

Entre la proporción divina y la humana

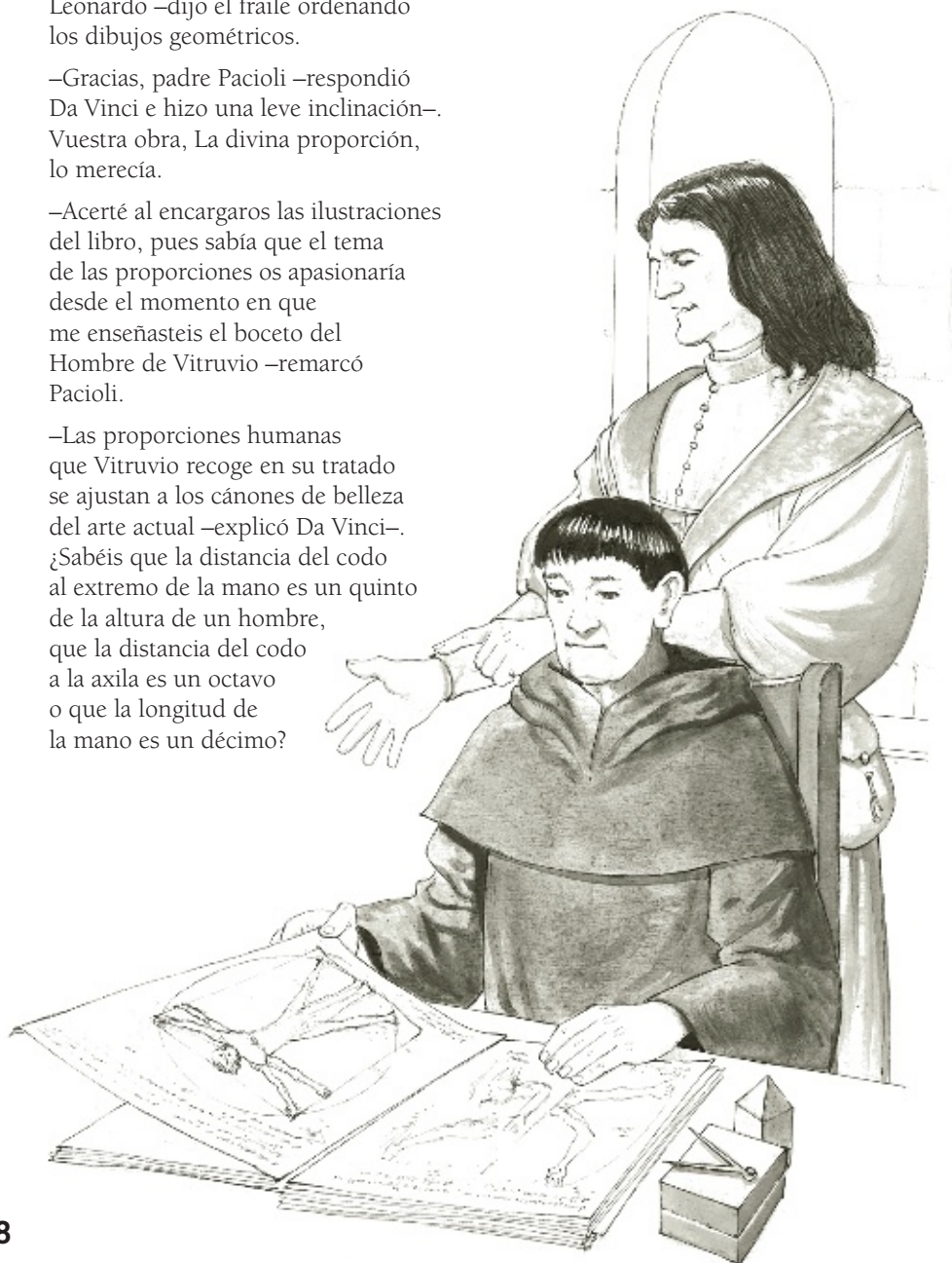
Da Vinci entró en la sala donde estaba Luca Pacioli examinando las ilustraciones de su libro.

–Vuestro trabajo me parece fantástico, Leonardo –dijo el fraile ordenando los dibujos geométricos.

–Gracias, padre Pacioli –respondió Da Vinci e hizo una leve inclinación–. Vuestra obra, La divina proporción, lo merecía.

–Acerté al encargáros las ilustraciones del libro, pues sabía que el tema de las proporciones os apasionaría desde el momento en que me enseñasteis el boceto del Hombre de Vitruvio –remarcó Pacioli.

