam tiene la mitad de Susana y Fátima	$\frac{2x+200+2x-200}{2} = 2x$
El dinero de todos juntos	$x+100+2x+200+2x-200+$ $+6x+300+2x = 13x+400$

101.- Completa la siguiente tabla de polinomios:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)

Polinomio	Grado	¿Completo?	Término Independiente	P(-1/2)=
$7x^3+5x^4-3x^2+7$	4	No (x)	7	2
$5+3x-9x^4+5x^3$	4	No (x^2)	5	-12
$3x-3x^2-3+3x^3$	3	Si	-3	-12
$3y^2+4y-6$	2	Si	6	5

102.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 4x^5+3x^3-2x^2+5 \\ q(x) = -5x^3-2x^2+3x \\ r(x) = 2x^2-x+3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 2p(x)-3q(x)+r(x) = \\ b)\ \left[q(x)\right]^2 = \\ c)\ p(x):r(x) = \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)

a) $2p(x)-3q(x)+r(x)=2\left(4x^5+3x^3-2x^2+5\right)-3\left(-5x^3-2x^2+3x\right)+2x^2-x+3=$
$=8x^5+6x^3-4x^2+10+15x^3+6x^2-9x+2x^2-x+3=8x^5+21x^3+4x^2-10x+13$

b) $\left[q(x)\right]^2=(q(x))\cdot(q(x))=\left(-5x^3-2x^2+3x\right)\cdot\left(-5x^3-2x^2+3x\right)=25x^6+10x^5-15x^4+$
$+10x^5+4x^4-6x^3-15x^4-6x^3+9x^2=25x^6+20x^5-26x^4-12x^3+9x^2$

c) $p(x):r(x)=$

$$
\begin{array}{cccccc|l}
4x^5 & +0x & +3x^3 & -2x^2 & +0x & +5 & 2x^2-x+3 \\ \cline{7-7}
\underline{-4x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-6x^3} & \downarrow & & & 2x^3+x^2-x-3 \\
0 & +2x^4 & -3x^3 & -2x^2 & & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+x^3} & \underline{-3x^2} & \downarrow & & \\
 & 0 & -2x^3 & -5x^2 & +0x & \downarrow & C(x)=2x^3+x^2-x-3 \\
 & & \underline{+2x^3} & \underline{-x^2} & \underline{+3x} & 5 & \\
 & & 0 & -6x^2 & +3x & +5 & R(x)=14 \\
 & & & \underline{6x^2} & \underline{-3x} & \underline{+9} & \\
 & & & & & +14 &
\end{array}
$$

103.- Expresa el polinomio $P(x)=x^6-14x^4+49x^2-36=$ como un producto de binomios con la ayuda de la regla de Ruffini.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
 & 1 & 0 & -14 & 0 & 49 & 0 & -36 \\
2 & & 2 & 4 & -20 & -40 & 18 & 36 \\ \hline
 & 1 & 2 & -10 & -20 & 9 & 18 & \lfloor 0 \\
-2 & & -2 & 0 & 20 & 0 & -18 & \\ \hline
 & 1 & 0 & -10 & 0 & 9 & 0 & \\
1 & & 1 & 1 & -9 & -9 & & \\ \hline
 & 1 & 1 & -9 & -9 & \lfloor 0 & & \\
-1 & & -1 & 0 & 9 & & & \\ \hline
 & 1 & 0 & -9 & \lfloor 0 & & & \\
-3 & & -3 & +9 & & & & \\ \hline
 & 1 & -3 & \lfloor 0 & & & &
\end{array}
$$

$P(x)=x^6-14x^4+49x^2-36=(x-2)\cdot(x+2)\cdot(x+1)\cdot(x-1)\cdot(x+3)\cdot(x-3)$

104.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

a) $\dfrac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x}=\dfrac{x\left(x^2-4\right)}{x\left(x^2+x-2\right)}=\dfrac{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+2)}\cdot(x-2)}{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+2)}\cdot(x-1)}=\dfrac{(x-2)}{(x-1)}$

b) $\frac{x^4+2x^3-3x^2}{x^4+2x^3+2x^2+10x-15}=\frac{x^2\cdot(x+2x-3)}{(x^2+5)(x+3)\cdot(x-1)}=\frac{x\cdot\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x-1)}}{(x^2+5)\cancel{(x+3)}\cdot\cancel{(x-1)}}=\frac{x}{x^2+5}$

105.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

a) $7(x-1)-2x-16=3(x-3) \rightarrow 7x-7-2x-16=3x-9 \rightarrow 5x-23=3x-9$

$\rightarrow 5x-3x=-9+23 \rightarrow 2x=14 \rightarrow x=\frac{14}{2}=7$

b) $6x+4=4\cdot[2x-5\cdot(x-2)] \rightarrow 6x+4=4\cdot[2x-5x+10] \rightarrow 6x+4=4\cdot[-3x+10]$

$\rightarrow 6x+4=-12x+40 \rightarrow 6x+12x=40-4 \rightarrow 18x=36 \rightarrow x=\frac{36}{18}=2$

c) $(x-3)^2=2x^2-5x+9 \rightarrow x^2-6x+9=2x^2-5x+9 \rightarrow x^2+x=0$

$\rightarrow c_1)\ x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x+1=0 \rightarrow x_2=-1 \end{cases}$

$\rightarrow c_2)\ x^2+x=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot1\cdot0}}{2\cdot1}=$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{-1\pm1}{2}= \rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{-1+1}{2}=\frac{0}{2}=0 \\ x_2=\frac{-1-1}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \end{cases}$

d) $x+\frac{3x+1}{2}-\frac{x-2}{3}=x^2-2 \rightarrow \frac{6x}{\cancel{6}}+\frac{3\cdot(3x+1)}{\cancel{6}}-\frac{2\cdot(x-2)}{\cancel{6}}=\frac{6x^2}{\cancel{6}}-\frac{12}{\cancel{6}} \rightarrow$

$\rightarrow 6x+3(3x+1)-2(x-2)=6x^2-12 \rightarrow 6x+9x+3-2x+4-6x^2+12=0$

$-6x^2+13x+19=0 \rightarrow \begin{cases} a=-6 \\ b=13 \\ c=19 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\frac{-13\pm\sqrt{169-4\cdot(-6)\cdot19}}{2\cdot(-6)}=$

$x=\frac{-13\pm\sqrt{169+456}}{-12}=\frac{-13\pm\sqrt{625}}{-12}\frac{-13\pm25}{-12}= \rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{-13+25}{-12}=\frac{12}{-12}=-1 \\ x_2=\frac{-13-25}{-12}=\frac{-38}{-12}=\frac{19}{6} \end{cases}$

106.- Si en una librería, el precio de un libro es x euros y el de una libreta es 7 € menos, expresa algebraicamente lo que cuestan:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

Cuatro libros	$4x$
Tres libretas	$3\cdot(x-7)=3x-21$
La mitad de lo que cuestan 5 libretas	$\frac{5}{2}(x-7)$
Tres libros y 2 libretas	$3x+2\cdot(x-7)=3x+2x-14=5x-14$
Cinco libros con un descuento del 20%	$5x\cdot 0,8=4x$
Seis libros y una libreta con rebaja de 5€	$6x+(x-7)-5=6x+x-7-5=7x-12$

107.- Completa la siguiente tabla de polinomios:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

Polinomio	Grado	Término Independiente	¿Completo?	P(-3)=
$5x^3+2x^4-x^2+12$	**4**	**12**	**No (x)**	**30**
$5+3x-9x^4+5x^2$	**4**	**5**	**No (x^3)**	**-706**
$3x-3x^2-3+3x^3$	**3**	**-3**	**Si**	**-120**
$3y^2+4y$	**2**	**0**	**No (T.ind)**	**15**

108.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x)=4x^5-3x^3+5x^2-7 \\ q(x)=-5x^3-2x^2+3x \\ r(x)=2x^2-3x+5 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ 3p(x)+q(x)-2r(x)= \\ b)\ \left[p(x)\right]^2= \\ c)\ p(x):r(x)= \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

a) $3p(x)+q(x)-2r(x)=3(4x^5-3x^3+5x^2-7)+(-5x^3-2x^2+3x)-2(2x^2-3x+5)=12x^5-9x^3+$
$+15x^2-21-5x^3-2x^2+3x-4x^2+6-10=12x^5-14x^3+9x^2+3x-31$

b) $\left[p(x)\right]^2=p(x)\cdot p(x)=(4x^5-3x^3+5x^2-7)\cdot(4x^5-3x^3+5x^2-7)=\cancel{16x^{10}}\ \cancel{-12x^8}\ \cancel{+20x^7}\ \cancel{-28x^5}\ -$
$\cancel{-12x^8}\ \cancel{+9x^6}\ \cancel{-15x^5}\ \cancel{+21x^3}\ \cancel{+20x^7}\ \cancel{-15x^5}\ \cancel{+25x^4}\ \cancel{-35x^2}\ \cancel{-28x^5}\ \cancel{+21x^3}\ \cancel{-35x^2}+19=$
$=16x^{10}-24x^8+40x^7+9x^6-86x^5+25x^4+42x^3-70x^2$

c) $p(x):r(x)=$

$$\begin{array}{cccccc|l}
4x^5 & +0x & -3x^3 & +5x^2 & +0x & -7 & 2x^2-3x+5 \\ \cline{7-7}
\underline{-4x^5} & \underline{+6x^4} & \underline{-10x^3} & \downarrow & & & 2x^3+3x^2-2x-8 \\
0 & +6x^4 & -13x^3 & +5x^2 & & & \\
 & \underline{-6x^4} & \underline{+9x^3} & \underline{-15x^2} & \downarrow & & \\
 & 0 & -4x^3 & -10x^2 & +0x & \downarrow & C(x)=2x^3+3x^2-2x-8 \\
 & & \underline{+4x^3} & \underline{-6x^2} & \underline{+10x} & 5 & \\
 & & 0 & -16x^2 & +10x & -7 & R(x)=-14x+33 \\
 & & & \underline{16x^2} & \underline{-24x} & \underline{+40} & \\
 & & & & -14x & +33 &
\end{array}$$

109.- Expresa el siguiente polinomio como un producto de binomios con la ayuda de la regla de Ruffini.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

$$Q(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6=$$

$$\left.\begin{array}{r|rrrrr}
 & +1 & -1 & -7 & +1 & -6 \\
-2 & & -2 & +6 & +2 & +6 \\
\hline
 & +1 & -3 & -1 & +3 & \underline{|0} \\
+3 & & +3 & 0 & +3 & \\
\hline
 & +1 & 0 & -1 & \underline{|0} & \\
-1 & & -1 & +1 & & \\
\hline
 & +1 & -1 & \underline{|0} & &
\end{array}\right\} \rightarrow \quad x^4-x^3-7x^2+x+6=(x+2)\cdot(x-3)\cdot(x+1)\cdot(x-1)$$

110.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

a) $\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+2x^2+x}=\dfrac{(x+1)^2\cdot(x-1)}{x\cdot(x+2x+1)}=\dfrac{(x+1)\cdot\cancel{(x+1)}\cdot\cancel{(x-1)}}{x\cdot\cancel{(x+1)}\cdot\cancel{(x-1)}}=\dfrac{x+1}{x}$

b) $\dfrac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x}=\dfrac{x\left(x^2-16\right)}{4x\left(x^2+8x+16\right)}=\dfrac{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+4)}\cdot(x-4)}{4\cancel{x}\cdot(x+4)^{\cancel{2}}}=\dfrac{x-4}{4x+16}$

111.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

a) $(3-x)+2(x-1)=(x-5)+2x \quad\rightarrow\quad 3-x+2x-2=x-5+2x \quad\rightarrow\quad x+1=3x-5$

$\rightarrow\quad +1-5=3x-x \quad\rightarrow\quad -4=2x \quad\rightarrow\quad x=\dfrac{-4}{2} \quad\rightarrow\quad x=-2$

b) $2(3x+2)=4\left[2x-5(x-2)\right] \quad\rightarrow\quad 6x+4=4(2x-5x+10) \quad\rightarrow\quad 6x+4=4(-3x+10)$

$\rightarrow\quad 6x+4=-12x+40 \quad\rightarrow\quad 6x+12x=40-4 \quad\rightarrow\quad 18x=36 \quad\rightarrow\quad x=\dfrac{36}{18} \quad\rightarrow\quad x=2$

c) $(3x+2)^2+3x\cdot(1-3x)=2x-22 \quad\rightarrow\quad \cancel{9x^2}+12x+4+3x\cancel{-9x^2}=2x-22 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 12x+3x-2x=-22-4 \quad\rightarrow\quad 13x=-26 \quad\rightarrow\quad x=\dfrac{-26}{13} \quad\rightarrow\quad x=-2$

d) $\dfrac{3x^2}{2}-\dfrac{4x-1}{4}=\dfrac{2x(x-3)}{6}+\dfrac{17}{2} \quad\rightarrow\quad \dfrac{18x^2}{\cancel{12}}-\dfrac{3(4x-1)}{\cancel{12}}=\dfrac{4x(x-3)}{\cancel{12}}+\dfrac{17}{\cancel{12}} \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 18x^2-3(4x-1)=4x(x-3)+17 \quad\rightarrow\quad 18x^2-12x+3=4x^2-12x+17 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 18x^2-12x+3-4x^2+12x-17=0 \quad\rightarrow\quad 14x^2-14=0 \quad\rightarrow\quad 14\left(x^2-1\right)=0 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 14\left(x^2-1\right)=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-1=0 \quad\rightarrow\quad x=\pm\sqrt{1}=\pm1 \quad\rightarrow\quad \begin{cases}x_1=-1\\ x_2=+1\end{cases}$

112.- Considerando un rebaño de "x" ovejas:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

Número de patas del rebaño	**4X**
Número de orejas del rebaño	**2X**
Número de patas si se mueren 6 ovejas	**4(X-6)**
número de ovejas si se mueren la tercera parte	**2X/3**
La mitad de sus orejas	**X**
La cuarta parte de sus patas	**X**

113.- Completa la siguiente tabla de polinomios:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

Polinomio	Grado	¿Completo?	Término Independiente	P(0)=
$7x^3+5x^5-3x^2+3$	**5**	**No (x^4)**	**3**	**3**
$5+3x-9x^4+x^2-5x^3$	**4**	**Si**	**5**	**5**
$3x-3x^2-3+3x^3$	**3**	**Si**	**-3**	**-3**
$2y^2-5y-8$	**2**	**Si**	**-8**	**-8**

114.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x)=4x^5+3x^3-2x^2+5 \\ q(x)=-5x^3-2x^2+3x \\ r(x)=2x^2-x+3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ p(x)-2q(x)+r(x)= \\ b)\ \left[r(x)\right]^2= \\ c)\ p(x):r(x)= \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

a) $p(x)-2q(x)+r(x)=(4x^5+3x^3-2x^2+5)-2(-5x^3-2x^2+3x)+2x^2-x+3=4x^5+3x^3+$
$-2x^2+5+10x^3+4x^2-6x+2x^2-x+3=4x^5+13x^3+4x^2-7x+8$

b) $\left[r(x)\right]^2=(r(x))\cdot(r(x))=(2x^2-x+3)\cdot(2x^2-x+3)=4x^4-2x^3+6x^2-2x^3+x^2-3x+6x^2$
$-3x+9=4x^4-4x^3+13x^2-6x+9$

c) $p(x):r(x)=$

$$\begin{array}{cccccc|l}
4x^5 & +0x & +3x^3 & -2x^2 & +0x & +5 & 2x^2-x+3 \\ \cline{7-7}
\underline{-4x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-6x^3} & \downarrow & & & 2x^3+x^2-x-3 \\
0 & +2x^4 & -3x^3 & -2x^2 & & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+x^3} & \underline{-3x^2} & \downarrow & & \\
 & 0 & -2x^3 & -5x^2 & +0x & \downarrow & C(x)=2x^3+x^2-x-3 \\
 & & \underline{+2x^3} & \underline{-x^2} & \underline{+3x} & 5 & \\
 & & 0 & -6x^2 & +3x & +5 & R(x)=14 \\
 & & & \underline{6x^2} & \underline{-3x} & \underline{+9} & \\
 & & & & & +14 &
\end{array}$$

115.- Expresa el polinomio $P(x)=x^6-14x^4+49x^2-36=$ como un producto de binomios con la ayuda de la regla de Ruffini.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (3.1) (3.2)

$$Q(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6=$$

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & +1 & -1 & -7 & +1 & -6 \\
-2 & & -2 & +6 & +2 & +6 \\
\hline
 & +1 & -3 & -1 & +3 & \lfloor 0 \\
+3 & & +3 & 0 & +3 & \\
\hline
 & +1 & 0 & -1 & \lfloor 0 & \\
-1 & & -1 & +1 & & \\
\hline
 & +1 & -1 & \lfloor 0 & &
\end{array}
\;\Bigg\}\rightarrow\; x^4-x^3-7x^2+x+6=(x+2)\cdot(x-3)\cdot(x+1)\cdot(x-1)
$$

116.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$$a)\ \frac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x}=\frac{x\left(x^2-4\right)}{x\left(x^2+x-2\right)}=\frac{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+2)}\cdot(x-2)}{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+2)}\cdot(x-1)}=\frac{(x-2)}{(x-1)}$$

$$b)\ \frac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x}=\frac{x\cdot\left(x^2-16\right)}{4x\cdot\left(x^2+8x+16\right)}=\frac{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+4)}\cdot(x-4)}{4\cancel{x}\cdot(x+4)\cancel{^2}}=\frac{x-4}{4x+16}$$

