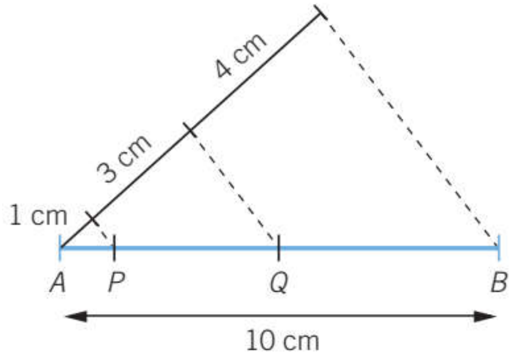
	Nombre:			Nota
	Curso:	2º ESO B	Examen VII – Geometría	
	Fecha:	SIMULACRO	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Observa la siguiente figura: ¿Cuánto miden los segmentos $\overline{AP}, \overline{PQ}$ y $\overline{QB}$?



Sol: Miden AP: 1,25 cm; PQ=3,75 cm y QB : 5 cm.

2.- La sombra de un autobús a cierta hora mide 8 m. A la misma hora, la sombra de un coche, que mide 1,4 m, es de 3,5 m. ¿Qué altura tiene el autobús?

Sol: El autobús mide 3,2 metros de altura.

3.- El plano de una vivienda está realizado a escala 1:60.

a) ¿Qué dimensiones reales tiene la cocina si en el plano mide 4 cm de ancho y 7 cm de largo?

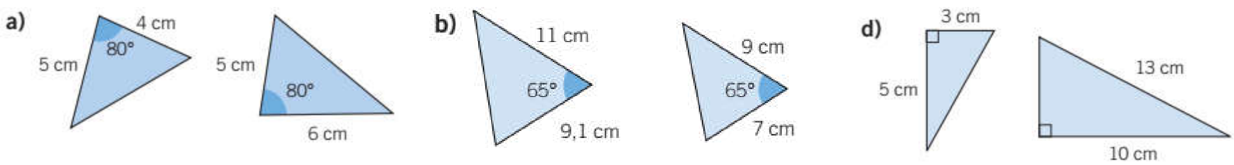
b) El pasillo mide 7,5 m en la realidad. ¿Cuánto mide de largo en el plano?

Sol: a) 2,4 metros de ancho por 4,2 m de alto; b) 12,5 cm

4.- Ana está situada a 5 m de la orilla de un río y ve reflejada una montaña en el agua. Si Ana mide 1,70 m y el río está a 3 km de la montaña, ¿qué altura tiene la montaña?

Sol: La montaña mide 1.020 metros de altura.

5.- Determina si estos pares de triángulos son semejantes y explica qué criterio aplicas en cada caso.

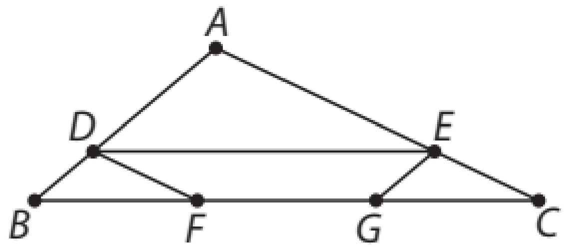


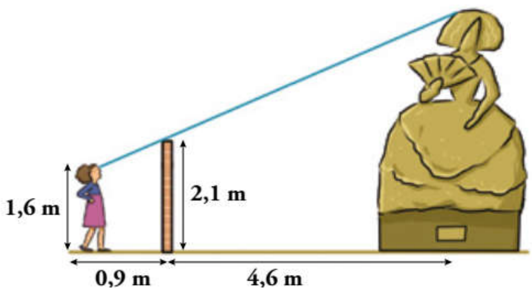
Sol: Ninguno es semejante.

	Nombre:			Nota
	Curso:	**2º ESO B / Verde**	**Examen VII**	
	Fecha:	***26 de mayo de 2021***	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

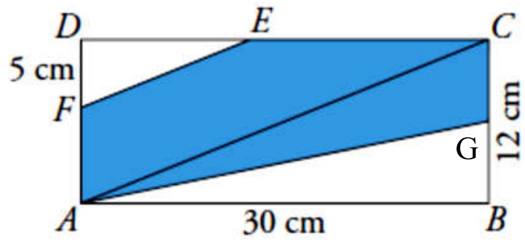
1.- En la figura de la derecha: AB=6 cm, AC=9 cm, BC=12 cm y AD=4 cm. Halla la medida de los lados de los triángulos ADE, DBF y ECG.





2.- ¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?

3.- Si el segmento DF mide 5 cm, ¿cuál es el área y el perímetro del pentágono FECGA?



4.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 153 km?
b) ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 12,25 cm?

5.- Un rectángulo ABCD mide 6 cm de largo, y otro semejante a él A'B'C'D' tiene 3 cm de ancho. La razón de semejanza del primero al segundo es como 2 es a 3. Calcula las áreas de ambos rectángulos y la razón entre ellas. ¿Qué relación existe entre esta última y la razón de semejanza?

Bonus.- Dibuja un triángulo rectángulo y traza la altura correspondiente a la hipotenusa. ¿Son semejantes los dos triángulos en que queda dividido el anterior? Justifica tu respuesta

Nombre:			Nota
Curso:	2º ESO B / Amar	Examen VII	
Fecha:	*26 de mayo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

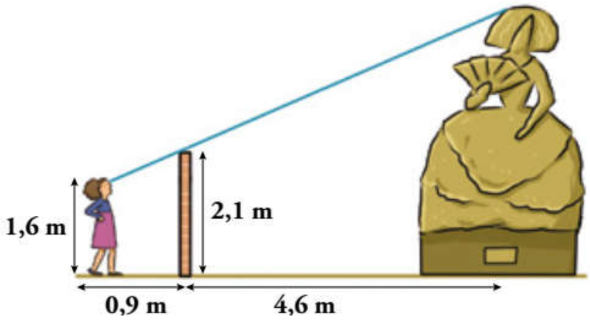
Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

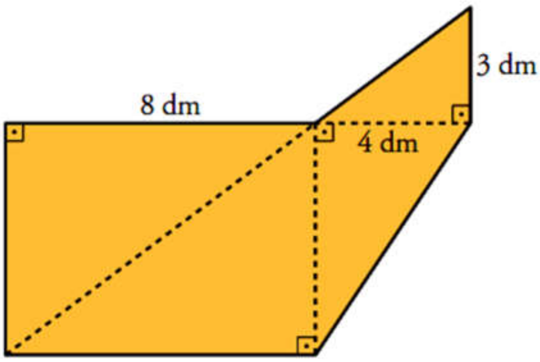
1.- Las sombras de estos árboles medían, a las cinco de la tarde, 12 m, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol pequeño mide 2,5 m, ¿cuánto miden los demás?

2.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm.

c) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 153 km?
d) ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 12,25 cm?

3.- ¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?





4.- Calcula el área y el perímetro de la figura de la izquierda.

5.- Un rectángulo ABCD mide 6 cm de largo, y otro semejante a él A'B'C'D' tiene 3 cm de ancho. La razón de semejanza del primero al segundo es como 2 es a 3. Calcula las áreas de ambos rectángulos y la razón entre ellas. ¿Qué relación existe entre esta última y la razón de semejanza?