–Las proporciones humanas que Vitruvio recoge en su tratado se ajustan a los cánones de belleza del arte actual –explicó Da Vinci–. ¿Sabéis que la distancia del codo al extremo de la mano es un quinto de la altura de un hombre, que la distancia del codo a la axila es un octavo o que la longitud de la mano es un décimo?



DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1 Aunque Leonardo da Vinci es más conocido por su pintura, su contribución a las matemáticas también es importante. Averigua alguna de sus aportaciones.

Pinchando en el enlace Historia de las Matemáticas y ahí en Así lo hicieron de la siguiente página web podrás encontrar la biografía de Luca Pacioli:

<http://divulgamat.ehu.es>

En esta página en inglés también puedes completar las biografías de Luca Pacioli y de Leonardo da Vinci buscando por su apellido o por la fecha en que vivieron:

<http://www.gap-system.org/~history/BiogIndex.html>

Para obtener más información sobre el hombre de Vitruvio puedes visitar esta página:

<http://webs.adam.es/rflorens/picoad/leonardo.htm>

- 2 Busca información sobre Luca Pacioli y los trabajos que realizó con Leonardo da Vinci.

Para obtener información sobre las fracciones a lo largo de la historia puedes visitar esta página web:

http://www.unabvirtual.edu.co/related/atees/colombia/documentos/atees_juan/nacional_mat/Racionales/concepto.html

Para obtener información sobre las fracciones en Egipto puedes visitar esta página:

<http://olmo.pntic.mec.es/dmas0008/perlasmaticas/numerosegipto.htm>

- 3 Investiga sobre las aportaciones a las matemáticas de Luca Pacioli y su relación con las fracciones.

Para obtener más información sobre los trabajos realizados por Luca Pacioli puedes visitar esta página:

http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/pacioli/pacioli.html

EVALUACIÓN INICIAL

- 1 Escribe en forma de fracción.

a) Siete novenos. b) Dos décimos. c) Diez doceavos. d) Trece sextos.

a) $\frac{7}{9}$

b) $\frac{2}{10}$

c) $\frac{10}{12}$

d) $\frac{13}{6}$

- 2 Representa las siguientes fracciones, e indica si son mayores o menores que la unidad.

a) $\frac{4}{7}$

b) $\frac{6}{4}$

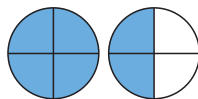
c) $\frac{9}{7}$

d) $\frac{1}{4}$

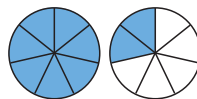
a) Menor que la unidad



b) Mayor que la unidad



c) Mayor que la unidad



d) Menor que la unidad



- 3 Resuelve: $6 + (4 \cdot 6 + 4) + 30 : (7 + 8)$

$$6 + 24 + 4 + 30 : 15 = 34 + 2 = 36$$

Fracciones

EJERCICIOS

001 Indica cuál es el numerador y el denominador.

a) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{6}{11}$

c) $\frac{1}{22}$

a) $\frac{9}{4}$ ← Numerador
← Denominador

b) $\frac{6}{11}$ ← Numerador
← Denominador

c) $\frac{1}{22}$ ← Numerador
← Denominador

002 Calcula.

a) $\frac{2}{5}$ de 60

b) $\frac{1}{3}$ de 36

c) $\frac{5}{9}$ de 72

a) $\frac{2}{5}$ de 60 = $(2 \cdot 60) : 5 = 120 : 5 = 24$

b) $\frac{1}{3}$ de 36 = $(1 \cdot 36) : 3 = 12$

c) $\frac{5}{9}$ de 72 = $(5 \cdot 72) : 9 = 360 : 9 = 40$

003 Expresa qué representa $\frac{4}{2}$ como parte de la unidad y como cociente entre dos números.

Como parte de la unidad representa la división de cada unidad en dos partes y tomamos cuatro, y como cociente es el valor que resulta de dividir 4 entre 2.

004 De 12 alumnos, 3 son rumanos, 4 marroquíes y el resto rusos. Exprésalo con fracciones.

Rumanos $\rightarrow \frac{3}{12}$

Marroquíes $\rightarrow \frac{4}{12}$

Rusos $\rightarrow \frac{5}{12}$

005 Indica si estas fracciones son propias, impropias o iguales a la unidad.

a) $\frac{17}{35}$

b) $\frac{43}{42}$

c) $\frac{5}{5}$

d) $\frac{13}{18}$

a) Menor que la unidad. Propia.

c) Igual a la unidad.

b) Mayor que la unidad. Impropia.

d) Menor que la unidad. Propia.