117.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

$a)\ (3-x)+2(x-1)=(x-5)+2x \quad\rightarrow\quad 3-x+2x-2-x+5-2x=0 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad -x+2x-x-2x=-5+2-3 \quad\rightarrow\quad -2x=-6 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-6}{-2}=3$

$b)\ (x-3)\cdot(x-4)=(x-2)^2 \quad\rightarrow\quad x^2-3x-4x+12=x^2-4x+4 \quad\rightarrow\quad -3x=-8$

$\rightarrow\quad x=\frac{-8}{-3}=\frac{8}{3}$

$c)\ (x+3)^2=9 \quad\rightarrow\quad x^2-6x+9=9 \quad\rightarrow\quad x^2-6x=0$

$$\rightarrow\quad x(x-6)=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=0 \\ x-6=0 \quad\rightarrow\quad x_2=6 \end{cases}$$

$d)\ \frac{3x^2}{2}-\frac{4x-1}{4}=\frac{2x(x-3)}{6}+\frac{17}{2} \quad\rightarrow\quad \frac{18x^2}{\cancel{12}}+\frac{3\cdot(4x-1)}{\cancel{12}}=\frac{2\cdot 2x\cdot(x-3)}{\cancel{12}}+\frac{6\cdot 17}{\cancel{12}} \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 18x^2-12x+3=4x^2-12x+102 \quad\rightarrow\quad 18x^2-12x+3-4x^2+12x-102=0$

$14x^2-99=0 \quad\rightarrow\quad 14x^2=99 \quad\rightarrow\quad x^2=\frac{99}{14} \quad\rightarrow\quad x=\pm\sqrt{\frac{99}{14}} \quad\rightarrow\quad x=\pm\frac{3\sqrt{154}}{14}$

118.- Un ganadero vende los 3/4 de la leche que producen sus vacas para envasarla, 2/3 del resto para elaborar mantequilla y 3/5 del nuevo resto para hacer queso. Si aún le quedan 36 litros de leche que donará a una ONG, ¿Cuántos litros de leche producen sus vacas? ¿Cuánta leche dedica a cada cosa?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

- Si $\frac{3}{4}$ de la leche la vende para envasar, le queda $\frac{1}{4}$
- Si $\frac{2}{3}$ del resto la usa para elaborar mantequilla, usa $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ $=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

Por lo que hasta ahora ha gastado: $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{9+2}{12}=\frac{11}{12}$

Así que aún queda $\frac{1}{12}$

- Si $\frac{3}{5}$ de lo que queda lo usa para hacer queso, usa $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{12}=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{12}=\frac{3}{60}=\frac{1}{20}$

Así que ya ha utilizado: $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{20}=\frac{45+10+3}{60}=\frac{58}{60}=\frac{29}{30}$

Por lo que queda $\frac{1}{30}$ de leche.

Si dice que quedan 36 litros que da a una ONG, entonces:

$$\frac{1}{30}\textit{son 36 litros de leche} \quad \rightarrow \quad \frac{30}{30}\textit{son } 36\cdot 30=1.080 \textit{ litros}$$

Por tanto, las vacas producen $1.080 \textit{ litros}$ $\begin{cases} \textit{Leche envasada}: \frac{3}{4} \textit{de } 1.080=810l \\ \textit{Mantequilla}: \frac{1}{6}\textit{de } 1.080=180l \\ \textit{Queso}: \frac{1}{20}\textit{de } 1.080=54l \\ \textit{ONG}: 36l \end{cases}$

119.- Doce Obreros, trabajando 8 horas diarias hacen una pared de 50 m de larga en 25 días. ¿Cuánto tardarán 5 obreros en hacer una pared de 100 m de larga si trabajan 10 horas diarias?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Obreros	Horas al día	Longitud (m)	Días
12	8	50	25
5	10	100	X

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los días) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Días y Obreros: Si 12 obreros tardan 25 días, menos obreros, tardarán ….más días, por tanto, ***a menos, más***, se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Días y Horas al día: Si trabajando 8 horas al día tardan 25 días, trabajando más horas, tardarán ….. menos días, por tanto, ***a más, menos***, se trata de otra ***proporcionalidad inversa.***

Días y Longitud: Si en 25 días hacen una pared de 50 metros, para hacer más metros, tardarán… más días, por tanto, ***a más, más***, se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en un miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el otro el producto de las otras, sin olvidar que las directamente proporcionales las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversamente proporcionales le damos la vuelta.

$$\frac{25}{x}=\frac{5}{12}\cdot\frac{10}{8}\cdot\frac{50}{100} \rightarrow \frac{25}{x}=\frac{2.500}{9.600}=\frac{25}{96} \rightarrow 25x=25\cdot 96 \rightarrow x=\frac{25\cdot 96}{25}=96$$

Por tanto, para hacer 100 m de pared tardarán 96 días.

120.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los 2/5 de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dh. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía el cajero al principio:

🍎 Primer pago: $\frac{2}{5}x+500$

Quedan: $x-\left(\frac{2}{5}x+500\right)=\frac{3}{5}x-500$

🍎 Segundo pago: $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}x-500\right)+250=\frac{3}{10}x-250+250=\frac{3}{10}x$

Entre los dos pagos, ha el cajero ha dado: $\frac{2}{5}x+500+\frac{3}{10}x=\frac{7}{10}x+500$

Por lo que quedan: $x-\left(\frac{7}{10}x+500\right)=\frac{3}{10}x-500$

Y esta cantidad se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio, es decir, con $\frac{x}{5}$.

Así que, la ecuación será: $\frac{3}{10}x-500=\frac{x}{5}$, cuya solución es:

$$\frac{3x}{10}-500=\frac{x}{5} \quad\rightarrow\quad \frac{3x}{10}-\frac{5000}{10}=\frac{2x}{10} \quad\rightarrow\quad 3x-5000=2x \quad\rightarrow x=5000$$

Por tanto, en el cajero habían 5.000 dh

En el primer pago ha dado $\frac{2}{5}\cdot 5000+500=2.500$ y en el segundo $\frac{3}{10}\cdot 5000=1.500$

Así que el primer pago da 2.500 dh y en el segundo 1.500 dh.

De esta forma quedan 1.000 dh que se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio.

121.- Un granjero, tiene en su granja, entre gallinas y conejos, 20 animales y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos tiene?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al número de gallinas, y $20\text{-}x$ al de conejos y vamos a plantear la ecuación con el número de patas en la granja:

$$\left.\begin{array}{l} Gallinas : x \\ Conejos : 20-x \end{array}\right\} \rightarrow \quad 2x+4(20-x)=52 \quad\rightarrow\quad 2x+80-4x=52 \quad\rightarrow\quad 2x-4x=52-80 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad -2x=-28 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-28}{-2} \quad\rightarrow\quad x=14$$

Por tanto, en la granja hay 14 gallinas y 20−14=6 conejos.

Si calculamos el total de patas, vemos que 14·2+6·4=28+24=52, coincide con el número dado en el enunciado.

122.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría una de las bombas, entonces la otra tardaría 16+x horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en cuanto depósito se vacía en una hora con cada una de las bombas o con las dos:

$$\left.\begin{array}{l} Bomba\ 1: x \\ Bomba\ 2: x+16 \\ Las\ dos: 15 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora vaciaran:}} \left.\begin{array}{l} Bomba\ 1: \frac{1}{x} \\ Bomba\ 2: \frac{1}{x+16} \\ Las\ dos: \frac{1}{15} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Será igual a la suma de lo que haga cada una pors eparado también en 1 hora}]{\text{Lo que hagan las dos bombas a la vez en 1 hora}} \frac{1}{x}+\frac{1}{x+16}=\frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}}+\frac{15x}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}}=\frac{x(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}} \rightarrow 15x+240+15x=x^2+16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+16x-30x-240=0 \rightarrow x^2-14x-240=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot 1\cdot(-240)}}{2\cdot 1}=\frac{14\pm\sqrt{196+960}}{2}=\frac{14\pm\sqrt{1156}}{2}=\frac{14\pm 34}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{14+34}{2}=\frac{48}{2}=24 \\ x_2=\frac{14-34}{2}=\frac{-20}{2}=-10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto una bomba es capaz de vaciar el depósito en 24 horas y la otra en 24+16=40 horas.

123.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 9 años
Hija	x	$x+9$
Madre	x^2	x^2+9

Ahora plantearemos la ecuación ***dentro de 9 años:***

$$x^2+9=3(x+9) \rightarrow x^2+9=3x+27 \rightarrow x^2-3x-18=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-18 \end{cases}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot 1\cdot(-18)}}{2\cdot 1}=\frac{3\pm\sqrt{9+72}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{3\pm 9}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{3+9}{2}=\frac{12}{2}=6 \\ x_2=\frac{3-9}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre 6^2= 36 años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 9 años, vemos que 6+9=15 y 36+9=45 que es el triple.

124.- Un Químico tiene dos disoluciones de ácido clorhídrico, una con una concentración de 40% en volumen y la otra del 75%. ¿Cuántos cm^3 de cada una de ellas debe utilizar para preparar otra disolución de 60 cm^3 con una concentración del 50% en volumen?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (cm^3)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	x	40	$40x$
Disolución 2	$60-x$	75	$75\cdot(60-x)$
Disolución Mix	60	50	3.000

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$40x+75\cdot(60-x)=3000 \quad\rightarrow\quad 40x+4.500-75x=3000 \quad\rightarrow\quad 40x-75x=3000-4500 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad -35x=-1500 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-1500}{35} \quad\rightarrow\quad x=42,86\ cm^3$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 42,86 cm³ de ácido al 40 % con 17,14 cm³ del de 75%.

125.- ¿Cuál es la edad de Mohamed, si al multiplicarla por 15 le faltan 100 años para completar su cuadrado?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Si llamamos x a la edad de Mohamed, cuando la multiplicamos por 15, será 15x, y si dice que le faltan 100 años para completar su cuadrado, esto quiere decir que si a 15x le sumo 100 tendré el cuadrado de la edad de Mohamed, por tanto, con todo esto ya puedo escribir la ecuación.

$$15x+100=x^2$$

Si transponemos todo al segundo miembro, ya tenemos la ecuación preparada para resolverla:

$$15x+100=x^2 \quad\rightarrow\quad x^2-15x-100=0 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{15\pm\sqrt{15^2-4\cdot1\cdot(-100)}}{2\cdot1}$$

$$x=\frac{15\pm\sqrt{225+400}}{2}=\frac{15\pm\sqrt{625}}{2\cdot1}=\frac{15\pm25}{2}$$

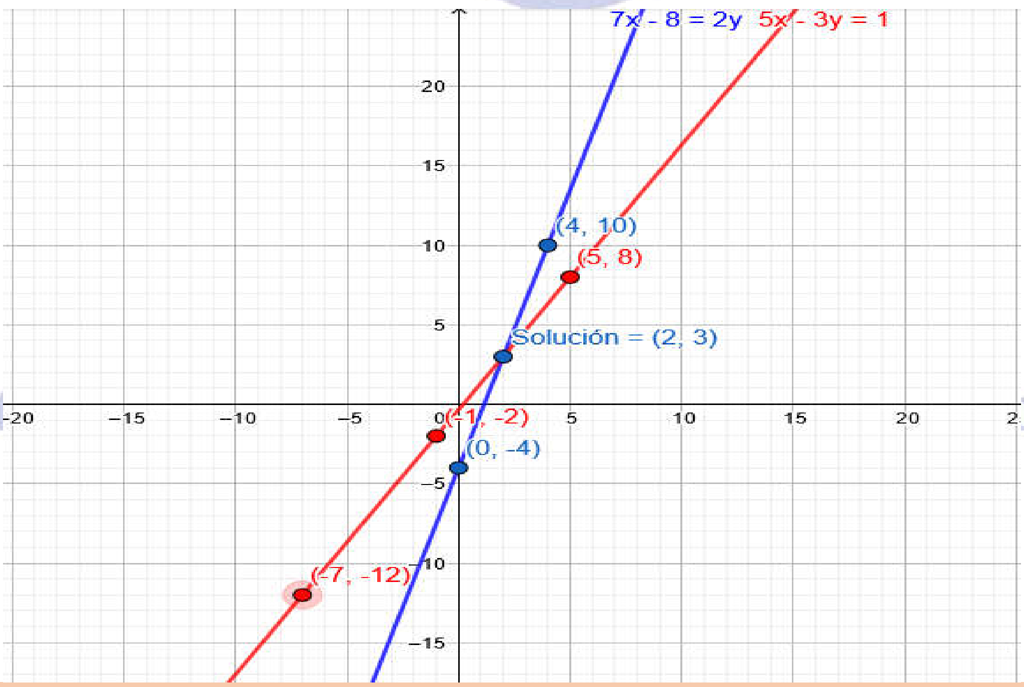
$$x_1=\frac{15+25}{2}=\frac{40}{2}=20 \qquad\qquad x_2=\frac{15-25}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

Desechamos la solución -5 porque las edades no pueden ser negativas.

La edad de Mohamed es de 20 años.

126.- Resolver de forma gráfica el siguiente sistema: $\begin{cases}7x-8=2y\\5x-3y=1\end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)



127.- Resuelve por sustitución el siguiente sistema: $\begin{cases}4x+y=3(4+x)\\2\cdot(2x-7)=y+3x\end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)

Antes de nada, vamos a poner el sistema guapo, es decir, voy a quitar los paréntesis y voy a agrupar las incógnitas en el primer miembro y los términos independientes en el segundo:

$$\begin{cases} 4x+y=3\cdot(4+x) \\ 2\cdot(2x-7)=y+3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x+y=12+3x \\ 4x-14=y+3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x+y-3x=12 \\ 4x-3x-y=14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=14 \end{cases}$$

Una vez hecho esto, resolvemos el sistema de la derecha que es equivalente al dado y por supuesto mucho más fácil de resolver:

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=14 \end{cases} \xrightarrow{\text{De la ecuación 1, despejamos x:}} x=12-y \xrightarrow{\text{Sustituimos en la ecuación (2)}} (12-y)-y=14$$

$$12-y-y=14 \quad \rightarrow \quad 12-14=2y \quad \rightarrow \quad -2=2y \quad \rightarrow \quad y=-1$$

Una vez conseguida la y, calculamos la x sustituyendo en el primer paso:

$$de \;\; x=12-y \quad \rightarrow \quad x=12-(-1)=12+1=13$$

Por tanto, se trata de un sistema compatible determinado: $S.C.D.\{x=13; y=-1\}$

128.- Se vierten en un recipiente 16 litros de una mezcla con una concentración en alcohol al 25%. ¿Cuántos litros de alcohol puro debo agregar a la mezcla inicial para obtener finalmente una mezcla cuya concentración de alcohol sea del 50%?

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Concentración (%)	Total
Alcohol (1)	16	25	16·25=400
Alcohol Puro	x	100	100x
Mezcla	16+x	50	50·(16+x)=800+50x

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Alcohol(1)} + Total_{Alcohol\ Puro} = Total_{Mezcla} \quad \rightarrow \quad 400+100x=800+50x$$

Que resolviendo nos da:

$$400+100x=800+50x \quad \rightarrow \quad 100x-50x=800-400 \qquad 50x=400 \quad \rightarrow \quad x=\frac{400}{50}=8$$

Por tanto, tenemos que agregar 8 litros de alcohol puro.

129.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)

a) $\frac{x-3}{2(x-1)}=-\frac{1}{x} \rightarrow x(x-3)=-2(x-1) \rightarrow x^2-3x=-2x+2 \rightarrow x^2-3x+2x-2=0$

$\rightarrow \quad x^2-x-2=0 \quad \rightarrow \quad (x-2)\cdot(x+1)=0 \quad \rightarrow \quad x_1=2 \qquad x_2=-1$

b) $6x+4=4\cdot[2x-5\cdot(x-2)] \rightarrow 6x+4=4(2x-5x+10) \rightarrow 6x+4=4(-3x+10) \rightarrow$

$\rightarrow \quad 6x+4=-12x+40 \quad \rightarrow \quad 6x+12x=40-4 \quad \rightarrow \quad 18x=36 \quad \rightarrow \quad x=\frac{36}{18} \quad \rightarrow \quad x=2$

130.- He repartido mi colección de poliedros entre mis amigos matemáticos. A Tales le he dado 1/5 del total, a Hipatia 1/3 del resto, a Arquímedes la mitad de lo que quedaba, y, por último, a Pitágoras le he regalado los 16 poliedros que me quedaban. ¿Cuántos poliedros tenía? ¿Cuántos poliedros he dada a cada uno de mis amigos?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

- Tales: $\frac{1}{5}$ de los poliedros, por lo que quedan $\frac{4}{5}$ de los poliedros

- Hipatia: $\frac{1}{3}$ del resto, $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5} = \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

Por lo que hasta ahora he regalado: $\frac{1}{5}+\frac{4}{15}=\frac{3+4}{15}=\frac{7}{15}$

Así que aún quedan $\frac{8}{15}$

- Arquímedes: $\frac{1}{2}$ de lo que quedaba, $\frac{1}{2}$ de $\frac{8}{15}=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{15}=\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$

Así que ya he dado: $\frac{1}{5}+\frac{4}{15}+\frac{4}{15}=\frac{3+4+4}{15}=\frac{11}{15}$

Por lo que quedan $\frac{4}{15}$ de los poliedros.

Si dice que a Pitágoras le regalo los 16 poliedros que quedan, entonces:

$$\frac{4}{15} \text{ son } 16 \text{ poliedros} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{15} \text{ son } 4 \text{ poliedros} \quad y \quad \frac{15}{15} \text{ son } 4\cdot 15 = 60 \text{ poliedros}$$

Por tanto, Yo tenía 60 poliedros y he dado 12 a Tales y 16 a Hipatia, Arquímedes y Pitágoras.