Bonus.- De dos segmentos proporcionales cuya razón es 3/5, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

	Nombre:			Nota
	Curso:	**2º ESO E / Verd**	**Examen VII**	
	Fecha:	***27 de mayo de 2021***	Cada problema vale 2 puntos	

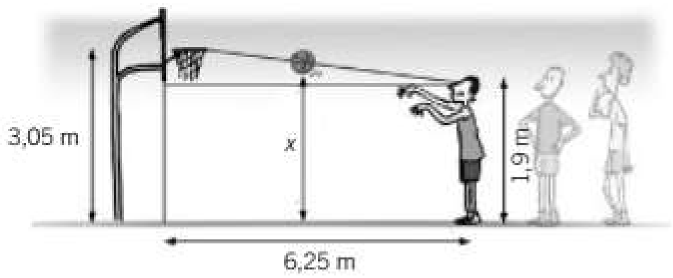
Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

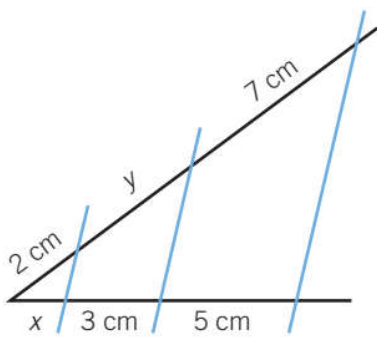
1.- Las sombras de tres árboles medían, a las siete de la tarde, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol más pequeño mide 2,5 m de altura, ¿cuánto miden los otros dos?

2.- En un plano, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 225 km?
b) ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 9,25 cm?

3.- Un jugador de baloncesto de 1,9 m, que está situado a 6,25 m de la canasta, lanza el balón hacia la misma. Calcula la altura a la que está el balón cuando va por la mitad del recorrido.





4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto miden los segmentos x e y?

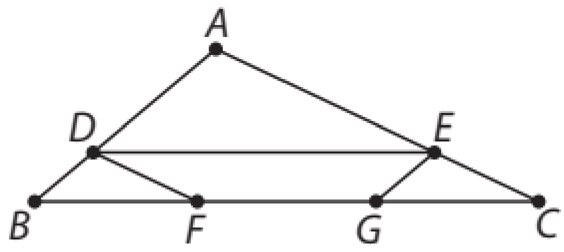
5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

Bonus.- De dos segmentos proporcionales cuya razón es 3/5, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

Nombre:			Nota
Curso:	2º ESO E / Amarillo	Examen VII	
Fecha:	***28 de mayo de 2021***	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

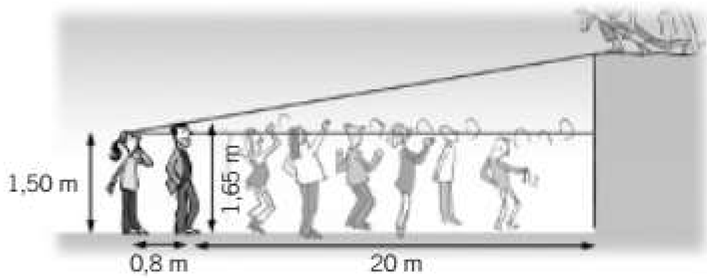
1.- En la figura de la derecha: AB=6 cm, AC=9 cm, BC=12 cm y AD=4 cm. Halla la medida de los lados de los triángulos ADE y DBF.

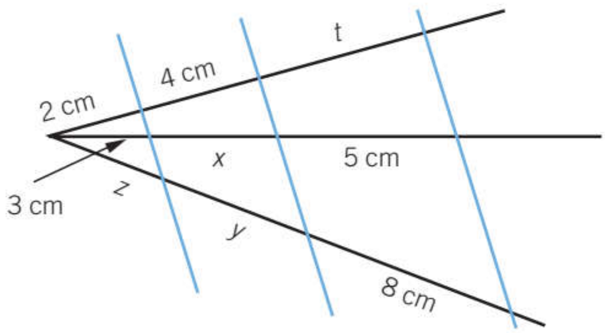


2.- En un mapa del País Vasco, *Bilbao* y *San Sebastián* aparecen separadas 8 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre las dos ciudades es de 100 km?
b) ¿Cuál será la distancia real entre *Basauri* y *Eibar* si en el mismo mapa distan 2,8 cm?

3.- María, que mide 1,50 m, acude a un concierto de rock, y 80 cm por delante de ella, se sitúa Luis, que mide 1,65 m. Calcula la altura del escenario si María ve el borde del mismo justo por encima de Luis y Luis está a 20 m del escenario.





4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto mide el segmento y?

5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

Bonus.- Dibuja un triángulo rectángulo y traza la altura correspondiente a la hipotenusa. ¿Son semejantes los dos triángulos en que queda dividido el anterior? Justifica tu respuesta.

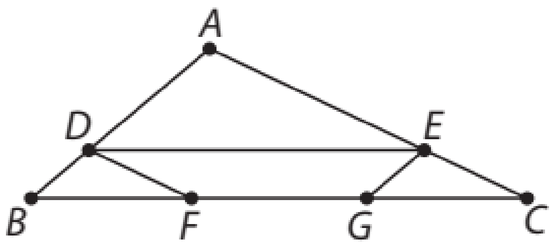
	Nombre:	**SolucioneS**		Nota
	Curso:	2º ESO B / Verde	Examen VII	
	Fecha:	*26 de mayo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- En la figura siguiente: AB=6 cm, AC=9 cm, BC=12 cm y AD=4 cm. Halla la medida de los lados de los triángulos ADE, DBF y ECG.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura aparecen varios triángulos encajados unos dentro de otros en lo que en matemáticas llamamos en posición Thales. Decimos que dos triángulos están en posición Tales cuando dos de sus lados están sobre las mismas rectas y los otros dos lados son paralelos.



Según el Teorema de Thales, toda paralela a un lado de un triángulo, que corta a los otros dos lados, determina un triángulo pequeño ADE semejante al grande ABC.

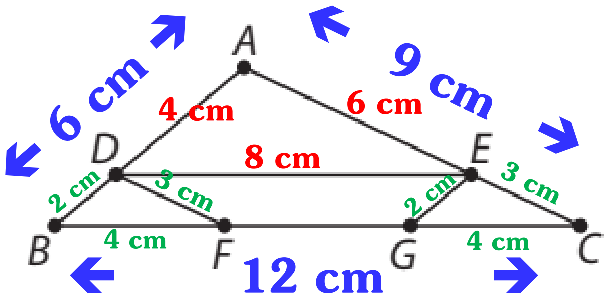
Luego aplicando semejanza de triángulos en los triángulos ABC y ADE tenemos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \rightarrow \frac{6}{4}=\frac{9}{\overline{AE}}=\frac{12}{\overline{DE}} \rightarrow \begin{cases} \frac{6}{4}=\frac{9}{\overline{AE}} \rightarrow \overline{AE}=\frac{9\cdot 4}{6}=\frac{36}{6}=6\ cm \\ \frac{6}{4}=\frac{12}{\overline{DE}} \rightarrow \overline{DE}=\frac{12\cdot 4}{6}=\frac{48}{6}=8\ cm \end{cases}$$