006 Representa gráficamente las fracciones, y di si son menores, iguales o mayores que la unidad.

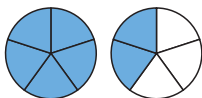
a) $\frac{7}{5}$

b) $\frac{4}{7}$

c) $\frac{16}{16}$

d) $\frac{9}{3}$

a) Mayor que la unidad.



c) Igual a la unidad.



b) Menor que la unidad.



d) Mayor que la unidad.



007 Expresa cada fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.

a) $\frac{17}{3}$

b) $\frac{43}{5}$

c) $\frac{68}{13}$

d) $\frac{134}{11}$

a) $5 + \frac{2}{3}$

c) $5 + \frac{3}{13}$

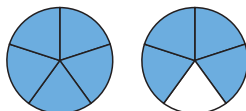
b) $8 + \frac{3}{5}$

d) $12 + \frac{2}{11}$

008 ¿Cómo representarías gráficamente $1 + \frac{4}{5}$? Exprésalo con una sola fracción.

Tomamos una unidad, dividimos la segunda unidad en 5 partes y tomamos 4.

$$1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$



009 Comprueba si las fracciones son equivalentes.

a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{15}{20}$

b) $\frac{6}{8}$ y $\frac{4}{10}$

a) $3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 60$. Son equivalentes.b) $6 \cdot 10 \neq 8 \cdot 4$. No son equivalentes.

010 Completa para que sean equivalentes.

a) $\frac{4}{6} = \frac{6}{x}$

b) $\frac{9}{15} = \frac{x}{5}$

a) $\frac{4}{6} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{36}{4} = 9$

b) $\frac{9}{15} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{45}{15} = 3$

Fracciones

011 Completa estas fracciones para que sean equivalentes.

a) $\frac{x}{4} = \frac{15}{6}$ b) $\frac{8}{x} = \frac{6}{9}$

a) $\frac{x}{4} = \frac{15}{6} \rightarrow x = \frac{60}{6} = 10$

b) $\frac{8}{x} = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{72}{6} = 12$

012 Si el numerador y el denominador de una fracción los multiplicamos por un mismo número y, después, los dividimos entre otro, ¿es equivalente la fracción resultante?

Sí es equivalente, porque al multiplicar o dividir el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, la fracción que se obtiene es equivalente a la primera.

013 Obtén tres fracciones equivalentes por amplificación.

a) $\frac{11}{2}$ b) $\frac{9}{7}$

a) Ejemplos: $\frac{22}{4} = \frac{33}{6} = \frac{44}{8}$ b) Ejemplos: $\frac{18}{14} = \frac{27}{21} = \frac{36}{28}$

014 Obtén, si es posible, dos fracciones equivalentes por simplificación.

a) $\frac{125}{75}$ b) $\frac{48}{60}$

a) $\frac{125}{75} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$ b) $\frac{48}{60} = \frac{24}{30} = \frac{12}{15}$

015 ¿Son irreducibles estas fracciones? En caso de que no lo sean, obtén su fracción irreducible.

a) $\frac{40}{60}$ b) $\frac{72}{90}$

a) No es irreducible: $\frac{40}{60} = \frac{20}{30} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

b) No es irreducible: $\frac{72}{90} = \frac{36}{45} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

016 ¿Se puede encontrar una fracción equivalente a una fracción irreducible? Compruébalo poniendo varios ejemplos.

Sí, por ejemplo la fracción $\frac{1}{3}$ es irreducible y una fracción equivalente a esta fracción es $\frac{2}{6}$.

017 Compara estas fracciones.

a) $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{6}$ b) $\frac{3}{7}$ y $\frac{3}{5}$

a) $\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$

b) $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$

018 Completa: $\frac{1}{5} < \frac{\square}{5} < \frac{4}{5}$

$\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{4}{5}$ o $\frac{1}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$

019 Completa: $\frac{3}{4} > \frac{3}{\square} > \frac{3}{7}$

$\frac{3}{4} > \frac{3}{5} > \frac{3}{7}$ o $\frac{3}{4} > \frac{3}{6} > \frac{3}{7}$

020 ¿Qué condición tiene que cumplir a para que $\frac{a}{7} < \frac{5}{7}$?

a debe ser menor que 5.