131.- Un cine, pasando 2 sesiones diarias, puede dar entrada a 18.000 personas en 30 días. ¿Cuántas personas podrían recibir 4 cines dando 3 sesiones diarias si lo hacen durante 45 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Cines	Sesiones al día	Personas	Días
1	2	18.000	30
4	3	X	45

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (las personas) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Cines y Personas: Si 1 cine puede dar entrada a 18.000 personas, más cines podrían dar entrada a…. más personas, por tanto, ***a más, más***, se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Sesiones y Personas: Si dando 2 sesiones al día entran 18.000 personas, si damos más sesiones, entrarán ….. más personas, por tanto, ***a más, más***, se trata de otra ***proporcionalidad directa.***

Días y Personas: Si en 30 días entran 18.000 personas, en más días entrarán….. más personas, por tanto, ***a más, más***, se trata de otra ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción y como todas son directas las dejamos tal cual están en la tabla:

$$\frac{18.000}{x}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{30}{45} \quad\rightarrow\quad \frac{18.000}{x}=\frac{60}{540}=\frac{1}{9} \quad\rightarrow\quad x=18.000\cdot 9=162.000$$

Por tanto, podrían recibir a 162 mil personas.

132.- Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta 4/5 de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía Hicham:

- El viernes gasta: $\frac{1}{3}x-100$

Quedan: $x-\left(\frac{1}{3}x-100\right)=\frac{2}{3}x+100$

- El sábado gasta: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x+100\right)+50=\frac{1}{3}x+100$

Entre los dos días, Hicham ha gastado: $\frac{1}{3}x-100+\frac{1}{3}x+100=\frac{2}{3}x$

Por lo que queda: $\frac{x}{3}$ del dinero

- El domingo gasta: $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba, es decir $\frac{4}{5}$ de $\frac{x}{3}=\frac{4}{5}\cdot\frac{x}{3}=\frac{4}{15}x$

Luego todavía le queda $\frac{1}{5}$ de $\frac{x}{3}=\frac{1}{5}\cdot\frac{x}{3}=\frac{x}{15}$

Y esta cantidad se corresponde con los 80 dh. Con los que vuelve a casa.

Así que, la ecuación a resolver será: $\frac{x}{15}=80 \quad\rightarrow\quad x=15\cdot 80=1.200\,\text{dh}$

Por tanto, Hicham empezó la excursión con 1.200 dh.

133.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al número de coches, y $110-x$ al de motos y vamos a plantear la ecuación con el número de ruedas en el garaje:

$$\left.\begin{array}{l} Coches: x \\ Motos: 110-x \end{array}\right\} \rightarrow \quad 4x+2(110-x)=360 \quad\rightarrow\quad 4x+220-2x=360 \quad\rightarrow\quad 4x-2x=360-220 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad 2x=140 \quad\rightarrow\quad x=\frac{140}{2} \quad\rightarrow\quad x=70$$

Por tanto, en el garaje hay 70 coches y 110−70=40 motos.

Si calculamos el total de ruedas, vemos que 70·4+2·40=280+80=360, coincide con el número dado en el enunciado.

134.- Dos grifos diferentes manando a la vez llenan una alberca en 15 horas. Si actuara solo uno de ellos, tardaría en llenarla 16 horas más que si actuara el otro. ¿Cuánto tardaría cada uno de ellos por sí solo en llenar la alberca?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría en llenar la alberca uno de los grifos, entonces el otro tardaría 16+x horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción de alberca que se llena en una hora con cada uno del os grifos o con los dos:

$$\left.\begin{array}{l} Grifo\ 1: x \\ Grifo\ 2: x+16 \\ Los\ dos: 15 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora llenarán:}} \left.\begin{array}{l} Grifo\ 1: \frac{1}{x} \\ Grifo\ 2: \frac{1}{x+16} \\ Los\ dos: \frac{1}{15} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Será igual a la suma de lo que haga cada uno por separado también en 1 hora}]{\text{Lo que hagan los dos grifos a la vez en 1 hora}} \frac{1}{x}+\frac{1}{x+16}=\frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}}+\frac{15x}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}}=\frac{x(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}} \rightarrow 15x+240+15x=x^2+16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+16x-30x-240=0 \rightarrow x^2-14x-240=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot 1\cdot(-240)}}{2\cdot 1}=\frac{14\pm\sqrt{196+960}}{2}=\frac{14\pm\sqrt{1156}}{2}=\frac{14\pm 34}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{14+34}{2}=\frac{48}{2}=24 \\ x_2=\frac{14-34}{2}=\frac{-20}{2}=-10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto un grifo llena la alberca en 24 horas y el otro en 24+16=40 horas.

135.– La edad de una madre es actualmente el cuadrado de la de su hija, pero dentro de 24 años la edad de la madre será el doble que la de su hija ¿Cuántos años tienen ahora cada una de ellas?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 24 años
Hija	x	$x+24$
Madre	x^2	x^2+24

Ahora plantearemos la ecuación ***dentro de 24 años:***

$$x^2+24=2(x+24) \rightarrow x^2+24=2x+48 \rightarrow x^2-2x-24=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-24 \end{cases}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-24)}}{2\cdot 1}=\frac{2\pm\sqrt{4+96}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{2\pm 10}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{2+10}{2}=\frac{12}{2}=6 \\ x_2=\frac{2-10}{2}=\frac{-8}{2}=-4 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre 6^2= 36 años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 24 años, vemos que 6+24=30 y 36+24=60 que es el doble.

136.– En el laboratorio necesitamos 20 litros de una solución ácida al 20%. Si tenemos dos recipientes de disolución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada una debemos combinar para obtener la solución necesaria?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (l)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	x	10	$10x$
Disolución 2	$20-x$	25	$25\cdot(20-x)$
Disolución Mix	20	20	400

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$10x+25\cdot(20-x)=400 \quad\to\quad 10x+500-25x=400 \quad\to\quad 10x-25x=400-500 \quad\to$$

$$\to\quad -15x=-100 \quad\to\quad x=\frac{-100}{-15} \quad\to\quad x=6,67 \text{ litros}$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 6,67 litros de la disolución al 10 % y 13,33 litros de la del 25%.

137.- Resuelve los sistemas mediante dos métodos diferentes: **(4 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)

$$a)\begin{cases} 2x+y=5 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{4x-y}{6}=\dfrac{1}{3} \end{cases} \to \begin{cases} 2x+y=5 \\ \dfrac{3x}{6}-\dfrac{4x-y}{6}=\dfrac{2}{6} \end{cases} \to \begin{cases} 2x+y=5 \\ 3x-4x+y=2 \end{cases} \to \begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}\begin{cases} 2x+y=5 \\ -x+y=2 \end{cases}$$

Si restamos ambas ecuaciones (***método de reducción***) llegamos a: $3x=3 \quad\to\quad x=1$

Y si sustituimos en la ecuación (2): $-x+y=2 \quad\to\quad -1+y=2 \quad\to\quad y=3$

Por tanto, tenemos un sistema compatible determinado de solución: $S.C.D.\{x=1 \quad;\quad y=3\}$

$$b)\begin{cases} 4x-y=3\cdot(x-3+y) \\ 3x+5y=-3x+2y \end{cases} \to \begin{cases} 4x-y=3x-9+3y \\ 3x+5y+3x-2y=0 \end{cases} \to \begin{cases} 4x-y-3x-3y=-9 \\ 3x+5y+3x-2y=0 \end{cases} \to \begin{cases} x-4y=-9 \\ 6x+3y=0 \end{cases}$$

$$\to \begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}\begin{cases} x-4y=-9 \\ 2x+y=0 \end{cases}$$

Si despejamos x de la primera ecuación: $x-4y=-9 \quad\to\quad x=4y-9$

Y sustituimos en la segunda (***Método de sustitución***):

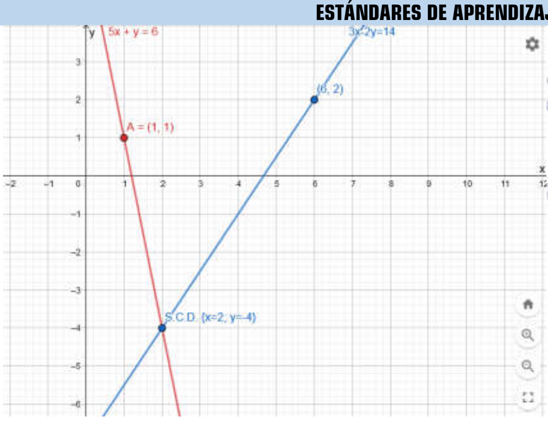
$$2x+y=0 \quad\to\quad 2(4y-9)+y=0 \quad\to\quad 8y-18+y=0 \quad\to\quad 9y=18 \quad\to\quad y=2$$

Conocida la y, volvemos a $x=4y-9$ y calculamos x: $x=4\cdot 2-9=8-9=-1$

Por lo que es un sistema compatible determinado de solución $S.C.D.\{x=-1 \quad;\quad y=2\}$

138.- Resolver de forma gráfica el siguiente sistema: $\begin{cases} 5x+y=6 \\ 3x-2y=14 \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)



139.- ¿Qué cantidades de aceite, uno puro de oliva, a 3 €/litro, y otro de orujo, a 2 €/litro, hay que emplear para conseguir 200 litros de mezcla a 2,40 €/litro

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio (€/litro)	Total
Aceite puro	x	3	3x
Aceite de orujo	200-x	2	2(200-x) = 400 – 2x
Mezcla de aceites	200	2,40	200·2,4=480

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Aceite(1)} + Total_{Aceite(2)} = Total_{Mezcla} \quad \rightarrow \quad 3x + 400 - 2x = 480$$

Que resolviendo nos da:

$$3x + 400 - 2x = 480 \quad \rightarrow \quad 3x - 2x = 480 - 400 \quad \rightarrow \quad x = 80$$

La mezcla contiene 80 litros de aceite puro y 120 litros de aceite de Orujo.

140.- Una tienda de artículos para el hogar pone a la venta 100 juegos de cama a 70 € el juego. Cuando lleva vendida una buena parte, los rebaja a 50 €, continuando la venta hasta que se agotan. Si la recaudación total ha sido de 6.600 €. ¿Cuántos juegos ha vendido sin rebajar y cuántos rebajados? **(2 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1)

Si llamamos x a los juegos de cama sin rebajar e y a los rebajados, ya podemos plantear las ecuaciones:

- Con los Juegos de cama: $(1)\ x + y = 100$
- Con la recaudación: $(2)\ 70x + 50y = 6.600$

Por lo que el sistema queda: $\begin{cases} x + y = 100 \\ 70x + 50y = 6.600 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 100 \\ 7x + 5y = 660 \end{cases}$

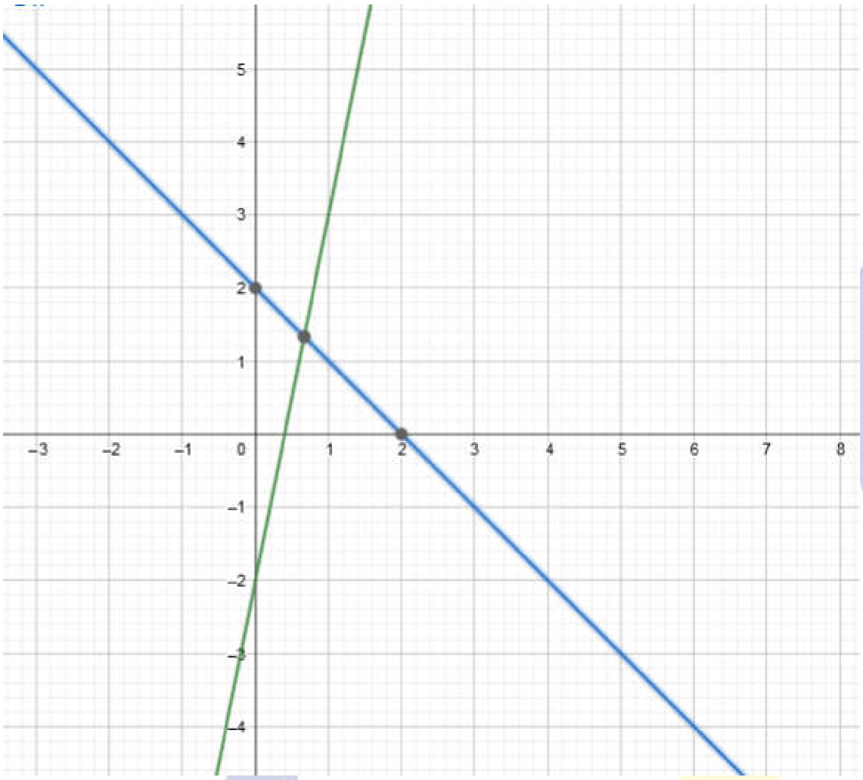
Si multiplicamos la primera por (-5) $\xrightarrow{x(-5)}$ $\begin{cases} -5x - 5y = -500 \\ 7x + 5y = 660 \end{cases}$ por reducción llegamos a:

$2x = 160 \quad \rightarrow \quad x = 80$ y por tanto: $80 + y = 100 \quad \rightarrow \quad y = 20$

Ha vendido 80 juegos sin rebajar y 20 rebajados.

141.- Representa las funciones: $f(x) = 5x - 2 \qquad g(x) = \dfrac{6 - 3x}{3}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.3)

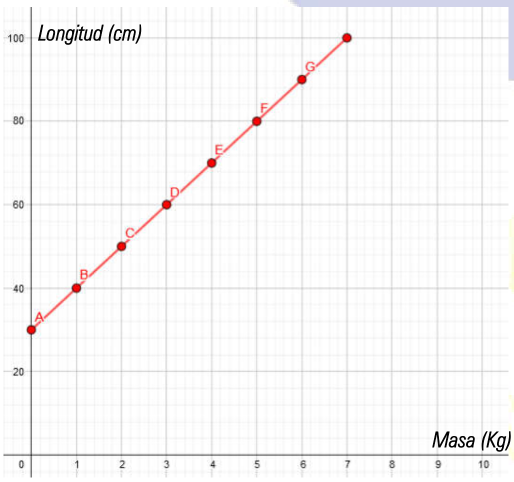


$f(x)=5x-2$	
X	**Y**
0	-2
1	3
2	8

$g(x)=2-x$	
X	**Y**
0	2
1	1
2	0

142.- Un muelle mide 30 cm y se alarga otros 10 cm por cada kilogramo que se cuelga de él. Sabiendo que no se pueden colgar más de 7,5 kg, expresa algebraicamente la función que relaciona la longitud, L, del muelle con la masa, m, que se va colgando de él y represéntala gráficamente con la ayuda de una tabla de valores.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.3)

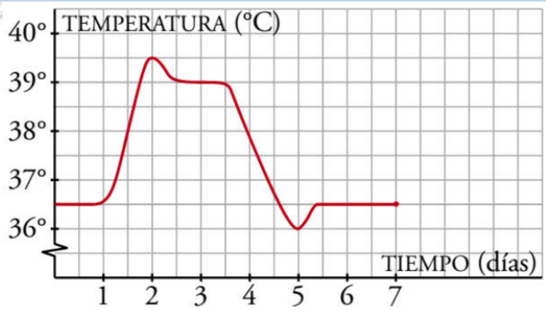


Masa (kg)	Longitud (cm)
0	30
1	40
2	50
3	60
4	70
5	80
6	90
7	100

$$L(m)=30+10m$$

143.- Esta es la gráfica de la evolución de la temperatura de un enfermo:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.2)



a) ¿Cuánto tiempo estuvo en observación?

El paciente estuvo en observación durante una semana (7 días)

b) ¿En qué día la temperatura alcanza un máximo? ¿Y un mínimo?

Al final del segundo día y principios del tercero.

c) ¿En qué intervalos de tiempo crece la temperatura y en cuáles decrece?

Crece durante el segundo día y el sexto día.

d) ¿Qué tendencia tiene la temperatura?

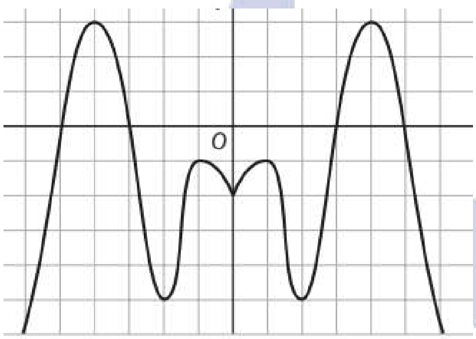
Tiende a estabilizarse en 36,5 grados con el paso del tiempo.

e) Elabora un pequeño informe interpretando tus resultados.

Al paciente le sube la temperatura en tres grados durante el segundo día, luego le baja un poco hasta 39 grados, donde permanece otro día, y luego baja lentamente hasta llegar a 36 grados el quinto día, a partir del cual la temperatura en 36,5 grados y hasta que se le da el alta.