Si nos fijamos los triángulos ABC y DBF también son semejantes por estar otra vez en posición Thales. Además, si el segmento AB mide 6 cm y el AD mide 4, entonces DB mide 2 cm.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} \rightarrow \frac{6}{2}=\frac{9}{\overline{DF}}=\frac{12}{\overline{BF}} \rightarrow \begin{cases} \frac{6}{2}=\frac{9}{\overline{DF}} \rightarrow \overline{DF}=\frac{9\cdot 2}{6}=\frac{18}{6}=3\ cm \\ \frac{6}{2}=\frac{12}{\overline{BF}} \rightarrow \overline{BF}=\frac{12\cdot 2}{6}=\frac{24}{6}=4\ cm \end{cases}$$

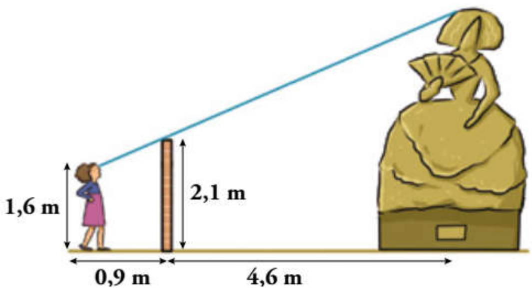
Para calcular los lados del triángulo EGC, si el segmento AC mide 9 cm y el segmento AE mide 6, entonces el EC mide 3 cm. lo mismo que el DF. Lo que implica que los triángulos EGC y DBF sean iguales ya que sus ángulos son iguales.

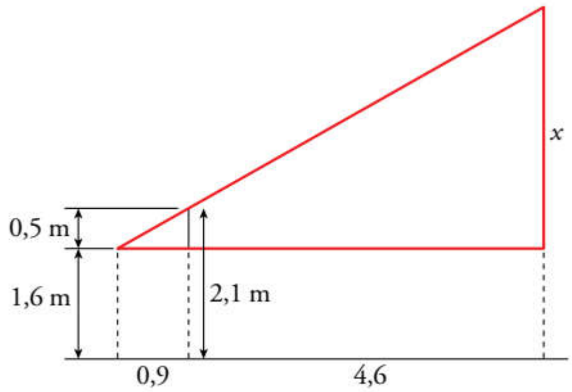


2.- ¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura que nos dan no podemos aplicar semejanza de triángulos, porque en realidad no tenemos no tenemos dos triángulos, así que tenemos que buscarlos. Si trazamos una línea desde la altura de Paula, ahora sí tenemos dos triángulos en posición tales, porque uno está dentro del otro y sus alturas son líneas verticales y por tanto paralelas.





Para calcular la altura del triángulo pequeño, restamos a la altura del muro, la altura de Paula, y eso nos da 0,5 metros. Si llamamos x a la altura del triángulo grande, dicha altura la vamos a calcular escribiendo una proporcionalidad, ya que, si los triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{x}{0,9+4,6}=\frac{0,5}{0,9} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{5,5}=\frac{0,5}{0,9} \quad \rightarrow \quad x=\frac{5,5\cdot 0,5}{0,9}=3,06\ m$$

X no es la altura de la escultura, sino que es la distancia entre la cabeza de Paula y la cabeza de la escultura. Para calcular la altura de la escultura sumaremos a x la altura de Paula.

$$h=3,06+1,6=4,66\ m$$

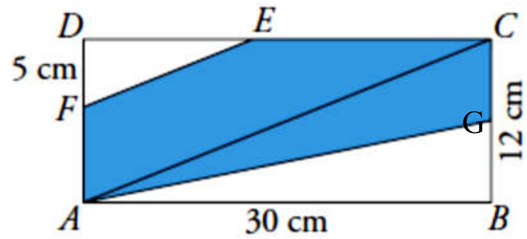
Por tanto, la escultura mide 4,66 metros de altura.

3.- Si el segmento DF mide 5 cm, ¿cuál es el área y el perímetro del pentágono FECGA?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.3) (B.3.2.1) (B.3.3.1) (B.3.3.2) (B.3.4.1)

Sabemos que el perímetro, P, de cualquier figura es la longitud de su parte exterior, o, mejor dicho, la longitud de la cuerda necesaria para rodearlo.
En nuestro caso el perímetro será la suma de sus lados exteriores:

$$\text{Perímetro}=P=\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FA}+\overline{AG}+\overline{GC}$$



Para calcular la longitud EC, primero hemos de calcular DE, y para ello vamos a hacer semejanza entre los triángulos FDE y ADC en los que sus ángulos son iguales porque están en posición Thales.

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{DF}}=\frac{\overline{DC}}{\overline{DA}} \quad \rightarrow \quad \frac{\overline{DE}}{5}=\frac{30}{12} \quad \rightarrow \quad \overline{DE}=\frac{5\cdot 30}{12}=12,5\ cm \quad \rightarrow \quad \overline{CE}=30-\overline{DE}=30-12,5=17,5\ cm$$

Con estos dos datos vamos a utilizar el Teorema de Pitágoras en el triángulo FDE que es rectángulo para calcular el lado FE. Dicho teorema afirma que, en un triángulo rectángulo, la hipotenusa (lado más largo) al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (los otros dos lados), por tanto:

$$\left(\overline{FE}\right)^2=\left(\overline{FD}\right)^2+\left(\overline{DE}\right)^2 \quad\rightarrow\quad \overline{FE}=\sqrt{\left(\overline{FD}\right)^2+\left(\overline{DE}\right)^2}=\sqrt{12{,}5^2+5^2}=13{,}46 \quad\rightarrow\quad \overline{FE}=13{,}46\ cm$$

El segmento FA lo calculamos restándole 5 a 12. $\overline{FA}=\overline{DA}-\overline{DF}=12-5=7 \quad\rightarrow\quad \overline{FA}=7\ cm$

Cono no nos dicen nada del segmento BG, suponemos que es la mitad del BC. $\overline{BG}=\overline{GC}=6cm$
Para calcular la longitud AG, vamos a utilizar el Teorema de Pitágoras puesto que el triángulo ABG es rectángulo. Dicho teorema afirma que, en un triángulo rectángulo, la hipotenusa (lado más largo) al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (los otros dos lados), por tanto:

$$\left(\overline{AG}\right)^2=\left(\overline{AB}\right)^2+\left(\overline{BG}\right)^2 \quad\rightarrow\quad \overline{AG}=\sqrt{\left(\overline{AB}\right)^2+\left(\overline{BG}\right)^2}=\sqrt{30^2+6^2}=\sqrt{936}=30{,}6 \quad\rightarrow\quad \overline{AG}=30{,}6\ cm$$

Con todos estos datos ya podemos calcular el perímetro:

$$Perímetro=P=\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FA}+\overline{AG}+\overline{GC}=17{,}5+13{,}46+7+30{,}6+6=74{,}56\ cm$$

Para calcular el área del pentágono azul, vamos a restar al área del rectángulo, las dos áreas de los triángulos blancos.

$$Àrea=A=A_{\square}-A_{\triangle}-A_{\Delta}=30.12-\frac{5\cdot 12{,}5}{2}-\frac{30\cdot 6}{2}=360-31{,}25-90=238{,}75\ cm^2$$

Por tanto, el perímetro es de 74,56 cm y el área de 238,75 cm².

4.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm. **a)** ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 153 km? **b)** ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 12,25 cm?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.4.2) (B.3.2.1)

Como ya deberíamos saber, ***la escala*** es la razón de proporcionalidad entre dos figuras, una la realidad y otra, la representación en un mapa o plano, por tanto, para calcularla basta con dividir la distancia real entre la distancia en el plano, eso sí, siempre en las mismas unidades:

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{153\ km}{7{,}5\ cm}=\frac{15.300.000\ cm}{7{,}5\ cm}=2.040.000 \quad\rightarrow\quad E=1:2040000$$

Conocida la escala, para calcular la distancia real entre dos ciudades separadas 12,25 cm basta con multiplicar esta distancia por la escala.