021 Reduce a común denominador.

a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}$ b) $\frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{4}$

a) $\frac{8}{12}, \frac{3}{12}, \frac{10}{12}$

b) $\frac{16}{20}, \frac{2}{20}, \frac{15}{20}$

022 Compara estas fracciones.

a) $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$ b) $\frac{7}{4}$ y $\frac{3}{9}$

a) $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} > \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{4} = \frac{63}{36} > \frac{12}{36} = \frac{3}{9}$

023 Ordena, de menor a mayor.

a) $\frac{7}{18}, \frac{3}{10}, \frac{5}{12}$ b) $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{9}{8}$

a) $\frac{7}{18} = \frac{70}{180}, \frac{3}{10} = \frac{54}{180}, \frac{5}{12} = \frac{75}{180} \rightarrow \frac{3}{10} < \frac{7}{18} < \frac{5}{12}$

b) $\frac{3}{2} = \frac{36}{24}, \frac{4}{3} = \frac{32}{24}, \frac{9}{8} = \frac{27}{24} \rightarrow \frac{9}{8} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$

Fracciones

024 ¿Es cierto que $\frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{9}{4}$?

Sí es cierto, porque $\frac{3}{5} = \frac{12}{20} < \frac{7}{10} = \frac{14}{20} < \frac{9}{4} = \frac{45}{20}$

025 Calcula.

a) $\frac{4}{3} - \frac{5}{6}$

b) $\frac{9}{8} + \frac{1}{3}$

a) $\frac{4}{3} - \frac{5}{6} = \frac{8}{6} - \frac{5}{6} = \frac{3}{6}$

b) $\frac{9}{8} + \frac{1}{3} = \frac{27}{24} + \frac{8}{24} = \frac{35}{24}$

026 Realiza estas operaciones.

a) $\frac{3}{8} + \frac{13}{8} - \frac{1}{8}$

b) $2 + \frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

a) $\frac{3}{8} + \frac{13}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3 + 13 - 1}{8} = \frac{15}{8}$

b) $2 + \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{10 + 4 - 3}{5} = \frac{11}{5}$

027 En el desayuno, Luisa toma $\frac{2}{8}$ de litro de leche, mientras que Juan toma $\frac{3}{4}$ de litro.

a) ¿Cuánta leche toman entre los dos?

b) ¿Quién toma más? ¿Cuánto?

a) $\frac{2}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1 + 3}{4} = \frac{4}{4}$

b) $\frac{3}{4} > \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ litro toma más Juan.

028 Halla la fracción que falta.

a) $\frac{7}{5} + \square = \frac{11}{5}$

b) $\frac{11}{9} - \square = \frac{7}{9}$

a) $\frac{7}{5} + \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$

b) $\frac{11}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$

029 Calcula y simplifica.

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{11}{9}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{12}$

a) $\frac{33}{72} = \frac{11}{24}$

b) $\frac{28}{60} = \frac{7}{15}$

030 Resuelve y simplifica.

a) $10 \cdot \frac{4}{5}$ b) $15 \cdot \frac{7}{6}$

a) $\frac{40}{5} = 8$

b) $\frac{105}{6} = \frac{35}{2}$

031 Opera y simplifica.

a) $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ de 12

a) $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{12}{4} = 3$

032 Calcula y simplifica.

a) $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{7}$ c) $3 \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{5}{6}$

b) $\frac{10}{3} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{6}{7}$ d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot 4$

a) $\frac{180}{126} = \frac{90}{63} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$

c) $\frac{105}{24} = \frac{35}{8}$

b) $\frac{480}{105} = \frac{160}{35} = \frac{32}{7}$

d) $\frac{48}{21} = \frac{16}{7}$

033 Halla la fracción que falta.

a) $\frac{3}{4} \cdot \square = \frac{15}{28}$ b) $\square \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$

b) $3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

034 Halla la fracción inversa.

a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{15}{4}$ c) 7 d) $\frac{1}{14}$

a) $\frac{10}{7}$

b) $\frac{4}{15}$

c) $\frac{1}{7}$

d) 14

035 Efectúa las divisiones.

a) $\frac{9}{10} : \frac{3}{4}$ b) $\frac{15}{4} : 6$

a) $\frac{36}{30} = \frac{6}{5}$

b) $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Fracciones

036 Completa.

$$\text{a) } \frac{4}{3} : \frac{5}{\square} = \frac{8}{15}$$

$$\text{b) } \square : \frac{9}{7} = \frac{14}{9}$$

$$\text{a) } \frac{4}{3} : \frac{5}{2} = \frac{8}{15}$$

$$\text{b) } 2 : \frac{9}{7} = \frac{14}{9}$$

037 Calcula las fracciones, si sus inversas son:

$$\text{a) } \frac{3}{11}$$

$$\text{b) } \frac{19}{9}$$

$$\text{c) } 6$$

$$\text{d) } 10$$

$$\text{a) } \frac{11}{3}$$

$$\text{b) } \frac{9}{19}$$

$$\text{c) } \frac{1}{6}$$

$$\text{d) } \frac{1}{10}$$

038 Calcula indicando los pasos que sigues.

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3} =$$

↓ Multiplicaciones y divisiones

$$= \frac{4}{5} + \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 2} - \frac{1}{3} = \frac{4}{5} + \frac{21}{4} - \frac{1}{3} =$$