144.- Estudia la gráfica de la siguiente función:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)



a) dominio: $dom(f) = (-\infty, +\infty)$

b) Recorrido: $\mathrm{Im}(f) = (-\infty, 4]$

c) La función presenta simetría PAR.

d) No es periódica

e) Es continua en su dominio

f) Corta el eje x en -5, -3, +3 y +5

g) Corta el eje y en (0,-2)

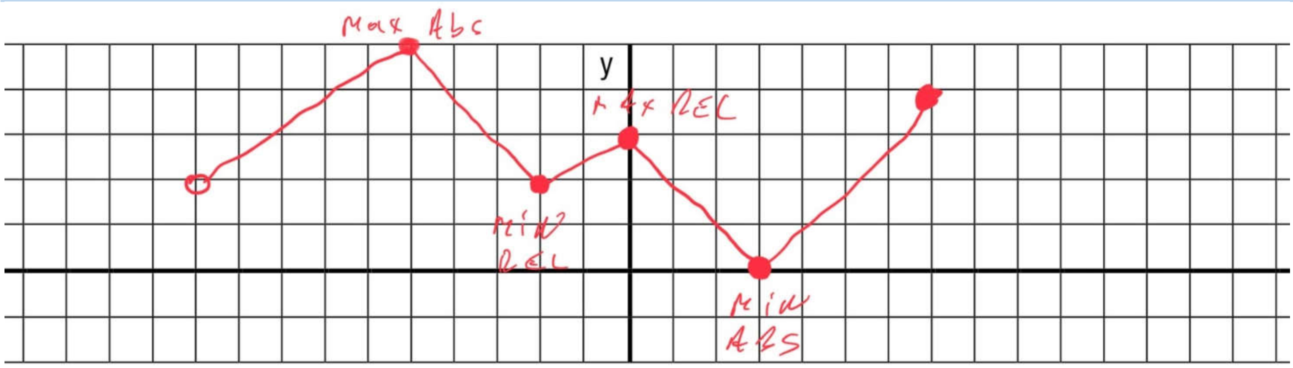
h) f *crece* $(-\infty,-4)\cup(-2,-1)\cup(0,1)\cup(2,4)$

i) f *decrece* $(-4,-2)\cup(-1,0)\cup(1,2)\cup(4,+\infty)$

j) La función presenta máximos absolutos en (-4,3) y (4,3), Máximos relativos en (-1,-1) y (1,-1) y mínimos relativos en (-2,-5) y (2,-5). No presenta mínimo absoluto.

145.- Representa la gráfica de una función continua con un máximo absoluto en (-5, 5), un máximo relativo en (0, 3), un mínimo absoluto en (3, 0) y un mínimo relativo en (-2, 2).

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.3)



Una vez representada dime todo lo que puedas de ella además de lo que ya sabemos.

El dibujo es libre, lo único que ha de pasar por los puntos que nos dicen, pero lo demás es a nuestra elección.

En mi dibujo, el dominio es $dom(f) = (-10,7]$, el recorrido es $\operatorname{Im}(f) = [0,5]$, es creciente en los intervalos: $(-10,-5) \cup (-2,0) \cup (3,7)$, es decreciente en: $(-5,-2) \cup (0,3)$, no es ni simétrica, ni periódica y corta con el eje x en el punto (3,0) y con el eje y en el (0,3)

146.- Calcula el dominio y los puntos de corte de la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x^3-4x^2}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.3.3)

Sabemos que el dominio de una función son los valores de la variable independiente, para los que existe valor de la dependiente, como la función es una función racional, cociente de funciones polinómicas, solo tendrá problemas en los puntos donde se anule el denominador. Por tanto vamos a ver cuáles son esos puntos igualándolo a cero y calculando sus raíces.

$$x^3-4x^2=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2(x-4)=0 \quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2=0 & \rightarrow & x_1=0 \\ x-4=0 & \rightarrow & x_2=4 \end{cases}$$

Luego el dominio son todos los números reales, menos los que anulan el denominador:

$$dom(f) = \mathbb{R} - \{0,4\}$$

Para calcular los puntos de corte con los ejes hacíamos:

- ***Con el eje x,*** igualamos el numerador a cero:

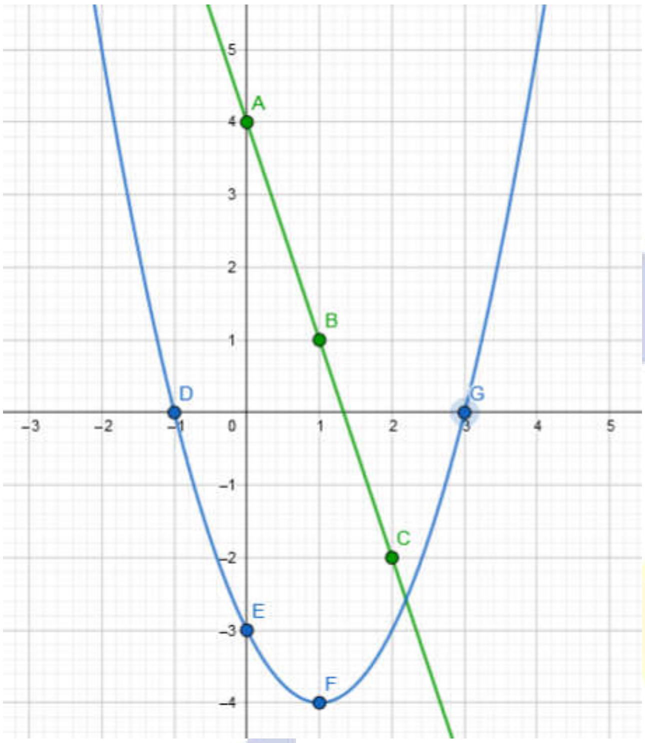
$$x^2-9=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2=9 \quad \rightarrow \quad x=\pm\sqrt{9} \quad \rightarrow \quad x=\pm\,3$$

- ***Con el eje y,*** calculamos f(0): No podemos hacerlo porque el 0 no pertenece al dominio.

Luego los puntos de corte con los ejes son (-3,0) y (3,0)

147.- Representa las siguientes funciones calculando primero los puntos necesarios para realizar su gráfica: $f(x) = 4-3x$ $\qquad g(x) = x^2-2x-3$ **(1,5 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.3) (B.4.3.1)



$f(x)=4-3x$	
X	**Y**
0	-2
1	3
2	8

$g(x)=x^2-2x-3$	
X	**Y**
-1	0
0	-3
1	-4
3	0

Para representar la parábola, lo primero es mirar el signo de a, el coeficiente de x^2, y vemos que es positivo, por tanto la función tiene los cuernos hacia arriba.

Lo segundo es calcular su vértice: $\left\{\begin{array}{l} V_x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-(-2)}{2\cdot 1}=\dfrac{2}{2}=1 \\ V_y=f(V_x)=(1)^2-2\cdot(1)-3=1-2-3=-4 \end{array}\right\} \rightarrow \color{red}{V=(1,-4)}$

Una vez hecho esto nos faltarían los puntos de corte con los ejes cartesianos:

$$Cortes\ con\ ejes\left\{\begin{array}{l} eje\ x: f(x)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-2x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}=\dfrac{2\pm 4}{2}\left\{\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{array}\right. \\ eje\ y: f(0)=0^2-2\cdot 0-3=-3 \quad \rightarrow \quad \color{red}{(0,-3)} \qquad \color{red}{(-1,0)\ \ y\ \ (3,0)} \end{array}\right.$$

Y estos puntos son los que he puesto en la tabla y con los que he pintado la parábola.

148.- Halla la ecuación de cada una de estas rectas: **(2 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.2.1) (B.4.2.2)

a) Pasa por los puntos M(0,5) y N(2,-5).

Lo primero es calcular la pendiente de la recta que pasa por ellos, para ellos nos ayudaremos de la ecuación punto pendiente:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-5}{2-0}=-5 \quad \rightarrow \quad \color{red}{m=-5}$$

Una vez obtenida la pendiente, con cualquiera de los puntos obtenemos la ordenada en el origen b:

$$y=mx+b \quad \Rightarrow \quad y=-5x+b \quad \xrightarrow{\text{Con el punto M(0,5)}} \quad 5=-5\cdot 0+b \quad \rightarrow \quad \color{red}{b=5}$$

Por tanto la recta pedida es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-5x+5} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{5x+y-5=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=-5(x-0)}$$

b) Tiene pendiente -3 y corta el eje de ordenadas en el punto (0,5).

En este caso nos dan directamente el valor de m = -3 y el de b = 5, por tanto la ecuación de la recta es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-3x+5} \quad\leftrightarrow\quad \underset{\text{Ecuación General}}{3x+y-5=0} \quad\leftrightarrow\quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=-3(x-0)}$$

c) Paralela al eje OX y que pasa por el punto Q(-2,-3).

Si es paralela al eje x es una función constante de pendiente 0. Por tanto si pasa por y=-3, su ecuación es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-3} \quad\leftrightarrow\quad \underset{\text{Ecuación General}}{y+3=0} \quad\leftrightarrow\quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y+3=0(x+2)=0}$$

d) Paralela (*) a la recta $4x-2y=3$ y que pasa por el punto (2,5).

Si es paralela a otra recta, entonces tiene su misma pendiente. Veamos cual es la pendiente despejando la y en la ecuación de la recta:

$$y=mx+b \quad\rightarrow\quad 4x-2y=3 \quad\rightarrow\quad 2y=4x-3 \quad\rightarrow\quad y=\frac{4x-3}{2}=2x-\frac{3}{2} \quad\rightarrow\quad m=2$$

Con la pendiente y el punto (2,5) ya podemos calcular la ecuación que nos piden:

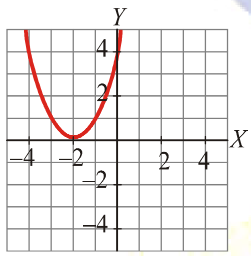
$$y=mx+b \quad\Rightarrow\quad y=2x+b \quad\xrightarrow{\text{Con el punto }(2,5)}\quad 5=2\cdot 2+b \quad\rightarrow\quad b=5-4=1 \quad\rightarrow\quad b=1$$

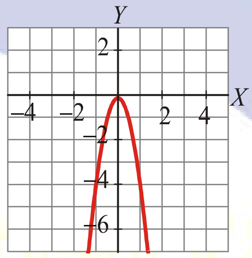
Por tanto la recta pedida es:

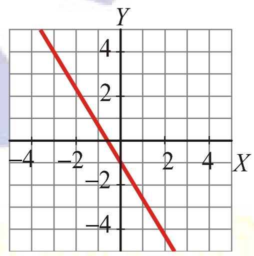
$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=2x+1} \quad\leftrightarrow\quad \underset{\text{Ecuación General}}{2x-y+1=0} \quad\leftrightarrow\quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=2(x-2)}$$

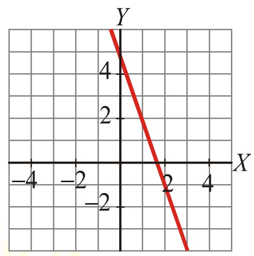
149.- Asocia cada gráfica con su ecuación justificando cada elección: **(1 punto)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.4)

a)


b)


c)


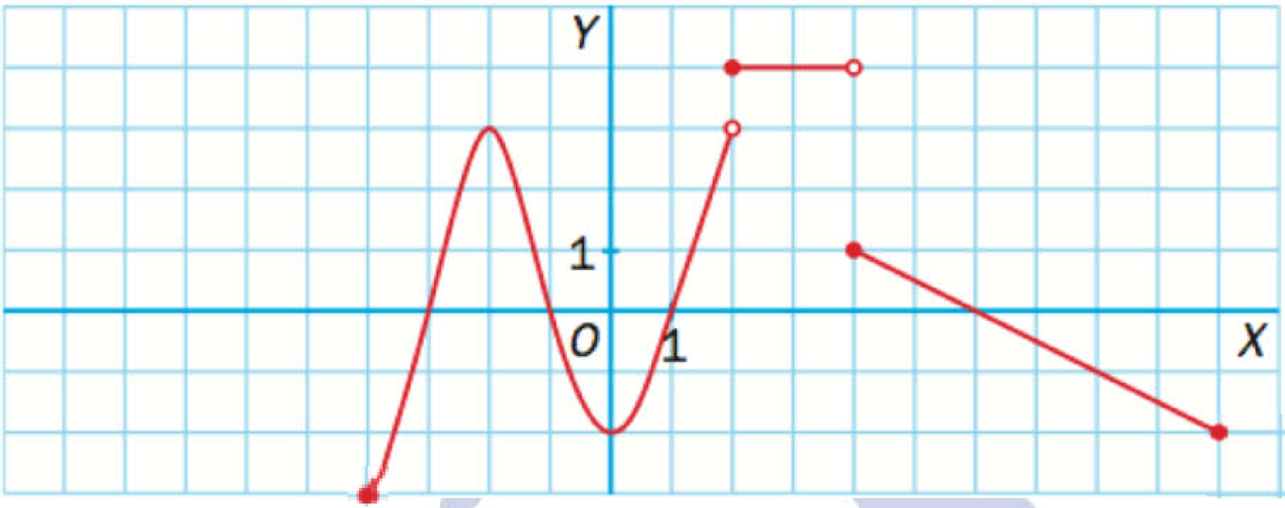
d)


1) $y=-3x+5$ **2)** $y=(x+2)^2$ **3)** $y=-\dfrac{5}{3}x-1$ **4)** $y=-4x^2$

- La gráfica a con la expresión 2, porque es una parábola de vértice en el (0,-2)
- La gráfica b con la expresión 4, porque es la única parábola que quedaba.
- La gráfica c con la expresión 3, porque la ordenada en el origen es -1.
- La gráfica d con la expresión 4, porque es la única que queda y además pasa por el (0,5)

150.- *Estudia de la siguiente función:* Dominio y recorrido, simetrías, periodicidad, continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos. **(2 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.4)



a) **Dominio:** El dominio son los valores de x para los que existe y, o para los que existe dibujo. Por tanto, tenemos dibujo desde x=-4 (incluido), hasta x=10 (también incluido), así que: $dom(f)=[-4,10]$

b) **Recorrido:** El recorrido son los valores de y para los que hay dibujo, (lo mismo que el dominio, pero fijándonos en el eje y). Por tanto, tenemos dibujo desde y=-3 hasta y=3 ambos incluidos y luego en y=4, así que: $\mathrm{Im}(f)=[-3,3]\cup[4,4]$

c) **Simetrías:** No es simétrica.

d) **Periodicidad:** Tampoco es periódica.

e) **Continuidad:** La función *f(x)* es *continua* en todo su dominio *menos* en los puntos de abscisas *x=2 y x=4* donde presenta *dos discontinuidades de salto*.

f) **Puntos de corte con los ejes:** Son los puntos donde la función corta con los ejes cartesianos.
   1) Con el eje x: En los puntos x=-3, x=-1, x=1 y x=6
   2) Con el eje y: En el punto (0,-2)

g) ***Monotonía:*** Son los intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.
   1) $f \text{ es creciente en}: (-4,-2)\cup(0,2)$
   2) $f \text{ es decreciente en}: (-2,0)\cup(4,10)$
   3) $f \text{ es constante en}: (2,4)$

h) ***Máximos y Mínimos:*** *Máximo relativo en el punto (-2,3) y mínimo relativo en (0,-2)*. No hay ni máximo ni mínimo absolutos.

151.- Calcula el dominio y los puntos de corte de la siguiente función: $f(x)=\dfrac{x^2+9x}{x^3-4x^2}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.3.3)

Sabemos que el dominio de una función son los valores de la variable independiente, para los que existe valor de la dependiente, como la función es una función racional, cociente de funciones polinómicas, solo tendrá problemas en los puntos donde se anule el denominador. Por tanto vamos a ver cuáles son esos puntos igualándolo a cero y calculando sus raíces.

$$x^3-4x^2=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2(x-4)=0 \quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2=0 & \rightarrow \quad x_1=0 \\ x-4=0 & \rightarrow \quad x_2=4 \end{cases}$$

Luego el dominio son todos los números reales, menos los que anulan el denominador:

$$dom(f)=\mathbb{R}-\{0,4\}$$

Para calcular los puntos de corte con los ejes hacíamos:

- ***Con el eje x,*** igualamos el numerador a cero:

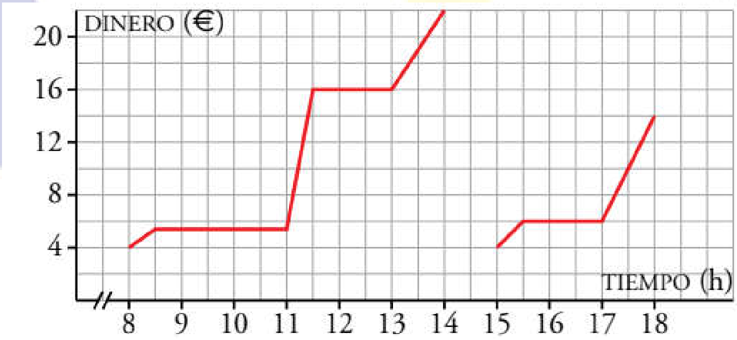
$$x^2+9x=0 \quad \leftrightarrow \quad x\cdot(x+9)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=0 & \rightarrow \quad x_1=0 \quad \rightarrow \quad \text{no pertenece al dominio} \\ x+9=0 & \rightarrow \quad x_2=-9 \end{cases}$$

Con el eje y, calculamos f(0): No podemos hacerlo porque el 0 no pertenece al dominio.

Luego el único punto de corte con los ejes es el (-9,0)

152.- En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En la siguiente gráfica se refleja la cantidad de dinero que hay en la caja registradora a lo largo de un día: **(1,5 puntos)**

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

Las clases comienzan a las 8:30 horas.

b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

Entre las 11:00 y las 11:30 horas.

c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?

Si en la caja había 4 € y a las 14:00 h hay 22 €, los ingresos de la mañana ascienden a 18 €.

d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

De 15:30 h a 17:00 horas

e) ¿Es esta una función continua o discontinua?

Es claramente discontinua puesto que entre las 14:00 h y las 15:00 horas no tenemos información ninguna.

f) ¿Cuánto dinero ha recaudado en todo el día?