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{d_{real}}{d_{mapa}} \quad\rightarrow\quad d_{real}=E\cdot d_{mapa}=2040000\cdot 12{,}25\ cm=24.990.000\ cm$$

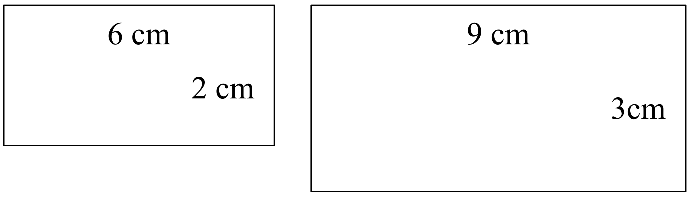
Que expresada en kilómetros sería:

$$d_{real}=E\cdot d_{mapa}=24.990.000\ cm=248{,}9\ km$$

Por tanto, la escala es E=1:2040000 y la distancia real es de 249,0 km.

5.- Un rectángulo ABCD mide 6 cm de largo, y otro semejante a él A'B'C'D' tiene 3 cm de ancho. La razón de semejanza del primero al segundo es como 2 es a 3. Calcula las áreas de ambos rectángulos y la razón entre ellas. ¿Qué relación existe entre esta última y la razón de semejanza?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.3) (B.3.2.1) (B.3.4.1)



Que la razón de semejanza es como 2 es a 3 quiere decir que lo que mide en el primero 2, en el otro mide 3, por tanto, la razón es $\frac{2}{3}$.

- Si en el ABCD el largo mide 6, en el A'B'C'D' medirá: $6:\frac{2}{3}=\frac{18}{2}=9$ cm
- Si en el A'B'C'D' el ancho mide 3 cm, el ancho del ABCD medirá: $3\cdot\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$ cm

✓ El área del rectángulo ABDC es $6\cdot 2=12$ cm^2

✓ El área de rectángulo A'B'C'D' es $9\cdot 3=27$ cm^2

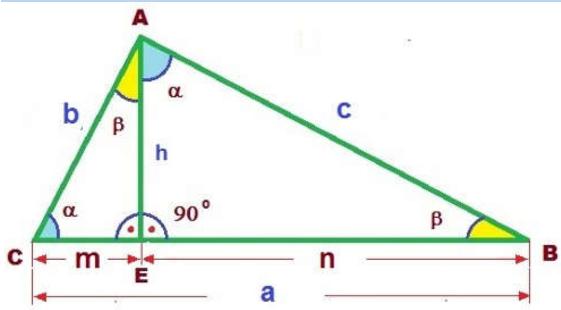
La razón de sus áreas es: $r_{áreas}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$ la razón de sus longitudes es de $r_{longitudes}=\frac{2}{3}$

Por tanto, vemos que se cumple aquello que vimos en clase de que decía que, si la razón de semejanza de dos figuras semejantes era k, la razón de sus áreas es k^2.

$$r_{longitudes}=\frac{2}{3} \quad \leftrightarrow \quad r_{areas}=\frac{4}{9} \quad \rightarrow \quad \left(r_{longitudes}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}=r_{areas} \quad \rightarrow \quad r_l^2=r_a$$

Bonus.- Dibuja un triángulo rectángulo y traza la altura correspondiente a la hipotenusa. ¿Son semejantes los dos triángulos en que queda dividido el anterior? Justifica tu respuesta

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)



Sea un triángulo rectángulo de ángulos α y β, si trazamos la altura sobre la hipotenusa se crean otros dos triángulos rectángulos. Como uno de los ángulos es o α ó β, entonces el otro será o β ó α.

Así que como podemos observar en la figura de la izquierda, los ángulos son iguales en los tres triángulos: α, β y 90°.

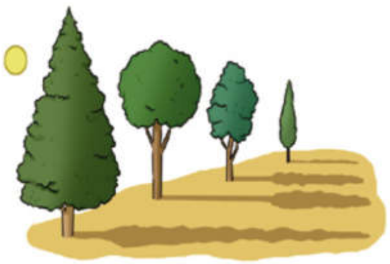
Y si los tres ángulos son iguales, los tres triángulos son semejantes.

	Nombre:	SOLUCIONES		Nota
	Curso:	2º ESO B / Amar	Examen VII	
	Fecha:	*26 de mayo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

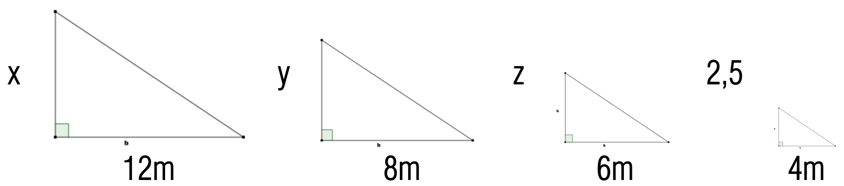
Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Las sombras de estos árboles medían, a las cinco de la tarde, 12 m, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol pequeño mide 2,5 m, ¿cuánto miden los demás?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.2)



Mirando a la figura podemos observar que la altura y la sombre forman triángulos rectángulos. Como es a la misma hora, esos 4 triángulos son semejantes porque tienen los mismos ángulos y por ello, sus lados son proporcionales.



Si llamamos x a la altura del grande, y a la del segundo y z a la del tercero, hacemos proporcionalidad entre la altura de los triángulos y las sombras.

$$\frac{x}{12}=\frac{y}{8}=\frac{z}{6}=\frac{2,5}{4} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{z}{6}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad z=\dfrac{6\cdot 2,5}{4}=3,75\ m \\ \dfrac{y}{8}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad y=\dfrac{8\cdot 2,5}{4}=5\ m \\ \dfrac{x}{12}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad x=\dfrac{12\cdot 2,5}{4}=7,5\ m \end{cases}$$

Por tanto, las alturas de los árboles en orden decreciente son: 7,5 m; 5 m; 3,75 m y 2,5 m.

2.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm. **a)** ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 153 km? **b)** ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 12,25 cm?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.4.2) (B.3.2.1)

Como ya deberíamos saber, ***la escala*** es la razón de proporcionalidad entre dos figuras, una la realidad y otra, la representación en un mapa o plano, por tanto, para calcularla basta con dividir la distancia real entre la distancia en el plano, eso sí, siempre en las mismas unidades:

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{153\ km}{7,5\ cm}=\frac{15.300.000\ cm}{7,5\ cm}=2.040.000 \quad \rightarrow \quad E=1:2040000$$

Conocida la escala, para calcular la distancia real entre dos ciudades separadas 12,25 cm basta con multiplicar esta distancia por la escala.