↓ Sumas y restas

$$\frac{48}{60} + \frac{315}{60} - \frac{20}{60} = \frac{343}{60}$$

039 Opera.

$$\text{a) } \left(\frac{14}{5} - \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3}$$

$$\text{b) } \frac{9}{7} - \left(\frac{17}{8} + \frac{3}{5} \right) : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{14}{5} - \frac{3}{7} \right) \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3} &= \left(\frac{98 - 15}{35} \right) \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3} = \frac{83}{35} \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3} = \\ &= \frac{83 \cdot 5}{35 \cdot 12} + \frac{11}{3} = \frac{415}{420} + \frac{11}{3} = \frac{415}{420} + \frac{1540}{420} = \frac{1955}{420} = \frac{391}{84} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{9}{7} - \left(\frac{17}{8} + \frac{3}{5} \right) : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9} &= \frac{9}{7} - \left(\frac{85 + 24}{40} \right) : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9} = \\ &= \frac{9}{7} - \frac{109}{40} : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{7} - \frac{109 \cdot 2}{40 \cdot 3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{7} - \frac{218}{120} \cdot \frac{1}{9} = \\ &= \frac{9}{7} - \frac{218 \cdot 1}{120 \cdot 9} = \frac{9}{7} - \frac{218}{1080} = \frac{9720}{7560} - \frac{1526}{7560} = \frac{8194}{7560} = \frac{4097}{3780} \end{aligned}$$

040 Realiza estas operaciones.

$$\text{a) } \frac{5}{7} + 6 : \frac{1}{4}$$

$$\text{b) } 3 + \frac{11}{4} - \frac{1}{7}$$

$$a) \frac{5}{7} + 6 : \frac{1}{4} = \frac{5}{7} + \frac{6}{1} : \frac{1}{4} = \frac{5}{7} + \frac{6 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{5}{7} + \frac{24}{1} = \frac{5}{7} + \frac{168}{7} = \frac{173}{7}$$

$$b) 3 + \frac{11}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{1} + \frac{11}{4} - \frac{1}{7} = \frac{84}{28} + \frac{77}{28} - \frac{4}{28} = \frac{157}{28}$$

- 041** Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación y corrígelos.

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{6} \cdot \frac{26}{15} = \frac{13}{9}$$

Se ha realizado primero la resta, cuando habría que haber realizado el paréntesis. Y al calcular la multiplicación se ha multiplicado en cruz, procedimiento que corresponde a la división.

La operación realizada correctamente sería:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{3} \right) &= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{21}{15} + \frac{5}{15} \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{26}{15} = \\ &= \frac{3}{2} - \frac{2 \cdot 26}{3 \cdot 15} = \frac{3}{2} - \frac{52}{45} = \frac{135}{90} - \frac{104}{90} = \frac{31}{90} \end{aligned}$$

ACTIVIDADES

- 042** Escribe estos números como fracción.

a) 9

b) 10

c) 23

d) 14

$$a) \frac{9}{1}$$

$$b) \frac{10}{1}$$

$$c) \frac{23}{1}$$

$$d) \frac{14}{1}$$

- 043** Calcula.

a) $\frac{1}{2}$ de 50

b) $\frac{3}{2}$ de 100

c) $\frac{3}{4}$ de 4

a) $50 : 2 = 25$

b) $(3 \cdot 100) : 2 = 150$

c) $(3 \cdot 4) : 4 = 3$

- 044** Indica qué fracción determina cada una de las afirmaciones.

a) Quince minutos de una hora.

c) Tres huevos de una docena.

b) Siete meses en un año.

d) Trece letras del abecedario.

a) $\frac{15}{60} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ de hora

c) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ de docena

b) $\frac{7}{12}$ de año

d) $\frac{13}{29}$ del abecedario

Fracciones

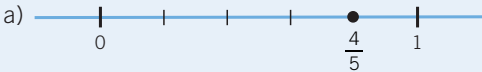
045 ¿CÓMO SE REPRESENTA UNA FRACCIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA?

Representa las fracciones: a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{11}{6}$

• Si la fracción es propia.

PRIMERO. Se divide el segmento entre 0 y 1 en tantas partes como indique el denominador, 5.

SEGUNDO. Se toman las partes que señale el numerador, 4.



• Si la fracción es impropia.