Pues 18 de la mañana, y 14-4=10 € de la tarde hacen: 18+10=28 €

153.- Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función $R(t)=7,2t-0,16t^2$, donde t es el tiempo expresado en minutos. ***(1 punto)***

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)

a) ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue?

La función R(t) es una función parabólica en la que a=-0,16, por lo que es una función en la que los cuernos van hacia abajo, y si van hacia abajo, entonces el vértice será el máximo. Y eso es lo que nos piden así que vamos a calcular el vértice:

$$\left\{\begin{array}{l} V_x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-7,2}{2\cdot(-0,16)}=\dfrac{7,2}{0,32}=22,5 \\ V_y=f(V_x)=7,2\cdot(22,5)-0,16\cdot(22,5)^2=162-81=81 \end{array}\right\} \rightarrow \quad V=(22,5,\ 81)$$

Por tanto, el máximo rendimiento es de 81 y se consigue en el minuto 22,5.

b) ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?

Para calcularlo basta con igualar la función a 32 y resolver la ecuación que se obtiene:

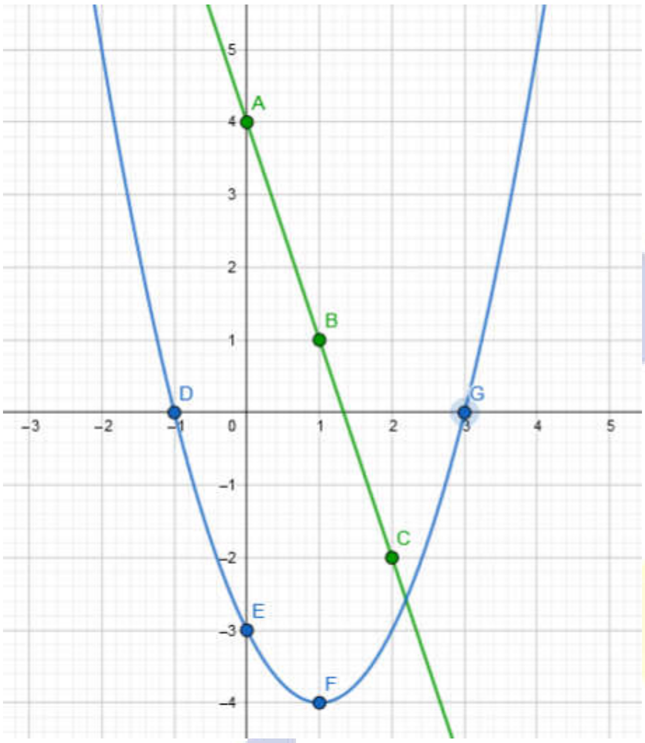
$$R(t)=7,2t-0,16t^2=32 \quad \rightarrow \quad 0,16t^2-7,2t+32=0 \quad \rightarrow \quad t=\frac{7,2\pm\sqrt{(-7,2)^2-4\cdot(0,16)\cdot(32)}}{2\cdot(0,16)}$$

$$t=\frac{7,2\pm 5,6}{0,32} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} t_1=40 \text{ min} \\ t_2=5 \text{ min} \end{cases}$$

Así que el rendimiento 32 se consigue a los 5 minutos del inicio y a los y minutos del final (minuto 40).

154.- Representa las siguientes funciones calculando primero los puntos necesarios para realizar su gráfica: $f(x)=4-3x$ $\qquad g(x)=x^2-2x-3$ **(1,5 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.3) (B.4.3.1)



$f(x)=4-3x$	
X	**Y**
0	-2
1	3
2	8

$g(x)=x^2-2x-3$	
X	**Y**
-1	0
0	-3
1	-4
3	0

Para representar la parábola, lo primero es mirar el signo de a, el coeficiente de x^2, y vemos que es positivo, por tanto la función tiene los cuernos hacia arriba.

Lo segundo es calcular su vértice: $\left\{\begin{array}{l} V_x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-(-2)}{2\cdot 1}=\dfrac{2}{2}=1 \\ V_y=f(V_x)=(1)^2-2\cdot(1)-3=1-2-3=-4 \end{array}\right\} \rightarrow \quad V=(1,-4)$

Una vez hecho esto nos faltarían los puntos de corte con los ejes cartesianos:

$$\text{Cortes con ejes}\left\{\begin{array}{l} \text{eje } x: f(x)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-2x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}=\dfrac{2\pm 4}{2}\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-1 \end{cases} \\ \text{eje } y: f(0)=0^2-2\cdot 0-3=-3 \quad \rightarrow \quad (0,-3) \qquad (-1,0) \quad y \quad (3,0) \end{array}\right.$$

Y estos puntos son los que he puesto en la tabla y con los que he pintado la parábola.

155.- Halla la ecuación de cada una de estas rectas: (2 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.2.1) (B.4.2.2)

e) Pasa por los puntos M(0,5) y N(2,-5).

Lo primero es calcular la pendiente de la recta que pasa por ellos, para ellos nos ayudaremos de la ecuación punto pendiente:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-5}{2-0}=-5 \quad \rightarrow \quad m=-5$$

Una vez obtenida la pendiente, con cualquiera de los puntos obtenemos la ordenada en el origen b:

$$y=mx+b \quad \Rightarrow \quad y=-5x+b \quad \xrightarrow{\text{Con el punto M(0,5)}} \quad 5=-5\cdot 0+b \quad \rightarrow \quad b=5$$

Por tanto la recta pedida es:

$$\underbrace{y=-5x+5}_{\text{Ecuación Explícita}} \quad \leftrightarrow \quad \underbrace{5x+y-5=0}_{\text{Ecuación General}} \quad \leftrightarrow \quad \underbrace{y-5=-5(x-0)}_{\text{Ecuación punto-pendiente}}$$

f) Tiene pendiente -3 y corta el eje de ordenadas en el punto (0,5).

En este caso nos dan directamente el valor de m = -3 y el de b = 5, por tanto la ecuación de la recta es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-3x+5} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{3x+y-5=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=-3(x-0)}$$

g) Paralela al eje OX y que pasa por el punto Q(-2,-3).

Si es paralela al eje x es una función constante de pendiente 0. Por tanto si pasa por y=-3, su ecuación es:

$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=-3} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{y+3=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y+3=0(x+2)=0}$$

h) Paralela (*) a la recta $4x-2y=3$ y que pasa por el punto (2,5).

Si es paralela a otra recta, entonces tiene su misma pendiente. Veamos cual es la pendiente despejando la y en la ecuación de la recta:

$$y=mx+b \quad \rightarrow \quad 4x-2y=3 \quad \rightarrow \quad 2y=4x-3 \quad \rightarrow \quad y=\frac{4x-3}{2}=2x-\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad m=2$$

Con la pendiente y el punto (2,5) ya podemos calcular la ecuación que nos piden:

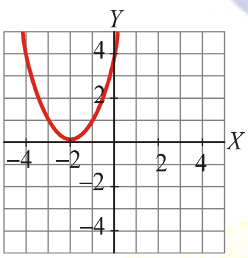
$$y=mx+b \quad \Rightarrow \quad y=2x+b \quad \xrightarrow{\text{Con el punto (2,5)}} \quad 5=2\cdot 2+b \quad \rightarrow \quad b=5-4=1 \quad \rightarrow \quad b=1$$

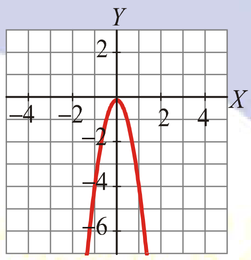
Por tanto la recta pedida es:

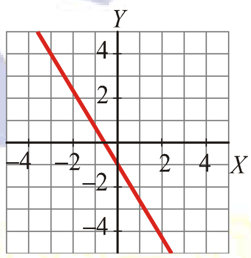
$$\underset{\text{Ecuación Explícita}}{y=2x+1} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación General}}{2x-y+1=0} \quad \leftrightarrow \quad \underset{\text{Ecuación punto-pendiente}}{y-5=2(x-2)}$$

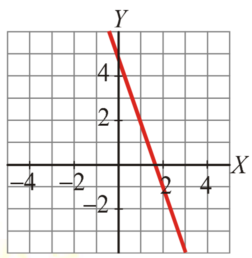
156.- Asocia cada gráfica con su ecuación justificando cada elección: **(1 punto)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.4)

a)


b)


c)


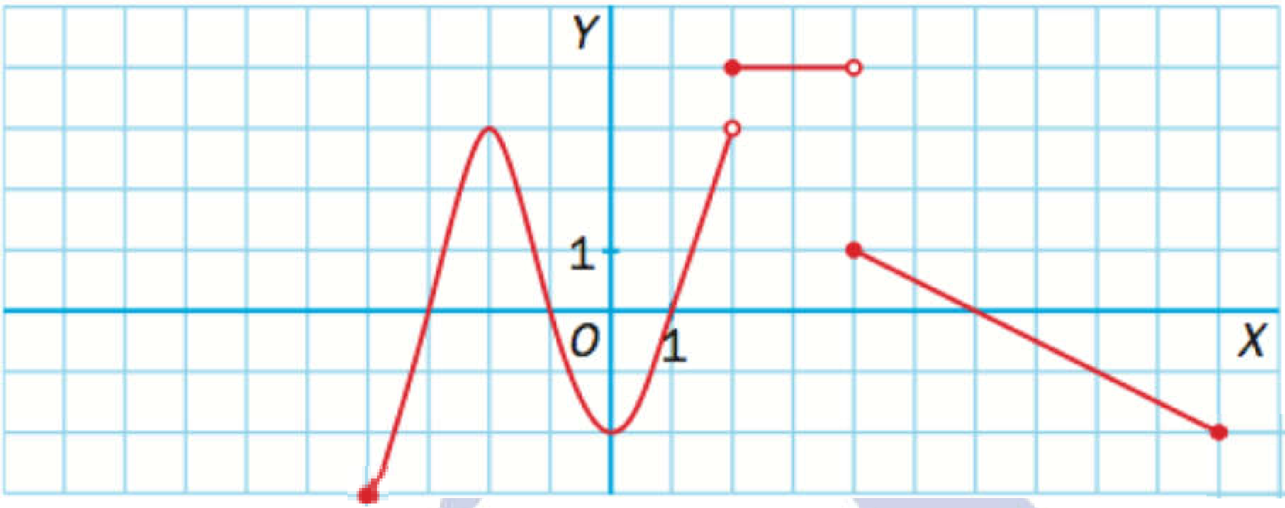
d)


1) $y=-3x+5$ **2)** $y=(x+2)^2$ **3)** $y=-\dfrac{5}{3}x-1$ **4)** $y=-4x^2$

- La gráfica a con la expresión 2, porque es una parábola de vértice en el (0,-2)
- La gráfica b con la expresión 4, porque es la única parábola que quedaba.
- La gráfica c con la expresión 3, porque la ordenada en el origen es -1.
- La gráfica d con la expresión 4, porque es la única que queda y además pasa por el (0,5)

157.- *Estudia de la siguiente función:* Dominio y recorrido, simetrías, periodicidad, continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos. **(2 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.4)



i) **Dominio:** El dominio son los valores de x para los que existe y, o para los que existe dibujo. Por tanto, tenemos dibujo desde x=-4 (incluido), hasta x=10 (también incluido), así que: $dom(f)=[-4,10]$

j) **Recorrido:** El recorrido son los valores de y para los que hay dibujo, (lo mismo que el dominio, pero fijándonos en el eje y). Por tanto, tenemos dibujo desde y=-3 hasta y=3 ambos incluidos y luego en y=4, así que: $\mathrm{Im}(f)=[-3,3]\cup[4,4]$

k) **Simetrías:** No es simétrica.

l) **Periodicidad:** Tampoco es periódica.

m) **Continuidad:** La función *f(x)* es *continua* en todo su dominio *menos* en los puntos de abscisas *x=2 y x=4* donde presenta *dos discontinuidades de salto*.

n) **Puntos de corte con los ejes:** Son los puntos donde la función corta con los ejes cartesianos.
   1) Con el eje x: En los puntos x=-3, x=-1, x=1 y x=6
   2) Con el eje y: En el punto (0,-2)

o) ***Monotonía:*** Son los intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.
   1) f *es creciente en*: $(-4,-2)\cup(0,2)$
   2) f *es decreciente en*: $(-2,0)\cup(4,10)$
   3) f *es constante en*: $(2,4)$

p) ***Máximos y Mínimos:*** *Máximo relativo en el punto (-2,3) y mínimo relativo en (0,-2)*. No hay ni máximo ni mínimo absolutos.

158.- Calcula el dominio y los puntos de corte de la siguiente función: $f(x)=\dfrac{x^2+9x}{x^3-4x^2}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.3.3)

Sabemos que el dominio de una función son los valores de la variable independiente, para los que existe valor de la dependiente, como la función es una función racional, cociente de funciones polinómicas, solo tendrá problemas en los puntos donde se anule el denominador. Por tanto vamos a ver cuáles son esos puntos igualándolo a cero y calculando sus raíces.

$$x^3-4x^2=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2(x-4)=0 \quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2=0 & \rightarrow & x_1=0 \\ x-4=0 & \rightarrow & x_2=4 \end{cases}$$

Luego el dominio son todos los números reales, menos los que anulan el denominador:

$$dom(f)=\mathbb{R}-\{0,4\}$$

Para calcular los puntos de corte con los ejes hacíamos:

- ***Con el eje x,*** igualamos el numerador a cero:

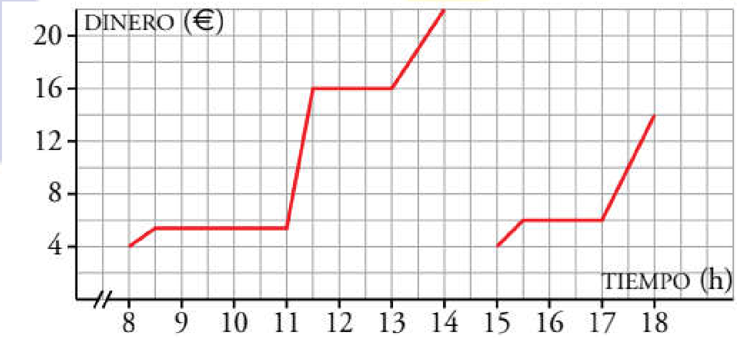
$$x^2+9x=0 \quad \leftrightarrow \quad x\cdot(x+9)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=0 & \rightarrow & x_1=0 & \rightarrow & \text{no pertenece al dominio} \\ x+9=0 & \rightarrow & x_2=-9 \end{cases}$$

Con el eje y, calculamos f(0): No podemos hacerlo porque el 0 no pertenece al dominio.

Luego el único punto de corte con los ejes es el (-9,0)

159.- En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En la siguiente gráfica se refleja la cantidad de dinero que hay en la caja registradora a lo largo de un día: **(1,5 puntos)**

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)



g) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

Las clases comienzan a las 8:30 horas.

h) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

Entre las 11:00 y las 11:30 horas.

i) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?

Si en la caja había 4 € y a las 14:00 h hay 22 €, los ingresos de la mañana ascienden a 18 €.

j) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

De 15:30 h a 17:00 horas

k) ¿Es esta una función continua o discontinua?

Es claramente discontinua puesto que entre las 14:00 h y las 15:00 horas no tenemos información ninguna.

l) ¿Cuánto dinero ha recaudado en todo el día?

Pues 18 de la mañana, y 14-4=10 € de la tarde hacen: 18+10=28 €

160.- Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función $R(t) = 7,2t - 0,16t^2$, donde t es el tiempo expresado en minutos.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.1.2)

a) ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue?

La función R(t) es una función parabólica en la que a=-0,16, por lo que es una función en la que los cuernos van hacia abajo, y si van hacia abajo, entonces el vértice será el máximo. Y eso es lo que nos piden así que vamos a calcular el vértice:

$$\left\{\begin{array}{l} V_x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-7,2}{2\cdot(-0,16)} = \dfrac{7,2}{0,32} = 22,5 \\ V_y = f(V_x) = 7,2\cdot(22,5) - 0,16\cdot(22,5)^2 = 162 - 81 = 81 \end{array}\right\} \rightarrow V = (22,5,\ 81)$$

Por tanto, el máximo rendimiento es de 81 y se consigue en el minuto 22,5.

b) ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?