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{d_{real}}{d_{mapa}} \quad \rightarrow \quad d_{real}=E \cdot d_{mapa}=2040000 \cdot 12,25\ cm=24.990.000\ cm$$

Que expresada en kilómetros sería:

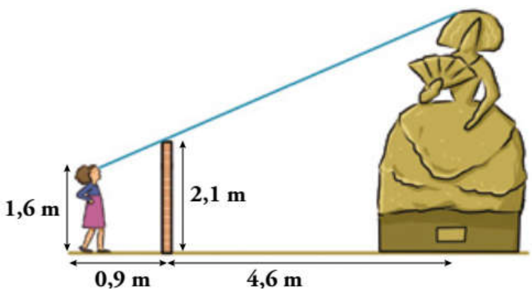
$$d_{real}=E \cdot d_{mapa}=24.990.000\ cm=248,9\ km$$

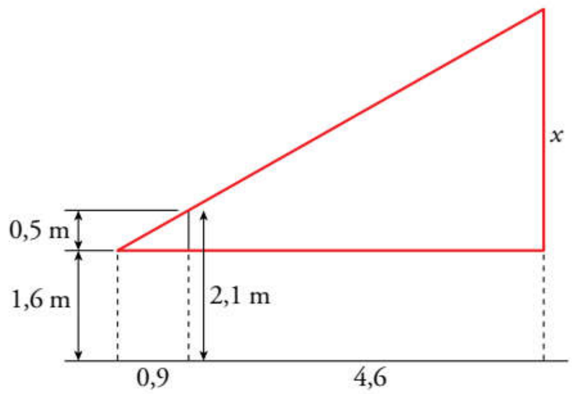
Por tanto, la escala es E=1:2040000 y la distancia real es de 249,0 km.

3.- ¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura que nos dan no podemos aplicar semejanza de triángulos, porque en realidad no tenemos no tenemos dos triángulos, así que tenemos que buscarlos. Si trazamos una línea desde la altura de Paula, ahora sí tenemos dos triángulos en posición tales, porque uno está dentro del otro y sus alturas son líneas verticales y por tanto paralelas.





Para calcular la altura del triángulo pequeño, restamos a la altura del muro, la altura de Paula, y eso nos da 0,5 metros. Si llamamos x a la altura del triángulo grande, dicha altura la vamos a calcular escribiendo una proporcionalidad, ya que, si los triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{x}{0,9+4,6}=\frac{0,5}{0,9} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{5,5}=\frac{0,5}{0,9} \quad \rightarrow \quad x=\frac{5,5 \cdot 0,5}{0,9}=3,06\ m$$

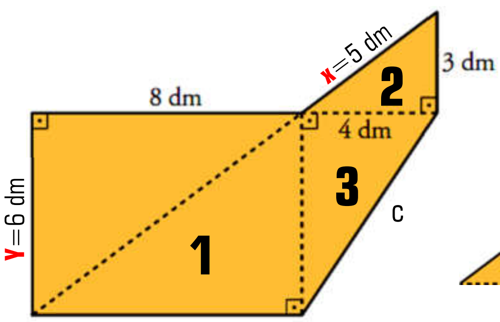
X no es la altura de la escultura, sino que es la distancia entre la cabeza de Paula y la cabeza de la escultura. Para calcular la altura de la escultura sumaremos a x la altura de Paula.

$$h=3,06+1,6=4,66\ m$$

Por tanto, la escultura mide 4,66 metros de altura.

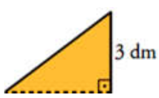
4.- Calcula el área y el perímetro de la figura de la izquierda.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.3) (B.3.2.1) (B.3.3.1) (B.3.3.2) (B.3.4.1)



Empezaremos calculando el perímetro sumando las longitudes de todos los lados. Si llamamos ***x***, ***y***, y ***z*** a los lados desconocidos:

$$P=3+x+8+y+8+z$$



Para calcular ***x***, utilizamos el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo **2** de catetos 3 y 4 dm:

$$x^2=b^2+c^2 \quad \rightarrow \quad x=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\ dm$$

Para calcular ***y***, nos fijamos en que la diagonal del rectángulo y la hipotenusa del triángulo son la misma recta, por tanto el triángulo **1** y el triángulo **2** son semejantes por tener los mismos ángulos.
Si son semejantes, sus lados son proporcionales y por tanto si dividimos la altura del 1 entre la altura del 2, obtendremos el mismo resultado que si dividimos la base del 1 entre la del 2:

$$\frac{y}{3}=\frac{8}{4} \quad \rightarrow \quad y=\frac{3\cdot 8}{4}=\frac{24}{4}=6\ dm$$

Para calcular el lado **z** volvemos a utilizar el teorema de Pitágoras, pero esta vez en el triángulo rectángulo **3** de catetos 4 y 6 decímetros:

$$a^2=b^2+c^2 \quad \rightarrow \quad z=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=7{,}21\ dm$$

Con todos estos datos el perímetro es:

$$P=3+x+8+y+8+z=3+5+8+6+8+7{,}21=37{,}21\ dm$$

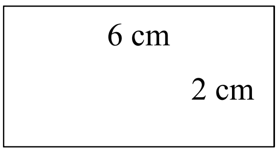
Para calcular el área de la figura, lo podemos hacer de forma sencilla sumando el área del rectángulo y las de los triángulos 2 y 3.

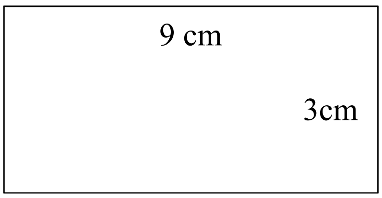
$$Área=A_{\text{Rectángulo}}+A_{Triángulo2}+A_{Triángulo3}=8\cdot 6+\frac{3\cdot 4}{2}+\frac{4\cdot 6}{2}=48+6+12=66\ dm^2$$

Por tanto el perímetro es de 37,21 dm mientras que el área es de 66 dm²

5.- Un rectángulo ABCD mide 6 cm de largo, y otro semejante a él A'B'C'D' tiene 3 cm de ancho. La razón de semejanza del primero al segundo es como 2 es a 3. Calcula las áreas de ambos rectángulos y la razón entre ellas. ¿Qué relación existe entre esta última y la razón de semejanza?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.3) (B.3.2.1) (B.3.4.1)





Que la razón de semejanza es como 2 es a 3 quiere decir que lo que mide en el primero 2, en el otro mide 3, por tanto, la razón es $\frac{2}{3}$.

- Si en el ABCD el largo mide 6, en el A'B'C'D' medirá: $6:\frac{2}{3}=\frac{18}{2}=9$ cm
- Si en el A'B'C'D' el ancho mide 3 cm, el ancho del ABCD medirá: $3\cdot\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$ cm

- ✓ El área del rectángulo ABDC es 6·2=12 cm^2
- ✓ El área de rectángulo A'B'C'D' es 9·3=27 cm^2

La razón de sus áreas es: $r_{áreas}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$ y la razón de sus longitudes es de $r_{longitudes}=\frac{2}{3}$

Por tanto, vemos que se cumple aquello que vimos en clase de que decía que, si la razón de semejanza de dos figuras semejantes era k, la razón de sus áreas es k^2.