PRIMERO. Se expresa la fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.

$$\frac{11}{5} \left| \frac{6}{1} \right. \rightarrow \frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$$

SEGUNDO. La fracción está comprendida entre el cociente y su número siguiente.

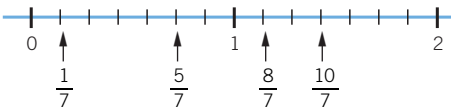
En este caso entre 1 y 2. Se representa en este tramo la fracción resultante, $\frac{5}{6}$.



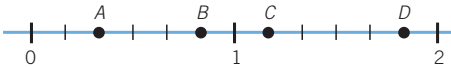
046 Representa en una recta numérica.



a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{8}{7}$ d) $\frac{10}{7}$



047 Indica qué fracción representa cada letra.



$$A = \frac{2}{6}$$

$$B = \frac{5}{6}$$

$$C = \frac{7}{6}$$

$$D = \frac{11}{6}$$

048 Dadas las siguientes fracciones, indica cuál es mayor, igual o menor que la unidad.



a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{1}$ d) $\frac{7}{2}$

Mayores que la unidad: a) y d).

Igual a la unidad: c).

Menores que la unidad: b).

049 Expresa cada fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.

a) $\frac{17}{3}$

b) $\frac{43}{5}$

c) $\frac{68}{13}$

d) $\frac{134}{11}$

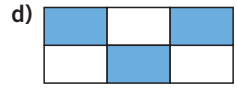
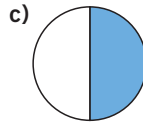
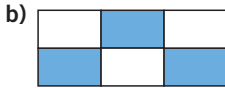
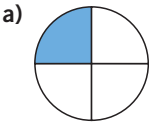
a) $5 + \frac{2}{3}$

b) $8 + \frac{3}{5}$

c) $5 + \frac{3}{13}$

d) $12 + \frac{2}{11}$

050 Dadas las siguientes figuras, indica cuáles representan fracciones equivalentes.



Representan fracciones equivalentes las figuras b), c) y d).

051 Determina si las fracciones son equivalentes.

a) $\frac{13}{7}$ y $\frac{52}{21}$

b) $\frac{3}{4}$ y $\frac{8}{11}$

c) $\frac{15}{6}$ y $\frac{105}{36}$

a) $13 \cdot 21 \neq 7 \cdot 52$. No son equivalentes.

b) $3 \cdot 11 \neq 4 \cdot 8$. No son equivalentes.

c) $15 \cdot 36 \neq 6 \cdot 105$. No son equivalentes.

052 Completa las fracciones para que sean equivalentes.

a) $\frac{9}{5} = \frac{18}{\square}$

b) $\frac{8}{3} = \frac{24}{\square}$

c) $\frac{13}{2} = \frac{\square}{4}$

a) $\frac{9}{5} = \frac{18}{10}$

b) $\frac{8}{3} = \frac{24}{9}$

c) $\frac{13}{2} = \frac{26}{4}$

053 Calcula dos fracciones equivalentes por amplificación y otras dos por simplificación.

a) $\frac{14}{42}$

b) $\frac{24}{36}$

c) $\frac{50}{75}$

d) $\frac{8}{20}$

a) Amplificación: $\frac{14}{42} = \frac{28}{84} = \frac{42}{126}$ Simplificación: $\frac{14}{42} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

b) Amplificación: $\frac{24}{36} = \frac{48}{72} = \frac{72}{108}$ Simplificación: $\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9}$

c) Amplificación: $\frac{50}{75} = \frac{100}{150} = \frac{150}{225}$ Simplificación: $\frac{50}{75} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

d) Amplificación: $\frac{8}{20} = \frac{16}{40} = \frac{24}{60}$ Simplificación: $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Fracciones

054

Completa las siguientes fracciones para que sean equivalentes.



a) $\frac{7}{\square} = \frac{14}{4} = \frac{\square}{6}$

b) $\frac{4}{5} = \frac{\square}{15} = \frac{8}{\square}$

a) $\frac{7}{2} = \frac{14}{4} = \frac{21}{6}$

b) $\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \frac{8}{10}$

055

Calcula la fracción irreducible.



a) $\frac{12}{20}$

b) $\frac{52}{36}$

c) $\frac{81}{18}$

d) $\frac{12}{48}$

a) $\frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{81}{18} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

b) $\frac{52}{36} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$

d) $\frac{12}{48} = \frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

056

Determina las fracciones irreducibles.



a) $\frac{3}{12}$

b) $\frac{70}{33}$

c) $\frac{45}{32}$

d) $\frac{49}{35}$

e) $\frac{54}{27}$

a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ no es irreducible.

d) $\frac{49}{35} = \frac{7}{5}$ no es irreducible.

b) $\frac{70}{33}$ es irreducible.

e) $\frac{54}{27} = 2$ no es irreducible.

c) $\frac{45}{32}$ es irreducible.