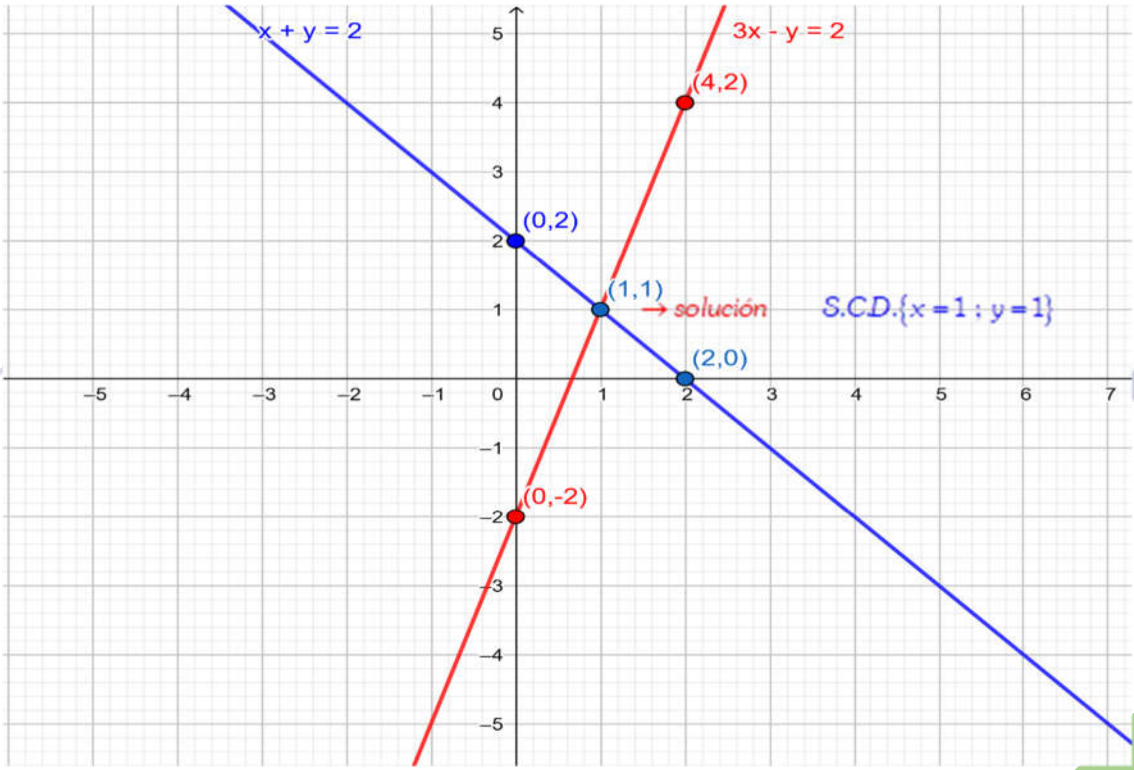
Para calcularlo basta con igualar la función a 32 y resolver la ecuación que se obtiene:

$$R(t) = 7,2t - 0,16t^2 = 32 \quad \rightarrow \quad 0,16t^2 - 7,2t + 32 = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{7,2 \pm \sqrt{(-7,2)^2 - 4\cdot(0,16)\cdot(32)}}{2\cdot(0,16)}$$

$$t = \frac{7,2 \pm 5,6}{0,32} \quad \rightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} t_1 = 40 \text{ min} \\ t_2 = 5 \text{ min} \end{array}\right.$$

Así que el rendimiento 32 se consigue a los 5 minutos del inicio y a los y minutos del final (minuto 40).

161.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema **(2 puntos)**: $\left\{\begin{array}{l} 3x - y = 2 \\ x + y = 2 \end{array}\right.$



162.- Resuelve por el método que quieras: $\begin{cases} \dfrac{x^2+4x+4}{x+2} - \dfrac{y^2-1}{y-1} = 5 \\ \dfrac{4(x+2)}{3} - \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{-1}{6} \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{x^2+4x+4}{x+2} - \dfrac{y^2-1}{y-1} = 5 \\ \dfrac{4(x+2)}{3} - \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{-1}{6} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{(x+2)^{\cancel{2}}}{\cancel{x+2}} - \dfrac{\cancel{(y-1)}\cdot(y+1)}{\cancel{y-1}} = 5 \\ \dfrac{2\cdot 4(x+2)}{\cancel{6}} - \dfrac{3\cdot(y+3)}{\cancel{6}} = \dfrac{-1}{\cancel{6}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2-y-1=5 \\ 8x+16-3y-9=-1 \end{cases} \rightarrow$$

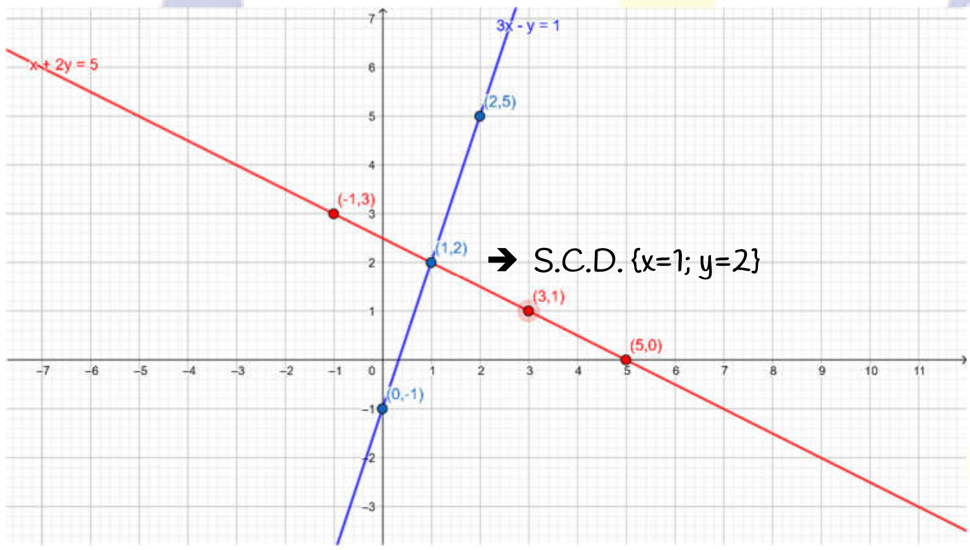
$$\rightarrow \begin{cases} x-y=4 \\ 8x-3y=-8 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por reducción y multiplicando la primera por (-3)}} \begin{array}{l} \begin{cases} -3x+3y=-12 \\ 8x-3y=-8 \end{cases} \\ \hline 5x+0y=-20 \end{array} \rightarrow 5x=-20 \rightarrow x=\frac{-20}{5} \rightarrow x=-4$$

Y sustituyendo en la primera ecuación: $x-y=4$, calculamos la y: $-4-y=4 \rightarrow y=-8$

Por tanto, se trata de un Sistema Compatible Determinado de solución: $S.C.D.\{x=-4 \quad y=-8\}$

163.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema **(2 puntos)**: $\begin{cases} 3x-y=1 \\ x+2y=5 \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)



$y=3x-1$	
x	y
0	-1
1	2
2	5

$y=\dfrac{5-x}{2}$	
x	y
1	2
-1	3
3	1

164.- Resuelve los siguientes sistemas utilizando **métodos diferentes**: **(4 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.2.3.1 B.2.4.1)

$$a)\begin{cases} \dfrac{3x-1}{5}+2y=1 \\ y+\dfrac{3x}{2}=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-1+10y=5 \\ 2y+3x=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+10y=6 \\ 3x+2y=6 \end{cases} \xrightarrow[\text{Restando ambas ecuaciones}]{\text{Por reducción}} 8y=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow y=0 \quad \text{y de} \quad 3x+2y=6 \rightarrow 3x=6 \rightarrow x=\frac{6}{3}=2$$

$$S.C.D.\{x=2;\ y=0\}$$

$$b)\begin{cases}2(x+2)-5(y+3)=1-3(x-1)\\ 2x+\dfrac{6+3y}{4}=\dfrac{x-y}{3}+6y\end{cases}\rightarrow\begin{cases}2x+4-5y-15=1-3x+3\\ 24x+18+9y=4x-4y+72y\end{cases}\rightarrow\begin{cases}5x-5y=15\\ 20x-59y=-18\end{cases}$$

$$\rightarrow\begin{matrix}1)\\2)\end{matrix}\begin{cases}x-y=3\\ 20x-59y=-18\end{cases}\xrightarrow{\text{Por sustitución}}\quad de\ 1)\ x=3+y\quad en\ 2)\ \rightarrow\ 20(3+y)-59y=-18$$

$$\rightarrow\ 60+20y-59y=-18\ \rightarrow\ 78=39y\ \rightarrow\ y=\frac{78}{39}=2\ \rightarrow\ x=3+y=3+2=5$$

$$S.C.D.\{x=5;\ y=2\}$$

Recuerda que S.C.D. es sistema compatible determinado.

165.– En un test de 50 preguntas, dan 0,8 puntos por cada acierto y quitan 0,4 puntos por cada error. Si Ana ha obtenido 22 puntos contestando a todas las preguntas, ¿cuántas ha contestado bien y cuántas mal? (1,25 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B1: 1.1; 2.1; 2.4; 5.1; 7.3; 8.3; 9.1; 10.1) (B2: 3.1; 4.1)

Si llamamos x a las preguntas acertadas e y a las preguntas erradas, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con las preguntas y otra con los puntos y plantear un sistema:

$$\begin{matrix}\text{1) Preguntas:}\\ \text{2) Puntuación:}\end{matrix}\begin{cases}x+y=50\\ 0,8x-0,4y=22\end{cases}\xrightarrow[1)\ x\ 0,4]{\text{Por reducción}}\begin{cases}0,4x+0,4y=20\\ 0,8x-0,4y=22\end{cases}\xrightarrow[\text{ambas ecuaciones}]{\text{Sumando}}1,2x=42\ \rightarrow\ x=\frac{42}{1,2}=35$$

$$\rightarrow\ de\quad x+y=50\ \rightarrow\ 35+y=50\ \rightarrow\ y=50-35=15$$

Por tanto, ha contestado bien a 35 preguntas y ha fallado 15.

166.– Un amigo se compró un MacBook Air y un altavoz bluetooth LG XBOOM GO PL7, los dos por 1.800 €, y los vendió 4 años después por Wallapop por 1.050 €. Si con el altavoz ha perdido el 60 % de su valor, y con el ordenador, el 45 %. ¿Cuánto le costó cada uno? (1,5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B1: 1.1; 2.1; 2.4; 5.1; 7.3; 8.3; 9.1; 10.1) (B2: 3.1; 4.1)

Si llamamos x al precio de compra del MacBook e y al del altavoz LG, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con el precio de compra y otra con el de venta y plantear un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{matrix}\text{1) Precio de Compra:}\\ \text{2) Precio de venta:}\end{matrix}\begin{cases}x+y=1800\\ 0,55x+0,4y=1050\end{cases}\xrightarrow[1)\ x\ -(0,4)]{\text{Por reducción}}\begin{cases}-0,4x-0,4y=-720\\ 0,55x+0,4y=1050\end{cases}\xrightarrow[\text{ambas ecuaciones}]{\text{Sumando}}0,15x=330\ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ x=\frac{330}{0,15}=2200\ \rightarrow\ de\quad x+y=1800\ \rightarrow\ 2200+y=1800\ \rightarrow\ y=2200-1800=-400$$

Como uno de los precios de compra nos sale negativo implica que el enunciado del problema está mal redactado.

Así que el sistema tiene solución pero no es aceptable.

167.– La suma de las edades de una madre y su hijo es 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quíntuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno? (1,25 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B1: 1.1; 2.1; 2.4; 5.1; 7.3; 8.3; 9.1; 10.1; 11.3) (B2: 3.1; 4.1)

Si llamamos x a la edad de la madre e y a la edad del hijo, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con las edades ahora y otra con las edades hace 10 años y plantear un sistema de ecuaciones, aunque para plantearlas nos vamos a ayudar de una tabla:

Edades	Ahora	Hace 10 años
Madre	x	x-10
Hijo	y	y-10

$$\begin{matrix}\text{1) Ahora:}\\ \text{2) En 10 años:}\end{matrix}\begin{cases}x+y=56\\ x-10=5(y-10)\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=56\\ x-10=5y-50\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=56\\ x-5y=-40\end{cases}\xrightarrow[\text{y restando ambas}]{\text{Por reducción}}$$

$$\rightarrow\ 6y=96\ \rightarrow\ y=\frac{96}{6}=16\ \rightarrow\ de\quad x+y=56\ \rightarrow\ x+16=56\ \rightarrow\ x=56-16=40$$

Por tanto, la edad actual de la madre es de 40 años y la del hijo de 16.

Hace 10 años, la madre tenía 30 que es el quíntuplo de la edad del hijo que eran 6 años.

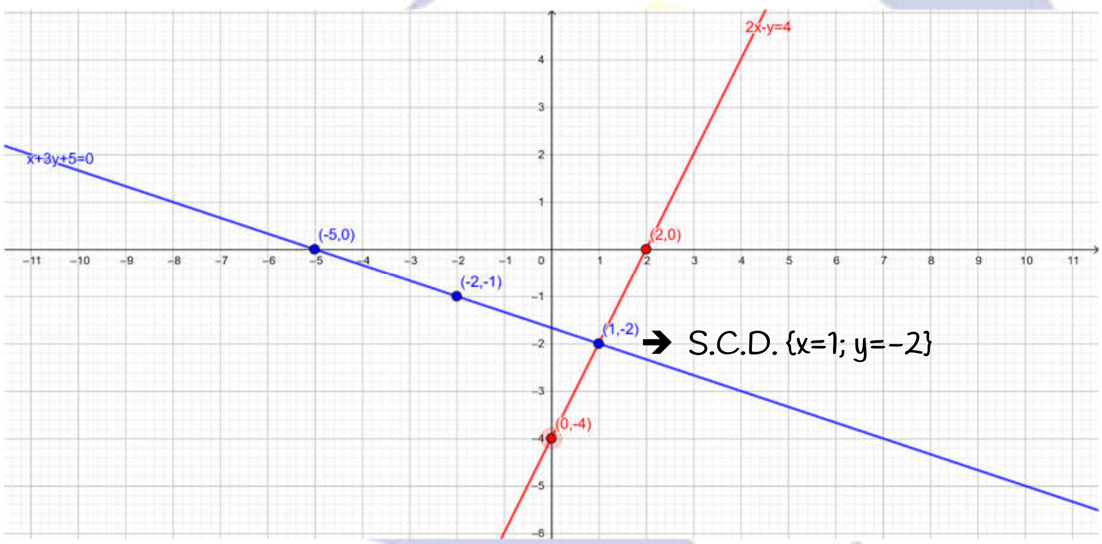
168.– Si despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones de un sistema, y una vez igualadas, no se puede resolver la ecuación con una incógnita que resulta porque llegamos a un resultado trivial, ¿cómo es el sistema? ¿Por qué?

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.2.3.1 B.2.4.1)

Si el resultado es trivial, es porque las dos ecuaciones son iguales, y por tanto el sistema es compatible indeterminado (S.C.I.). Tiene infinitas soluciones.

169.– Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema **(2 puntos)**: $\begin{cases} x+3y=-5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)



➔ S.C.D. {x=1; y=-2}

$y=2x-4$	
x	y
-5	0
-2	-1
1	-2

$y=\dfrac{-5-x}{3}$	
x	y
0	-4
1	-2
2	0

170.– Resuelve los siguientes sistemas utilizando **métodos diferentes:** **(4 puntos)**

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.2.

$$a)\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}+y=4 \\ x+\dfrac{y}{3}=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-2+3y=12 \\ 3x+y=18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y=14 \\ 3x+y=18 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} \begin{cases} x=14-3y \\ 3(14-3y)+y=18 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow\ 3(14-3y)+y=18 \ \rightarrow\ 42-9y+y=18 \ \rightarrow\ -8y=-24 \ \rightarrow\ y=\frac{-24}{-8}=3 \ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ de\quad x=14-3y \ \rightarrow\ x=14-3\cdot 3=14-9=5$$

$$S.C.D.\{x=5;\ y=3\}$$

$$b)\begin{cases} 3(x-1)-5(y+3)=1-2(x+2) \\ \dfrac{x-y}{3}+6y=\dfrac{6+3y}{4}+2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-3-5y-15=1-2x-4 \\ 4x-4y+72y=18+9y+24x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x-5y=15 \\ 20x-59y=-18 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow\ \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x-y=3 \\ 20x-59y=-18 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por sustitución}} de\ 1)\ x=3+y \quad en\ 2) \ \rightarrow\ 20(3+y)-59y=-18$$

$$\rightarrow\ 60+20y-59y=-18 \ \rightarrow\ 78=39y \ \rightarrow\ y=\frac{78}{39}=2 \ \rightarrow\ x=3+y=3+2=5$$

$$S.C.D.\{x=5;\ y=2\}$$

Recuerda que S.C.D. es sistema compatible determinado.

171.- El perímetro de un rectángulo es 36 cm. Si al lado mayor le sumamos 2 cm y al menor le restamos 4 cm, el perímetro del nuevo rectángulo es 32 cm. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo? (1,25 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B1: 1.1; 2.1; 2.4; 5.1; 7.3; 8.3; 9.1; 10.1) (B2: 3.1; 4.1)

Si llamamos x al lado mayor e y al lado menor, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con las dimensiones iniciales y otra con las dimensiones después y plantear con ellas un sistema:

Antes	Después
 y, x	 y−4, x+2
P=2x+2y	P=2(x+2)+2(y−4)

$$\begin{matrix}\text{1) Antes:}\\ \text{2) Después:}\end{matrix}\begin{cases}2x+2y=36\\ 2(x+2)+2(y-4)=32\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x+y=18\\ 2x+4+2y-8=32\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x+y=18\\ 2x+2y=36\end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases}x+y=18\\ x+y=18\end{cases} \xrightarrow[\text{restando ambas}]{\text{Por reducción}} 0=0 \rightarrow S.C.I.$$

Se trata de un sistema compatible indeterminado porque las dos ecuaciones son iguales (x+y=18), lo que implica que existen infinitas soluciones al problema. Vamos a buscar una:

Si el lado mayor es 12 cm, entonces el menor $x+y=18 \quad \rightarrow \quad y=18-x=18-12=6$ cm.

Así que, una de las soluciones es un rectángulo de base 12 cm y de altura 6 cm.