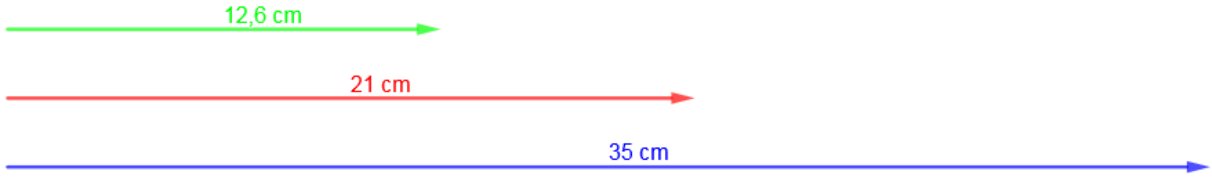
$$r_{longitudes}=\frac{2}{3} \quad \leftrightarrow \quad r_{areas}=\frac{4}{9} \quad \rightarrow \quad \left(r_{longitudes}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}=r_{areas} \quad \rightarrow \quad r_l^2=r_a$$

Bonus.- De dos segmentos proporcionales cuya razón es 3/5, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si tenemos dos segmentos proporcionales y la razón de semejanza entre ellos es de 3/5, quiere esto decir que uno es más grande que el otro. El problema que tenemos es que nos sabemos si el que mide 21 centímetros es el grande o el pequeño:

- Si el de 21 cm es el grande: $L = 21 \quad \rightarrow \quad l = 21 \cdot \frac{3}{5} = 12{,}6\ cm$ el otro mide 12,6 cm
- Si el de 21 cm es el pequeño: $l = 21 \quad \rightarrow \quad L = 21 : \frac{3}{5} = 35\ cm$ el otro mide 35 cm



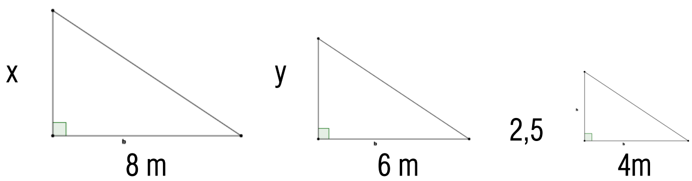
Nombre:	**SoLuCiOnEs**		Nota
Curso:	2º ESO E / Verd	Examen VII	
Fecha:	*27 de mayo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Las sombras de tres árboles medían, a las siete de la tarde, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol pequeño mide 2,5 m, ¿cuánto miden los demás?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Mirando a la figura podemos observar que la altura y la sombra, forman triángulos rectángulos. Como es a la misma hora, esos 3 triángulos son semejantes porque tienen los mismos ángulos y por ello, sus lados son proporcionales.



Si llamamos x a la altura del grande e y a la del segundo, hacemos proporcionalidad entre la altura de los triángulos y las sombras.

$$\frac{x}{8}=\frac{y}{6}=\frac{2,5}{4} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{y}{6}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad y=\dfrac{6\cdot 2,5}{4}=3,75\ m \\ \dfrac{x}{8}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad x=\dfrac{8\cdot 2,5}{4}=5\ m \end{cases}$$

Por tanto, las alturas de los árboles en orden decreciente son: 5 m; 3,75 m y 2,5 m.

2.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm. **a)** ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 225 km? **b)** ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 9,25 cm?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.4.2) (B.3.2.1)

Como ya deberíamos saber, ***la escala*** es la razón de proporcionalidad entre dos figuras, una la realidad y otra, la representación en un mapa o plano, por tanto, para calcularla basta con dividir la distancia real entre la distancia en el plano, eso sí, siempre en las mismas unidades:

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{153\ km}{7,5\ cm}=\frac{15.300.000\ cm}{7,5\ cm}=2.040.000 \quad \rightarrow \quad E=1:2040000$$

Conocida la escala, para calcular la distancia real entre dos ciudades separadas 12,25 cm basta con multiplicar esta distancia por la escala.

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{d_{real}}{d_{mapa}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{d}_{real}=E\cdot d_{mapa}=2040000\cdot 12,25\ cm=24.990.000\ cm$$

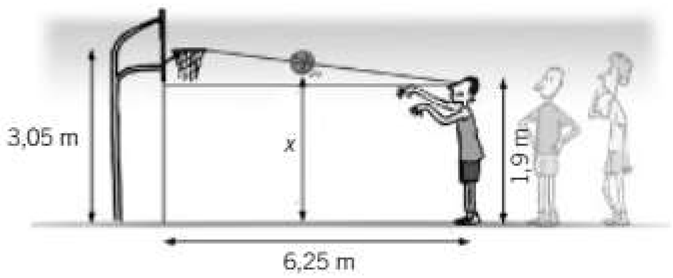
Que expresada en kilómetros sería:

$$\mathrm{d}_{real}=E\cdot d_{mapa}=24.990.000\ cm=248,9\ km$$

Por tanto, la escala es E=1:2040000 y la distancia real es de 249,0 km.

3.- Un jugador de baloncesto de 1,9 m, que está situado a 6,25 m de la canasta, lanza el balón hacia la misma. Calcula la altura a la que está el balón cuando va por la mitad del recorrido.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)



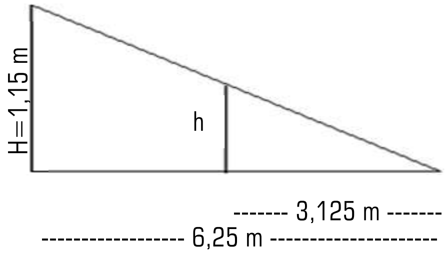
A la mitad del recorrido la pelota habrá recorrido:

$$\frac{6,25}{2}=3,125\ m$$

Si hacemos un dibujo de la situación observamos dos triángulos en posición Thales porque uno está dentro del otro y sus alturas son segmentos paralelos.

La altura del triángulo grande será la altura de la canasta menos la altura del jugador.

$$H=3,05-1,9=1,15\ m$$



Aplicando el ***Teorema de Thales*** en ambos y dividiendo la altura del grande entre la base del grande obtendremos el mismo resultado que dividiendo la altura del pequeño entre la base del pequeño:

$$\frac{H}{B}=\frac{h}{b} \quad\rightarrow\quad \frac{1,15}{6,25}=\frac{h}{3,125} \quad\rightarrow\quad h=\frac{1,15\cdot 3,125}{6,25}=0,575\ m$$

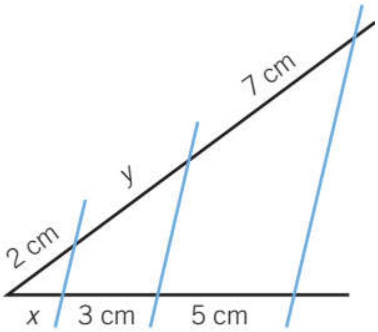
Si a esta altura, le sumamos la altura del jugador, obtendremos la altura a la que se encuentra el balón a mitad del recorrido, x, en el dibujo:

$$x=0,575+1,9=2,475\ m$$

Por tanto la pelota se encuentra a 2,475 metros de altura

4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto miden los segmentos x e y?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)



Como podemos observar en la figura, tenemos dos rectas secantes (negras) cortadas por otras tres paralelas (azules). Según el ***Teorema de Thales***, los segmentos que determinan las rectas azules en las negras son proporcionales y por tanto:

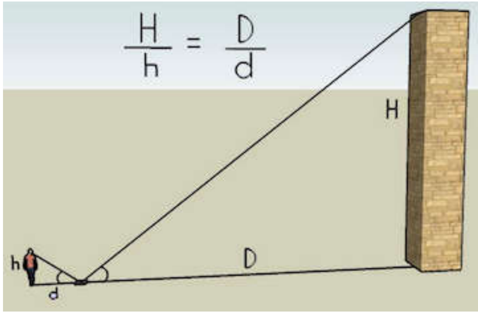
$$\frac{2}{x}=\frac{y}{3}=\frac{7}{5} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} \dfrac{2}{x}=\dfrac{7}{5} & \rightarrow \quad x=\dfrac{2\cdot 5}{7}=1,43\ cm \\[2ex] \dfrac{y}{3}=\dfrac{7}{5} & \rightarrow \quad y=\dfrac{7\cdot 3}{5}=4,2\ cm \end{cases}$$

Por tanto los segmentos x e y miden respectivamente 1,43 cm y 4,2 cm.