057

¿Cuántas fracciones irreducibles son equivalentes entre sí? Razona la respuesta.



No hay fracciones irreducibles equivalentes entre sí, ya que si hubiera dos fracciones irreducibles que fueran equivalentes entre sí, una de ellas no podría ser irreducible.

058

Compara las fracciones colocando el signo $<$ o $>$.



a) $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}$

c) $\frac{7}{27}, \frac{4}{17}$

e) $\frac{8}{14}, \frac{9}{16}$

b) $\frac{3}{17}, \frac{4}{18}$

d) $\frac{9}{23}, \frac{9}{17}$

f) $\frac{5}{34}, \frac{7}{18}$

a) $\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

d) $\frac{9}{23} < \frac{9}{17}$

b) $\frac{3}{17} = \frac{54}{306} < \frac{68}{306} = \frac{4}{18}$

e) $\frac{8}{14} = \frac{64}{112} > \frac{63}{112} = \frac{9}{16}$

c) $\frac{7}{27} = \frac{119}{459} > \frac{108}{459} = \frac{4}{17}$

f) $\frac{5}{34} = \frac{45}{306} < \frac{119}{306} = \frac{7}{18}$

059 Ordena, de menor a mayor.

a) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7}, \frac{6}{7}$

d) $\frac{26}{33}, \frac{101}{108}, \frac{3}{2}$

b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}$

e) $\frac{33}{26}, \frac{108}{101}, \frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{6}$

f) $\frac{8}{3}, \frac{12}{5}, \frac{6}{7}$

a) $\frac{1}{7} < \frac{3}{7} < \frac{4}{7} < \frac{6}{7}$

b) $\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4} < \frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24} < \frac{5}{12} = \frac{10}{24} < \frac{7}{6} = \frac{28}{24}$

d) $\frac{26}{33} = \frac{936}{1188} < \frac{101}{108} = \frac{1111}{1188} < \frac{3}{2} = \frac{1782}{1188}$

e) $\frac{33}{26} > \frac{108}{101} > \frac{2}{3}$, por ser las inversas de las fracciones del apartado d).

f) $\frac{6}{7} = \frac{90}{105} < \frac{12}{5} = \frac{252}{105} < \frac{8}{3} = \frac{280}{105}$

060 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE COMPARAN UN NÚMERO Y UNA FRACCIÓN?

¿Es 3 menor que $\frac{7}{2}$?

PRIMERO. Se expresa el número como una fracción con el mismo denominador que la fracción dada.

$$3 = \frac{3 \cdot 2}{2} = \frac{6}{2}$$

SEGUNDO. Se comparan las fracciones.

$$\frac{6}{2} < \frac{7}{2} \rightarrow 3 < \frac{7}{2}$$

061 ¿Es 4 mayor que $\frac{14}{3}$? ¿Es 5 mayor que $\frac{19}{4}$?

$4 = \frac{12}{3} < \frac{14}{3}$. No es mayor.

$5 = \frac{20}{4} > \frac{19}{4}$. Sí es mayor.

Fracciones

062 Ordena las siguientes fracciones.



a) $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$

Ten en cuenta que: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}; \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \dots$

$$\frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}; \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4} \dots$$

a) $\frac{7}{6} < \frac{6}{5} < \frac{5}{4} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$

b) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \frac{6}{7}$

063 Calcula y simplifica el resultado de las siguientes operaciones.



a) $\frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{8}{9}$

c) $\frac{4}{15} + \frac{2}{15} + \frac{5}{15}$

b) $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

d) $\frac{9}{12} + \frac{5}{12} + \frac{3}{12}$

a) $\frac{17}{9}$

c) $\frac{11}{15}$

b) $\frac{5}{8}$

d) $\frac{17}{12}$

064 Resuelve estas operaciones y simplifica.



a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{7}{30} - \frac{1}{3}$

b) $\frac{7}{12} - \frac{3}{8} + \frac{5}{6}$

d) $\frac{4}{9} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

a) $\frac{9 + 10 - 8}{12} = \frac{11}{12}$

c) $\frac{12 + 7 - 10}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

b) $\frac{14 - 9 + 20}{24} = \frac{25}{24}$

d) $\frac{16 - 9 - 3}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

065 HAZLO ASÍ



¿CÓMO SE OPERA CON NÚMEROS Y FRACCIONES?