172.- Juan se ha comprado una camisa y un pantalón. Los precios de estas prendas sumaban 60 €, pero le han hecho un 10 % de descuento en la camisa y un 20 % en el pantalón, y paga por todo 50,15 €. ¿Cuál era el precio sin rebajar de cada prenda? (1,5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B1: 1.1; 2.1; 2.4; 5.1; 7.3; 8.3; 9.1; 10.1) (B2: 3.1; 4.1)

Si llamamos c al precio de la camisa sin rebajar y p al presión del pantalón, también sin rebajar, podemos escribir dos ecuaciones lineales, una con los precios sin rebajar y otra con los precios ya rebajados y plantear con ellas un sistema de ecuaciones:

$$\begin{matrix}\text{1) Sin Rebaja:}\\ \text{2) En Rebajas:}\end{matrix}\begin{cases}c+p=60\\ 0{,}9c+0{,}8p=50{,}15\end{cases} \xrightarrow[1)x(-0{,}9)]{\text{Por reducción}} \begin{cases}-0{,}9c-0{,}9p=-54\\ 0{,}9c+0{,}8p=50{,}15\end{cases} \xrightarrow[\text{ambas}]{\text{Sumando}} -0{,}1p=-3{,}85 \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad p=\frac{-3{,}85}{-0{,}1}=38{,}50\ € \quad y\ de \quad c+p=60 \quad \rightarrow \quad c=60-p=60-31{,}50=21{,}50€$$

Por tanto, la camisa valía antes de las rebajas 21,50 € y los pantalones 38,50 €.

173.- Para pagar un bocadillo que costaba 3 € , he utilizado nueve monedas entre las que habían monedas de 20 céntimos y monedas de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado? (1,25 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B1: 1.1; 2.1; 2.4; 5.1; 7.3; 8.3; 9.1; 10.1) (B2: 3.1; 4.1)

Llamando x al número de monedas de 50 céntimos e y al de monedas de 20 céntimos, podemos plantear un sistema de dos ecuaciones lineales. Una con el número de monedas y otra con el dinero:

$$\begin{matrix} \text{1) Monedas:} \\ \text{2) Dinero €:} \end{matrix} \begin{cases} x+y=9 \\ 0{,}50x+0{,}20y=3 \end{cases} \xrightarrow[\text{1) } x\ -(0{,}2)]{\text{Por reducción}} \begin{cases} -0{,}2x-0{,}2y=-1{,}8 \\ 0{,}5x+0{,}2y=3 \end{cases} \xrightarrow[\text{ambas ecuaciones}]{\text{Sumando}} 0{,}3x=1{,}2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x=\frac{1{,}2}{0{,}3}=4 \quad \rightarrow \quad de \quad x+y=9 \quad \rightarrow \quad 4+y=9 \quad \rightarrow \quad y=9-4=5$$

Para pagar el bocadillo he utilizado 5 monedas de 20 céntimos (1€) y cuatro monedas de 50 céntimos (2€) que hacen un total de 3€.

174.– Si despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones de un sistema, y una vez igualadas, no se puede resolver la ecuación con una incógnita que resulta porque llegamos a un resultado imposible, ¿cómo es el sistema? ¿Por qué?

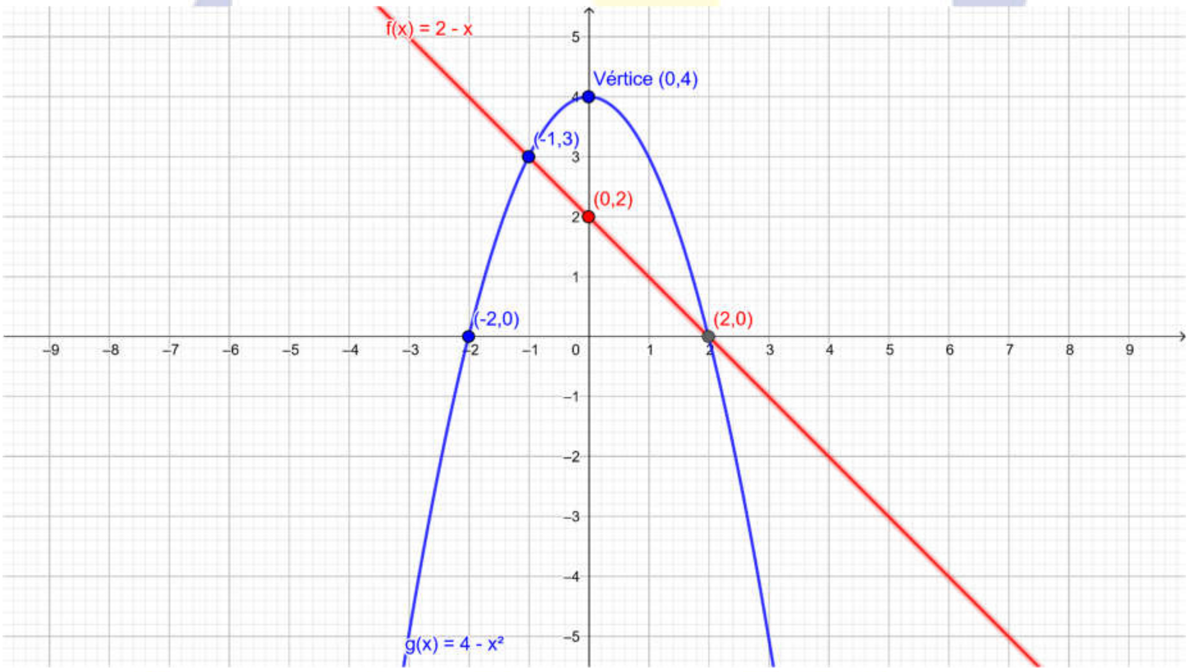
ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.2.3.1 B.2.4.1)

Si el resultado al que llegamos es imposible, es porque las dos ecuaciones son paralelas, y por tanto el sistema es incompatible (S.I.). No tiene solución.

175.– Representa las siguientes funciones calculando los puntos necesarios para realizar su gráfica:

$$f(x)=2-x \qquad g(x)=4-x^2$$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.4.1.2 B.4.2.1 B.4.22 B.4.2.3 B.4.3.1)



Indica, si existe, el punto, o puntos, de intersección entre las gráficas f(x) y g(x).

Mirando el dibujo las dos gráficas se cortan en el (−1,3) y en el (2,0)

176.– Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: (1 punto)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{1}{4}+y-\dfrac{2x-5y}{6}=\dfrac{19}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2x+2y=1 \\ 3+12y-4x+10y=19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -4x+22y=16 \end{cases} \rightarrow$$

$$\xrightarrow[(1)x4]{\text{Por reducción}} \begin{cases} 4x+8y=4 \\ -4x+22y=16 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando}} 30y=20 \quad \rightarrow \quad y=\frac{20}{30} \quad \rightarrow \quad y=\frac{2}{3} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad de \quad x+2y=1 \quad \rightarrow \quad x+\frac{4}{3}=1 \quad \rightarrow \quad x=1-\frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad x=-\frac{1}{3}$$

$$S.C.D.\left\{x=-\frac{1}{3} \qquad y=\frac{2}{3}\right\}$$

177.- Resuelve la siguiente ecuación: (1 punto)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.3.2 B.2.4.1)

$$(x-2)\cdot(x-3)+\frac{x\cdot(x-3)}{2}=(x-2)^2+2 \quad\to\quad 2x^2-10x+12+x^2-3x=2x^2-8x+8+2 \quad\to$$

$$\to\quad x^2-5x=0 \quad\to\quad x(x-5)=0 \quad\to\quad \begin{cases} x_1=0 \\ x-5=0 \quad\to\quad x_2=5 \end{cases}$$

178.- Halla la ecuación general de cada una de estas rectas: (1 punto)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.3.1.2 B.4.2.1)

a) Pasa por los puntos P(5,1) y Q(8,-3).

La ecuación de una recta viene dada por *y=mx+b*, así que lo primero es calcular la pendiente y después la ordenada en el origen:

$$y=mx+b \quad\to\quad \begin{cases} m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{-3-1}{8-5}=\dfrac{-4}{3} \\ y=\dfrac{-4}{3}x+b \quad\xrightarrow{\text{Con }(5,1)}\quad 1=\dfrac{-4}{3}\cdot 5+b \quad\to\quad b=1+\dfrac{20}{3}=\dfrac{23}{3} \end{cases}$$

Por tanto la ecuación explícita es: $y=-\frac{4}{3}x+\frac{23}{3}$ y la ecuación general: 4x+3y-23=0

b) Tiene pendiente -5 y ordenada en el origen -5.

$y=mx+b \quad\to\quad y=-5x-5 \quad\to$ la ecuación general es: 5x+y+5=0

c) Paralela al eje OX y que pasa por el punto Q(-3,2).

Si es paralela al eje x, su pendiente es cero, y sustituyendo el punto Q(-3,2):

$y=mx+b \quad\to\quad y=0x+b \quad\to\quad 2=b \quad\to\quad y=2 \quad\to$ la ecuación general es: y-2=0

d) Paralela a la recta *s: 5x-2y+7=0* y que pasa por el Origen de coordenadas.

Sabemos que dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente, por tanto coeficientes de x e y no cambian y la recta tendrá por ecuación: *5x-2y+k=0* y calcularemos k sustituyendo el punto O.

5x-2y+0=0

por tanto, la ecuación general será 5x-2y=0

179.- Se le rompe la lavadora de tu casa y tu madre busca en internet un técnico para repararla. Un técnico de reparaciones de electrodomésticos A cobra 45 € por la visita, más 25 € por cada hora de trabajo y otro técnico B cobra 40 € por cada hora trabajada. (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.4.1.3 B.4.2.2)

a) Escribe la expresión algebraica que represente el coste de la reparación en función del número de horas de trabajo realizadas por cada técnico.

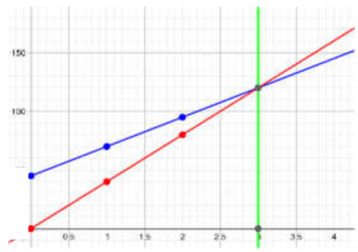
Si llamamos x a las horas que el técnico pasa reparando la lavadora, tenemos:

- Técnico A: $y_A=f(x)=45+25x$
- Técnico B: $y_B=g(x)=40x$

b) ¿Qué tipo de funciones son?

La primera **f(x) es una función afín** mientras que la segunda, **g(x) es una función de proporcionalidad**.

c) ¿Qué técnico de los dos es más interesante?



Pues depende del tiempo que tarde en reparar la lavadora. Para ayudarme a responder a esta cuestión voy a representar ambas rectas:
La recta azul se corresponde con $y_A = f(x) = 45 + 25x$ y la roja con $y_B = g(x) = 40x$. En el dibujo vemos que hay un punto donde la que está por encima pasa a estar por debajo y viceversa, lo calcularemos resolviendo el sistema dado por las dos ecuaciones mediante el método de igualación:

$$45 + 25x = 40x \quad \rightarrow \quad 45 = 15x \quad \rightarrow \quad x = \frac{45}{15} \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Si el técnico tarda menos de tres horas en reparar la lavadora nos conviene más el técnico B (Rojo) puesto que la gráfica roja esta por debajo de la azul, mientras que si el técnico tarda más de 3 horas nos convendrá más el técnico A (Azul) ya que su gráfica está por debajo de la roja.

Si tarda más de 3 horas el técnico A y si tarda menos el B.

180.– Se poseen dos cirios de igual altura que se encienden simultáneamente. ¿Al cabo de cuánto tiempo de haberse encendido, la altura del primero será el doble del segundo, sabiendo que el primero se consume en 6 horas mientras que el segundo lo hace en 4 horas? (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

Si llamamos x al tiempo transcurrido, después de x horas, el primer cirio que se consume en 6 horas, en una hora se habrá consumido $\frac{1}{6}$ y en x horas se habrá consumido $\frac{x}{6}$, de la misma forma, el segundo que tarda 4 horas en consumirse, en una hora se consumirá $\frac{1}{4}$, y en x horas lo hará en $\frac{x}{4}$

		Se consume en	En 1 hora se consume	En x horas	Queda sin consumir	Altura
Primer Cirio		6 horas	$\frac{1}{6}$	$\frac{x}{6}$	$1-\frac{x}{6}$	
Segundo Cirio		4 horas	$\frac{1}{4}$	$\frac{x}{4}$	$1-\frac{x}{4}$	

Como nos piden en qué momento la altura del primero será el doble que la del segundo, con esto planteamos la ecuación:

$$1-\frac{x}{6} = 2\left(1-\frac{x}{4}\right) \quad \rightarrow \quad 1-\frac{x}{6} = 2-\frac{x}{2} \quad \rightarrow \quad 6-x = 12-3x \quad \rightarrow \quad 2x = 6 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Por tanto, al cabo de 3 horas, es cuando la altura del primero será el doble de la del segundo.

181.– Queremos mezclar dos líquidos de densidades 0,7 y 1,3 para obtener 30 litros de otro líquido de densidad 0,9 (todas en Kg/m³). Hallar la cantidad de líquido que hay que tomar de cada clase para conseguir dicha mezcla. (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

Se trata de un problema de mezclas y nos ayudaremos de una tabla para resolverlo:

	Volumen (l)	Densidad (Kg/m³)	Total	
Líquido 1	x	0,7	0,7·x	
Líquido 2	30–x	1,3	1,3·(30–x)	
Mezcla	30	0,9	27	

Una vez completada con los datos del problema y con la incógnita, calculábamos la columna del total multiplicando las otras dos.

Planteamos la ecuación haciendo que la suma de los totales de los dos líquidos tiene que ser igual al total de la mezcla:

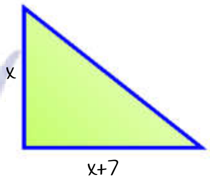
$$0,7x+1,3(30-x)=27 \quad \rightarrow \quad 0,7x+39-1,3x=27 \quad \rightarrow \quad -0,6x=-12 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-12}{-0,6}=20$$

Para conseguir una mezcla de densidad 0,9 Kg/m^3 hemos de mezclar 20 l de líquido 1 con 10 l de líquido 2.

182.– Calcula la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de ellos es 7 cm más largo que el otro y que su superficie es de 15 cm^2. (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.3.2.1 B.2.4.1)

Si representamos los datos del problema en un dibujo, tenemos:



Su área que es de 15 cm^2, vendrá dada por la mitad del producto de su base y su altura, así que con eso planteamos la ecuación:

$$A=\frac{b\cdot h}{2} \quad \rightarrow \quad 15=\frac{x\cdot(x+7)}{2} \quad \rightarrow \quad 30=x^2+7x$$
$$\rightarrow \quad x^2+7x-30=0 \quad \rightarrow \quad (x-3)\cdot(x+10)=0$$

Cuyas soluciones son: $(x-3)\cdot(x+10)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases}(x-3)=0 & \rightarrow \quad x=3\\ (x+10)=0 & \rightarrow \quad x=-10\end{cases}$

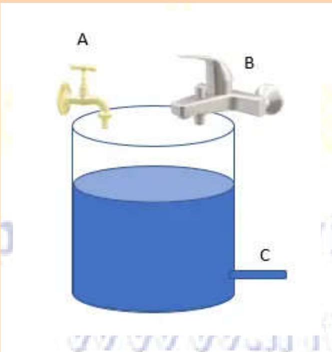
Como hemos llamado x a la altura del triángulo y ésta no puede ser negativa, desechamos la solución -10 y nos quedamos con x=3.

Así que, los catetos miden 3 y 10 cm.

183.– Un grifo puede llenar un depósito en 10 horas, otro grifo en 20 h. y un desagüe puede vaciarlo en 15 h. ¿En cuánto tiempo se llenará el depósito si estando vacío y abierto el desagüe se abren los dos grifos? (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

Se trata de un problema de grifos, así que podemos ayudarnos con un dibujo y con una tabla. Si llamamos x al tiempo que tarda en llenarse el depósito:



Mecanismo	Tiempo (h)	En 1 hora
Grifo A	10	$1/10$
Grifo B	20	$1/20$
Desagüe	15	$1/15$
Todos juntos	x	$1/x$

Con todo esto ya podemos plantear una ecuación fijándonos en lo que cada uno de ellos hace en una hora, la suma de todos por separado, tendrá que ser igual a lo que hacen todos juntos también en una hora:

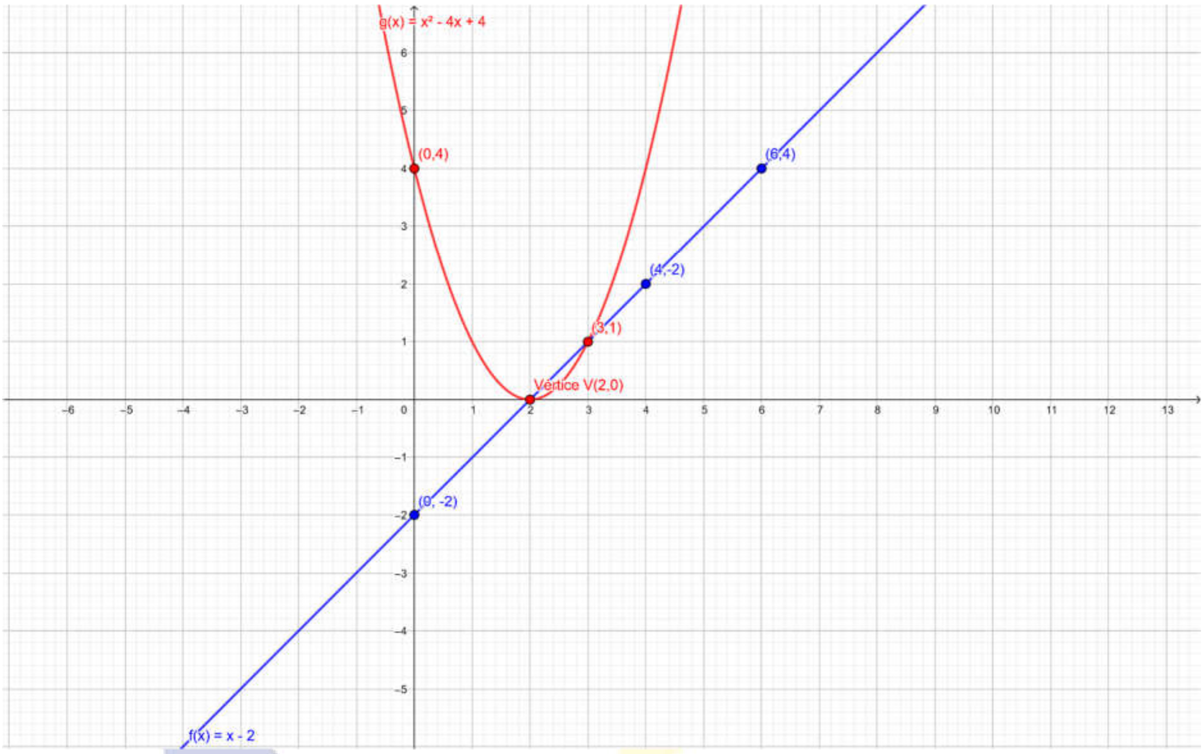
$$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}-\frac{1}{15}=\frac{1}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{6x}{60x}+\frac{3x}{60x}-\frac{4x}{60x}=\frac{60}{60x} \quad \rightarrow \quad 6x+3x-4x=60 \quad \rightarrow \quad 5x=60 \quad \rightarrow \quad x=12$$

Por tanto, el depósito estará lleno al cabo de 12 horas.