5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si representamos la situación con la ayuda de un dibujo, obtenemos:



En el dibujo vemos que hay dos triángulos semejantes puesto que sus ángulos son iguales al tener dos ángulos opuestos por el vértice.
Las medidas de cada segmento según el enunciado son:

$$h = 1{,}75m \qquad d = 4m \qquad D = 844 - 4 = 840m$$

Si los dos triángulos son semejantes, entonces sus lados son proporcionales. Así que basta con aplicar la proporcionalidad de las dos figuras para calcular la altura H del Bank of China.

$$\frac{H}{h} = \frac{D}{d} \quad \rightarrow \quad \frac{H}{1{,}75} = \frac{840}{4} \quad \rightarrow \quad H = \frac{840 \cdot 1{,}75}{4} = 367{,}5\ m$$

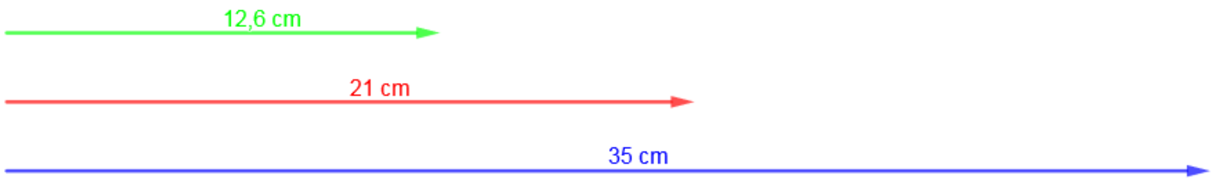
Así que la altura de la Torre del banco es de 367,5 metros.

Bonus.- De dos segmentos proporcionales cuya razón es 3/5, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si tenemos dos segmentos proporcionales y la razón de semejanza entre ellos es de 3/5, quiere esto decir que uno es más grande que el otro. El problema que tenemos es que nos sabemos si el que mide 21 centímetros es el grande o el pequeño:

- Si el de 21 cm es el grande: $L = 21 \quad \rightarrow \quad l = 21 \cdot \frac{3}{5} = 12{,}6\ cm$ el otro mide 12,6 cm
- Si el de 21 cm es el pequeño: $l = 21 \quad \rightarrow \quad L = 21 : \frac{3}{5} = 35\ cm$ el otro mide 35 cm



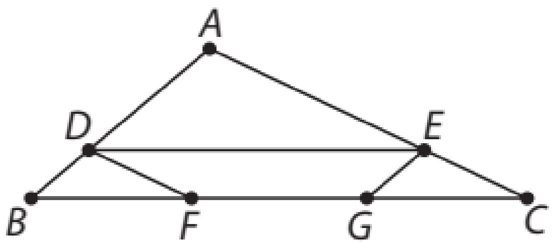
	Nombre:			Nota
	Curso:	2º ESO E / Amarillo	Examen VII	
	Fecha:	*28 de mayo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además, hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- En la figura siguiente: AB=6 cm, AC=9 cm, BC=12 cm y AD=4 cm. Halla la medida de los lados de los triángulos ADE, DBF y ECG.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura aparecen varios triángulos encajados unos dentro de otros en lo que en matemáticas llamamos en posición Thales. Decimos que dos triángulos están en posición Tales cuando dos de sus lados están sobre las mismas rectas y los otros dos lados son paralelos.



Según el Teorema de Thales, toda paralela a un lado de un triángulo, que corta a los otros dos lados, determina un triángulo pequeño ADE semejante al grande ABC.

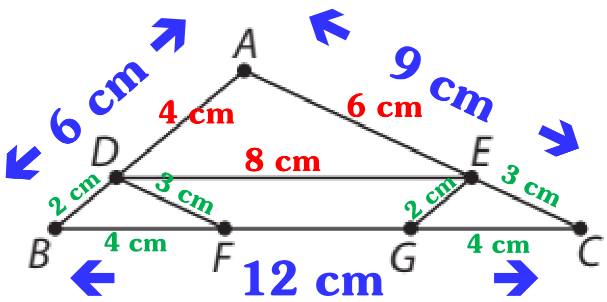
Luego aplicando semejanza de triángulos en los triángulos ABC y ADE tenemos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \quad\rightarrow\quad \frac{6}{4}=\frac{9}{\overline{AE}}=\frac{12}{\overline{DE}} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} \dfrac{6}{4}=\dfrac{9}{\overline{AE}} & \rightarrow \quad \overline{AE}=\dfrac{9\cdot 4}{6}=\dfrac{36}{6}=6\ cm \\ \dfrac{6}{4}=\dfrac{12}{\overline{DE}} & \rightarrow \quad \overline{DE}=\dfrac{12\cdot 4}{6}=\dfrac{48}{6}=8\ cm \end{cases}$$

Si nos fijamos los triángulos ABC y DBF también son semejantes por estar otra vez en posición Thales. Además, si el segmento AB mide 6 cm y el AD mide 4, entonces DB mide 2 cm.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} \quad\rightarrow\quad \frac{6}{2}=\frac{9}{\overline{DF}}=\frac{12}{\overline{BF}} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} \dfrac{6}{2}=\dfrac{9}{\overline{DF}} & \rightarrow \quad \overline{DF}=\dfrac{9\cdot 2}{6}=\dfrac{18}{6}=3\ cm \\ \dfrac{6}{2}=\dfrac{12}{\overline{BF}} & \rightarrow \quad \overline{BF}=\dfrac{12\cdot 2}{6}=\dfrac{24}{6}=4\ cm \end{cases}$$

Para calcular los lados del triángulo EGC, si el segmento AC mide 9 cm y el segmento AE mide 6, entonces el EC mide 3 cm. lo mismo que el DF. Lo que implica que los triángulos EGC y DBF sean iguales ya que sus ángulos son iguales.



2.- En un mapa del País Vasco, *Bilbao* y *San Sebastián* aparecen separadas 8 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre las dos ciudades es de 100 km?

b) ¿Cuál será la distancia real entre *Basauri* y *Eibar* si en el mismo mapa distan 2,8 cm?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.4.2) (B.3.2.1)

La escala es la razón de proporcionalidad entre dos figuras, una la realidad y otra, la representación en un mapa o plano, por tanto, para calcularla basta con dividir la distancia real entre la distancia en el plano, eso sí, siempre en las mismas unidades:

$$E = \frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}} = \frac{100\ km}{8\ cm} = \frac{10.000.000\ cm}{8\ cm} = 1.250.000 \quad \rightarrow \quad E = 1:1250000$$

Conocida la escala, para calcular la distancia real entre Basauri y Eibar separadas 2,8 cm basta con multiplicar esta distancia por la escala.

$$E = \frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}} = \frac{d_{real}}{d_{mapa}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{d}_{real} = E \cdot d_{mapa} = 1250000 \cdot 2,8\ cm = 3.500.000\ cm$$

Que expresada en kilómetros sería:

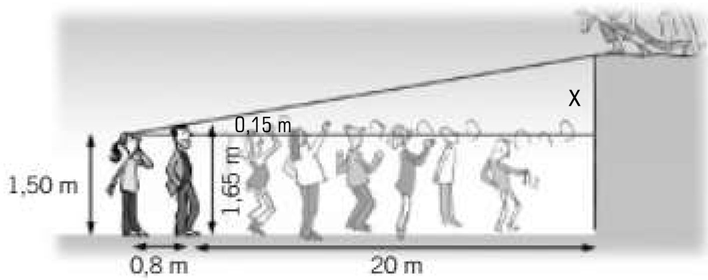
$$\mathrm{d}_{real} = E \cdot d_{mapa} = 3.500.000\ cm = 35\ km$$

Por tanto, la escala es E=1:1250000 y la distancia real es de 35 km.

