## Ecuación

Una *ecuación* es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros y separadas por el signo igual, en las que aparecen elementos conocidos y datos desconocidos o *incógnitas*, relacionados mediante operaciones matemáticas.

Cuando esta igualdad es cierta para cualquier valor de la incógnita recibe el nombre de *Identidad*.

$$\underbrace{\underbrace{3x+5}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{2x-4}_{\text{Segundo miembro}}}_{\text{ECUACIÓN}} \qquad \underbrace{(x+2)^2 = x^2+4x+4}_{\text{IDENTIDAD}}$$

Los elementos de una ecuación son:

- *Miembro:* Expresión algebraica que hay a ambos lados del $=$.
- *Término:* Cada uno de los sumandos que hay en los dos miembros.
- *Término Independiente:* Es aquel que no tiene parte literal.
- Incógnita: Cada una de las letras de valor desconocido y que queremos calcular. (Se suelen representar con x)
- *Grado:* Es el mayor de los grados de sus términos

Si en la igualdad aparecen polinomios de primer grado, diremos que la ecuación es de primer grado, y si aparecen polinomios de segundo grado, diremos que se trata de una ecuación de segundo grado.

$$\underbrace{6x+5=7x-3}_{\text{Ecuación de primer grado}} \qquad \underbrace{5x^2+2x-5=4x-7}_{\text{Ecuación de segundo grado}}$$

Dos ecuaciones son *equivalentes* si tienen la misma solución.

$$\text{Ejemplo:} \quad \begin{cases} 3x+1=9-x & \rightarrow \quad x=2 \\ 4x=8 & \rightarrow \quad x=2 \end{cases}$$

## Transformaciones de ecuaciones

*Reducir* los términos de una ecuación es agrupar las x con las x y los números con los números:

$$2x+3+5x=-9-4x+2x \xrightarrow[\text{términos}]{\text{Reducción de}} 7x+3=-9-2x$$

*Trasponer* los términos de una ecuación es pasar todas las x a un miembro y todos los números a otro sabiendo que:

Lo que está sumando, pasa al otro miembro de la ecuación restando (y viceversa)

$$\underbrace{7x+3=-9-2x \xrightarrow{\text{Trasponemos}} 7x\underbrace{+2x}_{\text{cambia de signo}}=-9\underbrace{-3}_{\text{cambia de signo}}}$$

El 3 que suma en el primer miembro, pasa al segundo restando.
El -2x que está restando en el segundo miembro, pasa al primero sumando.

Lo que está multiplicando, pasa al otro miembro dividiendo (y viceversa)

$$\underbrace{9\cdot x=-12 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-12}{9}=-\frac{4}{3}}$$

El 9 que multiplica en el primer miembro, pasa dividiendo al segundo

$$\underbrace{\frac{y}{4}=5 \quad \rightarrow \quad y=5\cdot 4=20}$$

El 4 que divide en el primer miembro, pasa multiplicando al segundo

## Ecuaciones de primer grado

Las *ecuaciones de primer grado* son de la forma $ax+b=c$, donde $a$ es el coeficiente principal, $b$ el término independiente y $x$ es la incógnita.

La solución de dicha ecuación viene dada por la expresión:

$$ax+b=0 \quad \rightarrow \quad ax=-b \quad \rightarrow \quad x=-\frac{b}{a}$$

Ejemplo:

$$2x+3(2x-1)=x+67 \xrightarrow[\text{Paréntesis}]{\text{Rompemos}} 2x+6x-3=x+67$$

$$\xrightarrow[\text{términos}]{\text{Agrupamos}} 8x-3=x+67 \xrightarrow[\text{términos}]{\text{Trasponemos}} 8x-x=67+3$$

$$\xrightarrow[\text{términos}]{\text{Agrupamos}} 7x=70 \xrightarrow[\text{la incógnita}]{\text{Despejamos}} x=\frac{70}{7}=10 \xrightarrow{\text{Solución}} x=10$$

## Ecuaciones de primer grado con denominadores

Cuando en los términos de una ecuación aparecen denominadores, la transformaremos en otra equivalente que no los tenga. Para ello, multiplicaremos los dos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

*Ejemplo:*

$$\frac{x}{3}-\frac{13-2x}{2}=\frac{1}{3} \rightarrow m.c.d.(3,2,6)=6 \rightarrow \frac{2x}{6}-\frac{3(13-2x)}{6}=\frac{2}{6}$$

$$\rightarrow 2x-3(13-2x)=2 \qquad 2x-38+6x=2 \rightarrow 8x-38=2$$

$$\rightarrow 8x=38+2 \rightarrow 8x=40 \rightarrow x=\frac{40}{8}=5$$

## Ecuaciones de segundo grado

Las *ecuaciones de segundo grado* son de la forma:

$$ax^2+bx+c=0$$

Donde $a$ es el coeficiente del término de 2º grado, $b$ el del término de primer grado y $c$ el término independiente.

Las soluciones vienen dadas por la expresión: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$

Decimos que una *ecuación de segundo grado es completa* si los coeficientes a,b,c son todos números distintos de cero.

*Ejemplo:*

$$x^2+5x-6=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \\ c=-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \\ x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1} \end{cases} \rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{2}$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2} \rightarrow x=\frac{-5\pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{-5+7}{2}=\dfrac{2}{2}=1 \\ x_2=\dfrac{-5-7}{2}=\dfrac{-12}{2}=-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-6 \end{cases}$$

## Ecuaciones de segundo grado incompletas

Decimos que una *ecuación es incompleta si* alguno de los coeficientes a,b,c es nulo.

$$\underbrace{ax^2+bx=0}_{\text{Falta el término independiente}} \qquad \underbrace{ax^2+c=0}_{\text{Falta el término en x}}$$

Para resolverlas, en el caso de que falte el término independiente sacaremos factor común, y en el caso de que falte el término en x, calcularemos la x haciendo la raíz cuadrada. Veamos algunos ejemplos:

*Ejemplos:*

$$x^2+5x=0 \rightarrow x(x+5)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+5=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-5 \end{cases}$$

$$x^2-9=0 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm\sqrt{9} \rightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-3 \end{cases}$$

## Problemas de ecuaciones

Para resolver un problema de ecuaciones debemos seguir esta receta:

1) Lectura y comprensión del enunciado.
2) Asignar la incógnita x.
3) Plantear la ecuación ayudándonos del lenguaje algebraico.
4) Resolver la ecuación con precisión.
5) Analizar la solución de la ecuación en el problema y verificarla.
6) Dar respuesta a la pregunta o preguntas planteadas.

> *Para resolver un problema referente a números o de relaciones entre cantidades, basta traducir dicho problema del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, o sea, a una ecuación.*
>
> *Isaac Newton*