184.- Representa las siguientes funciones calculando los puntos necesarios para realizar su gráfica:

$$f(x)=x-2 \qquad g(x)=x^2-4x+4$$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.4.1.2 B.4.2.1 B.4.22 B.4.2.3 B.4.3.1)



Indica, si existe, el punto, o puntos, de intersección entre las gráficas f(x) y g(x).

Observando el dibujo, las dos gráficas se cortan en los puntos (2,0) y (3,1)

185.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: (1 punto)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

$$\begin{cases} y+\dfrac{1}{4}-\dfrac{19}{12}=-\dfrac{2x-5y}{-6} \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{x-y}{3} \end{cases}$$

Si lo recolocamos, llegamos al mismo del examen anterior:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{1}{4}+y-\dfrac{2x-5y}{6}=\dfrac{19}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2x+2y=1 \\ 3+12y-4x+10y=19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -4x+22y=16 \end{cases} \rightarrow$$

$$\xrightarrow[(1)\times 4]{\text{Por reducción}} \begin{cases} 4x+8y=4 \\ -4x+22y=16 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando}} 30y=20 \rightarrow y=\frac{20}{30} \rightarrow y=\frac{2}{3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{de } x+2y=1 \rightarrow x+\frac{4}{3}=1 \rightarrow x=1-\frac{4}{3} \rightarrow x=-\frac{1}{3}$$

$$S.C.D.\left\{x=-\frac{1}{3} \quad y=\frac{2}{3}\right\}$$

186.- Resuelve la siguiente ecuación: (1 punto)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.3.2 B.2.4.1)

$$\frac{x\cdot(x-3)}{2}-(x-2)^2=2-(x-2)\cdot(x-3)$$ Si la recolocamos llegamos a la ecuación del examen anterior:

$$(x-2)\cdot(x-3)+\frac{x\cdot(x-3)}{2}=(x-2)^2+2 \rightarrow 2x^2-10x+12+x^2-3x=2x^2-8x+8+2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2-5x=0 \rightarrow x(x-5)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x-5=0 \rightarrow x_2=5 \end{cases}$$

187.– Halla la **ecuación general** de cada una de estas rectas: (1 punto)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.3.1.2 B.4.2.1)

a) Pasa por los puntos P(5,1) y Q(8,-3).

La ecuación de una recta viene dada por *y=mx+b*, así que lo primero es calcular la pendiente y después la ordenada en el origen:

$$y=mx+b \rightarrow \begin{cases} m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{-3-1}{8-5}=\dfrac{-4}{3} \\ y=\dfrac{-4}{3}x+b \xrightarrow{Con\ (5,1)} 1=\dfrac{-4}{3}\cdot 5+b \rightarrow b=1+\dfrac{20}{3}=\dfrac{23}{3} \end{cases}$$

Por tanto la ecuación explícita es: $y=-\frac{4}{3}x+\frac{23}{3}$ y la **ecuación general: 4x+3y-23=0**

b) Tiene pendiente -1 y ordenada en el origen -3.

$y=mx+b \rightarrow y=-x-3 \rightarrow$ la **ecuación general es: x+y+3=0**

c) Paralela al eje OX y que pasa por el punto Q(-5,-4).

Si es paralela al eje x, su pendiente es cero, y sustituyendo el punto Q(-5,-4):

$y=mx+b \rightarrow y=0x+b \rightarrow -4=b \rightarrow y=-4 \rightarrow$ la **ecuación general es: y+4=0**

d) Paralela a la recta *s: 5x+4y+7=0* y que pasa por el punto (4,-5)

Sabemos que dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente, por tanto coeficientes de x e y no cambian y la recta tendrá por ecuación: *5x+4y+k=0* y calcularemos k sustituyendo el punto (4,-5).

$$5x+4y+k=0 \rightarrow 5\cdot 4+4\cdot(-5)+k=0 \rightarrow 20-20+k=0 \rightarrow k=0$$

por tanto, la **ecuación general** de la recta **será 5x+4y=0**

188.– Este verano quieres ir con tus amigos a un concierto y para ello buscas en internet un servicio de alquiler de furgonetas con conductor y encuentras dos empresas: Uber, que cobra 300 € más 3 € por kilómetro y Cabify que solo cobra 8 € por kilómetro. (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.4.1.3 B.4.2.2)

a) Escribe la expresión algebraica que represente el coste del viaje en función de los kilómetros recorridos.

Si llamamos x a los kilómetros a recorrer, tenemos:

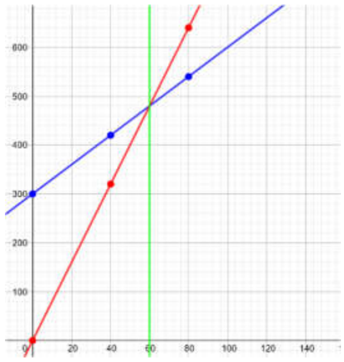
- UBER: $y_U=f(x)=300+3x$
- CABIFY: $y_C=g(x)=8x$

b) ¿Qué tipo de funciones son?

La primera **f(x) es una función afín** mientras que la segunda, **g(x) es una función de proporcionalidad.**

c) ¿Qué empresa es más interesante?

Pues depende de los kilómetros recorridos. Para ayudarme a responder a esta cuestión voy a representar ambas rectas:



La recta azul se corresponde con $y_u = f(x) = 300 + 3x$ y la roja con $y_c = g(x) = 8x$. En el dibujo vemos que hay un punto donde la que está por encima pasa a estar por debajo y viceversa, lo calcularemos resolviendo el sistema dado por las dos ecuaciones por el método de igualación, igualando ambas ecuaciones:

$$300 + 3x = 8x \quad \rightarrow \quad 300 = 5x \quad \rightarrow \quad x = \frac{300}{5} \quad \rightarrow \quad x = 60$$

Si vamos a recorrer menos de 60 km (línea verde) es más barato contratar a Cabify (Rojo) puesto que la gráfica roja está por debajo de la azul, mientras que si vamos a recorrer más de 60 km sería más interesante contratar a Uber (Azul) ya que su gráfica está por debajo de la roja.

Si recorremos menos de 60 km contratamos Cabify y si es más de 60 km mejor Uber.

189.– La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble de la del hijo ¿Cuántos años tiene ahora cada uno? (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

Se trata de un problema de edades, así que nos ayudaremos con una tabla:

	Edad ahora	Edad dentro de 24 años
Hijo	x^2	x^2+24
Padre	x	$x+24$

Como dice que dentro de 24 años la edad del padre será el doble de la del hijo, con esta información planteamos la ecuación:

$$x^2 + 24 = 2(x+24) \quad \rightarrow \quad x^2 + 24 = 2x + 48 \quad \rightarrow \quad x^2 - 2x - 24 = 0 \quad \rightarrow \quad (x-6)\cdot(x+4) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - 6 = 0 & \rightarrow \quad x = 6 \\ x + 4 = 0 & \rightarrow \quad x = -4 \end{cases}$$

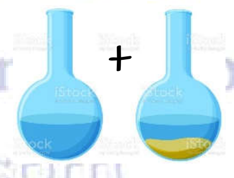
Desechamos la solución negativa porque la edad siempre es un número positivo.

Con esto, la edad del hijo es de 6 años y la del padre 36 años.

190.– En un kilo de agua de mar hay 100 gr de sal. ¿Qué cantidad de agua pura y de agua de mar será precisa para que 30 kg de mezcla solo tengan 2 kg de sal?. (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

Se trata de un problema de mezclas y como siempre, nos ayudaremos de una tabla para resolverlo:

	Masa (Kg)	Cantidad de sal (%)	Total	
Agua Mar	x	10 %	$10x$	 +
H_2O	$30-x$	0 %	0	
Mezcla	30	20/3 %	$30 \cdot 20/3$	

Una vez completada con los datos del problema y con la incógnita, calculábamos la columna del total multiplicando las otras dos.

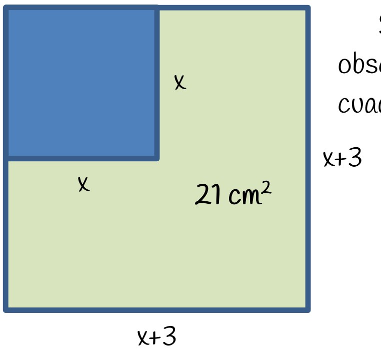
Planteamos la ecuación haciendo que la suma de los totales de los dos líquidos tiene que ser igual al total de la mezcla:

$$10x + 0 = 200 \quad \rightarrow \quad x = \frac{200}{10} = 20$$

Para conseguirla mezcla pedida hemos de mezclar 20 l de mar con 10 l de agua pura.

191.- Si aumentamos en 3 cm el lado de un cuadrado su área aumenta en 21 cm². Calcula su área.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.3.2.1 B.2.4.1)



Si llamamos x al lado del cuadrado original, y nos ayudamos de un dibujo, podemos observar que el área del cuadrado grande (verde) es 21 cm² más grande que la del cuadrado pequeño (azul). Así que con eso podemos plantear la ecuación:

$$x^2+21=(x+3)^2 \rightarrow \cancel{x^2}+21=\cancel{x^2}+6x+9 \rightarrow 6x=21-9$$

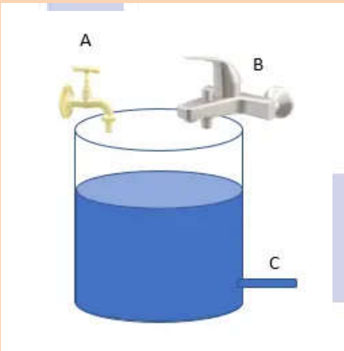
$$\rightarrow 6x=12 \rightarrow x=\frac{12}{6} \rightarrow x=2$$

Por tanto su lado es igual a 2 cm, y su área $A=2^2=4$ cm²

9.- Un recipiente tiene un primer grifo, que tardaría en llenarlo 3 horas, y un segundo grifo que tardaría 4 horas; y tiene un tubo de desagüe, que tardaría en vaciarlo 5 horas, calcular el tiempo que tardará en llenarse el depósito, si se abren a la vez los dos grifos y el tubo de desagüe. (6/5 puntos)

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE (B.1.8.3 B.1.11.3 B.2.3.1 B.2.4.1)

Se trata de un problema de grifos, así que podemos ayudarnos con un dibujo y con una tabla. Si llamamos x al tiempo que tarda en llenarse el depósito:



Mecanismo	Tiempo (h)	En 1 hora
Grifo A	3	$1/3$
Grifo B	4	$1/4$
Desagüe	5	$1/5$
Todos juntos	x	$1/x$

Con todo esto ya podemos plantear una ecuación fijándonos en lo que cada uno de ellos hace en una hora, la suma de todos por separado, tendrá que ser igual a lo que hacen todos juntos también en una hora:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{x} \rightarrow \frac{20x}{60x}+\frac{15x}{60x}-\frac{12x}{60x}=\frac{60}{60x} \rightarrow 20x+15x-12x=60 \rightarrow 23x=60 \rightarrow$$

$$\rightarrow x=\frac{60}{23}=2{,}6087 \text{ horas} \rightarrow \text{2 horas, 36 minutos y 31,3 segundos.}$$

Por tanto, el depósito estará lleno al cabo 2 horas 36 minutos y 31,3 seg.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE

Las competencias clave del currículo son:

1) Comunicación lingüística **CCL**
2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología **CMCT**
3) Competencia digital **CD**
4) Aprender a aprender **CPAA**
5) Competencias sociales y cívicas **CSC**
6) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor **SIEP**
7) Conciencia y expresiones culturales **CEC**

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

B.1.1.1.- Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. CCL,CMCT

B.1.2.1.- Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). CCL,CMCT

B.1.2.2.- Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. CMCT

B.1.2.3.- Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. CMCT

B.1.2.4.- Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas. CCL,CMCT

B.1.3.1.- Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. CMCT

B.1.3.2.- Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad. CMCT

B.1.4.1.- Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución. CMCT,SIEP,CAA

B.1.4.2.- Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad. CMCT, SIEP

B.1.5.1.- Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico. CMCT

B.1.6.1.- Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés. CMCT

B.1.7.1.- Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. CMCT

B.1.7.2.- Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas. CMCT

B.1.7.3.- Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. CMCT

B.1.7.4.- Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. CMCT, CAA

B.1.7.5.- Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados. CMCT, CAA

B.1.8.1.- Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada. CMCT, CAA

B.1.8.2.- Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación. CMCT, CAA

B.1.8.3.- Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso. CMCT, CAA, SIEP

B.1.8.4.- Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantearse preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas. CMCT, CAA,SIEP

B.1.9.1.- Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad. CMCT

B.1.10.1.- Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares. CMCT, CAA,SIEP

B.1.11.1.- Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente. CMCT, CAA,SIEP

B.1.11.2.- Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas. CMCT, CAA,CD

B.1.11.3.- Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos. **CMCT, CD**

B.1.11.4.- Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas. **CMCT, CD**

B.1.12.1.- Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,…), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión. **CMCT, CD,CAA,SIEP**

B.1.12.2.- Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula. **CMCT, CD,CCL**

B.1.12.3.- Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora. **CMCT, CD**

Bloque 2. Números y Álgebra

B.2.1.1.- Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa. **CMCT, CAA**

B.2.1.2.- Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período. **CMCT, CAA**

B.2.1.3.- Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico. **CMCT, CAA**

B.2.1.4.- Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados. **CMCT, CAA**

B.2.1.5.- Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados. **CMCT, CAA**

B.2.1.6.- Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos. **CMCT, CAA**

B.2.1.7.- Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado. **CMCT, CAA**

B.2.1.8.- Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos. **CMCT, CAA**

B.2.1.9.- Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones. **CMCT, CAA**

B.2.1.10.- Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución. **CMCT, CAA**

B.2.2.1.- Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores. **CMCT**

B.2.2.2.- Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios. **CMCT**

B.2.2.3.- Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los "n" primeros términos, y las emplea para resolver problemas. **CMCT**

B.2.2.4.- Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas. **CMCT**

B.2.3.1.- Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana. **CMCT**

B.2.3.2.- Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado. **CMCT**

B.2.3.3.- Factoriza polinomios con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común. **CMCT**

B.2.4.1.- Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido. **CCL, CMCT, CD, CAA.**

Bloque 3. Geometría

B.3.1.1.- Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. **CMCT**

B.3.1.2.- Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos. **CMCT**

B.3.2.1.- Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas. **CMCT**

B.3.2.2.- Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes. **CMCT**

B.3.2.3.- Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos. **CMCT**

B.3.3.1.- Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc. CMCT, CAA

B.3.4.1.- Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte. CMCT, CEC

B.3.4.2.- Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario. CMCT,CD

B.3.5.1.- Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales. CMCT,CCL

B.3.5.2.- Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados. CMCT

B.3.5.3.- Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas. CMCT,CEC

B.3.6.1.- Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud. CMCT

Bloque 4. Funciones

B.4.1.1.- Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas. CMCT, CPAA, CCL

B.4.1.2.- Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto. CMCT

B.4.1.3.- Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto. CMCT, CCL

B.4.1.4.- Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente. CMCT

B.4.2.1.- Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente. CMCT, CPAA, CD

B.4.2.2.- Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa. CMCT, CPAA, CCL

B.4.2.3.- Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica. CMCT, CPAA

B.4.3.1.- Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente. CMCT, CPAA

B.4.3.2.- Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario. CMCT, CPAA, CCL, CSC, CD

B.4.3.3.- Identifica los elementos característicos de la gráfica de una función y es capaz de calcularlos. CMCT, CPAA, CCL

Bloque 5. Estadística y probabilidad

B.5.1.1.- Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados. CMCT, SIEP

B.5.1.2.- Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos. CMCT

B.5.1.3.- Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos. CMCT

B.5.1.4.- Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada. CMCT

B.5.1.5.- Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. CMCT,CD

B.5.2.1.- Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos. CMCT

B.5.2.2.- Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos. CMCT

B.5.3.1.- Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación. CMCT,CCL

B.5.3.2.- Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión. CMCT, CD

B.5.3.3.- Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada. CMCT,CD,CCL

B.5.4.1.- Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas. CMCT,SIEP

B.5.4.2.- Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. CMCT,CCL

B.5.4.3.- Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales. CMCT

B.5.4.4.- Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre. CMCT, SIEP