3.- María, que mide 1,50 m, acude a un concierto de rock, y 80 cm por delante de ella, se sitúa Luis, que mide 1,65 m. Calcula la altura del escenario si María ve el borde del mismo justo por encima de Luis y Luis está a 20 m del escenario.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura que nos dan no podemos aplicar semejanza de triángulos, porque en realidad no tenemos no tenemos dos triángulos, así que tenemos que buscarlos. Si trazamos una línea desde la altura de María, ahora sí tenemos dos triángulos en posición tales, porque uno está dentro del otro y sus alturas son líneas verticales y por tanto paralelas.



Para calcular la altura del triángulo pequeño, restamos a la altura de Luis, la altura de María, y eso nos da 0,15 metros. Si llamamos x a la altura del triángulo grande, dicha altura la vamos a calcular escribiendo una proporcionalidad, ya que, si los triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{x}{0,8+20} = \frac{0,15}{0,8} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{20,8} = \frac{0,15}{0,8} \quad \rightarrow \quad x = \frac{20,8 \cdot 0,15}{0,8} = 3,9\ m$$

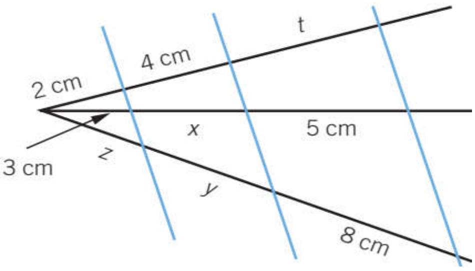
X no es la altura del escenario, sino que es la distancia entre la cabeza de María y el escenario. Para calcular la altura del escenario sumaremos a x la altura de María.

$$h = 3,9 + 1,5 = 5,4\ m$$

Por tanto, el grupo toca 5,4 metros del suelo.

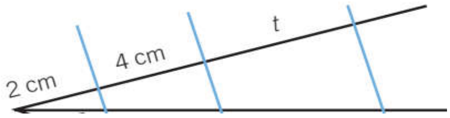
4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto mide el segmento y?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

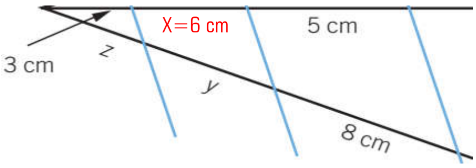


Como podemos observar en la figura, tenemos tres secantes (negras), 1, *2* y *3*, cortadas por otras tres paralelas (azules), *a*, *b*, *c*. Según el ***Teorema de Thales***, los segmentos que determinan las rectas azules en las negras son proporcionales y por tanto, para calcular el segmento y, primero necesitamos calcular el segmento x.

Para ello, nos fijamos en la parte de arriba de la figura en la que aplicamos la proporcionalidad descrita por Thales:



$$\frac{2}{3}=\frac{4}{x} \quad \rightarrow \quad x=\frac{3 \cdot 4}{2}=6\ cm$$



Una vez calculado x, ahora utilizando la parte de debajo de la figura y utilizando de nuevo la proporcionalidad de los segmentos, obtendremos el valor de y:

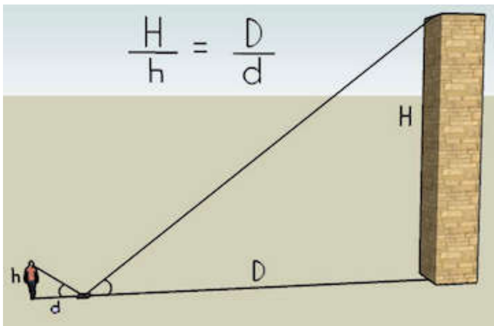
$$\frac{5}{8}=\frac{6}{y} \quad \rightarrow \quad y=\frac{8 \cdot 6}{5}=9{,}6\ cm$$

Por tanto, el segmento y mide 9,6 cm.

5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si representamos la situación con la ayuda de un dibujo, obtenemos:



En el dibujo vemos que hay dos triángulos semejantes puesto que sus ángulos son iguales al tener dos ángulos opuestos por el vértice.

Las medidas de cada segmento según el enunciado son:

$$h=1{,}75m \qquad d=4m \qquad D=844-4=840m$$

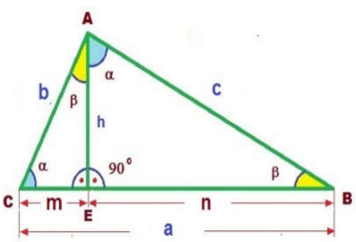
Si los dos triángulos son semejantes, entonces sus lados son proporcionales. Así que basta con aplicar la proporcionalidad de las dos figuras para calcular la altura H del Bank of China.

$$\frac{H}{h}=\frac{D}{d} \quad \rightarrow \quad \frac{H}{1{,}75}=\frac{840}{4} \quad \rightarrow \quad H=\frac{840 \cdot 1{,}75}{4}=367{,}5\ m$$

Así que la altura de la Torre del banco es de 367,5 metros.

Bonus.- Dibuja un triángulo rectángulo y traza la altura correspondiente a la hipotenusa. ¿Son semejantes los dos triángulos en que queda dividido el anterior? Justifica tu respuesta

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)



Sea un triángulo rectángulo de ángulos α y β, si trazamos la altura sobre la hipotenusa se crean otros dos triángulos rectángulos. Como uno de los ángulos es o α ó β, entonces el otro será o β ó α. Así que como podemos observar en la figura de la izquierda, los ángulos son iguales en los tres triángulos: α, β y 90°.
Y si los tres ángulos son iguales, los tres triángulos son semejantes.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE

Bloque III: Geometría

B.3.1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc. **CMCT.**

B.3.1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.1.4. Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo. **CMCT.**

B.3.2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos. **CMCT. CPAA.**

B.3.3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo. **CMCT. CPAA.**

B.3.3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.4.1. Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes. **CMCT.**

B.3.4.2. Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza. **CMCT.**

B.3.5.1. Analiza e identifica las características de distintos cuerpos geométricos, utilizando el lenguaje geométrico adecuado. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.5.2. Construye secciones sencillas de los cuerpos geométricos, a partir de cortes con planos, mentalmente y utilizando los medios tecnológicos adecuados. **CMCT. CD. CPAA.**

B.3.5.3. Identifica los cuerpos geométricos a partir de sus desarrollos planos y recíprocamente. **CMCT.**

B.3.6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados. **CMCT. CCL. CPAA.**

Las competencias clave del currículo son:

1) Comunicación lingüística **CCL**
2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología **CMCT**
3) Competencia digital **CD**
4) Aprender a aprender **CPAA**
5) Competencias sociales y cívicas **CSC**
6) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor **SIEP**
7) Conciencia y expresiones culturales **CEC**