Calcula: $\frac{4}{3} + 2 - \frac{1}{6}$

PRIMERO. Se expresa el número en forma de fracción, poniendo como denominador 1.

SEGUNDO. Se realiza la operación.

$$\frac{4}{3} + 2 - \frac{1}{6} = \frac{4}{3} + \frac{2}{1} - \frac{1}{6} = \frac{8}{6} + \frac{12}{6} - \frac{1}{6} = \frac{19}{6}$$

m.c.m. (1, 3, 6) = 6

066 Resuelve y simplifica el resultado.

a) $\frac{2}{3} + 4 - \frac{1}{9}$

c) $3 - \frac{1}{4} - \frac{5}{8}$

b) $\frac{5}{16} + \frac{7}{4} - 2$

d) $\frac{11}{5} - \frac{7}{10} - \frac{5}{4} + 3$

a) $\frac{6 + 36 - 1}{9} = \frac{41}{9}$

c) $\frac{24 - 2 - 5}{8} = \frac{17}{8}$

b) $\frac{5 + 28 - 32}{16} = \frac{1}{16}$

d) $\frac{44 - 14 - 25 + 60}{20} = \frac{65}{20} = \frac{13}{4}$

067 Calcula y simplifica.

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

e) $\frac{2}{3} + \frac{3}{27}$

i) $3 + \frac{1}{5} + \frac{2}{35}$

b) $\frac{37}{18} - \frac{11}{8}$

f) $\frac{37}{18} - \frac{14}{9}$

j) $5 - \frac{4}{9} - \frac{37}{45}$

c) $\frac{6}{8} + \frac{6}{7}$

g) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7}$

k) $1 + \frac{2}{9} + \frac{7}{30}$

d) $\frac{11}{6} - \frac{11}{8}$

h) $\frac{25}{6} - \frac{7}{6} - \frac{4}{18}$

l) $4 - \frac{14}{9} - \frac{17}{27}$

a) $\frac{5}{7}$

g) $\frac{14}{7} = 2$

b) $\frac{148 - 99}{72} = \frac{49}{72}$

h) $\frac{75 - 21 - 4}{18} = \frac{50}{18} = \frac{25}{9}$

c) $\frac{42 + 48}{56} = \frac{90}{56} = \frac{45}{28}$

i) $\frac{105 + 7 + 2}{35} = \frac{114}{35}$

d) $\frac{88 - 66}{48} = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$

j) $\frac{225 - 20 - 37}{45} = \frac{168}{45} = \frac{56}{15}$

e) $\frac{18 + 3}{27} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$

k) $\frac{90 + 20 + 21}{90} = \frac{131}{90}$

f) $\frac{37 - 28}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

l) $\frac{108 - 42 - 17}{27} = \frac{49}{27}$

068 Efectúa los siguientes productos.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5}$

c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{6}{8}$

b) $\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9}$

a) $\frac{14}{15}$

c) $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$

b) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

d) $\frac{12}{45} = \frac{4}{15}$

Fracciones

069

Calcula.

a) $4 \cdot \frac{3}{5}$

b) $5 \cdot \frac{6}{7}$

c) $2 \cdot \frac{9}{4}$

d) $8 \cdot \frac{5}{6}$

a) $\frac{12}{5}$

b) $\frac{30}{7}$

c) $\frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

d) $\frac{40}{6} = \frac{20}{3}$

070

Resuelve.

a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$

b) $\frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{2}$

c) $\frac{9}{8} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{6}$

d) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{7}{2}$

a) $\frac{15}{120} = \frac{1}{8}$

b) $\frac{252}{120} = \frac{21}{10}$

c) $\frac{315}{144} = \frac{35}{16}$

d) $\frac{420}{30} = 14$

071

Calcula y simplifica.

a) $\frac{1}{2}$ de $\frac{8}{3}$

c) $\frac{3}{4}$ de $\frac{12}{5}$

b) $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{15}$

d) $\frac{1}{6}$ de $\frac{4}{3}$

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{36}{20} = \frac{9}{5}$

b) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{15} = \frac{10}{105} = \frac{2}{21}$

d) $\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

072

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UNA PARTE DE UN NÚMERO?

Calcula.

a) La cuarta parte de 84.

b) La mitad de la cuarta parte de 64.

PRIMERO. Se escribe en forma de fracción la parte del número que se quiere calcular.

$$\text{Mitad} \longrightarrow \frac{1}{2}$$

$$\text{Cuarta parte} \rightarrow \frac{1}{4}$$

SEGUNDO. Se multiplica la fracción que representa la parte por el número.

a) $\frac{1}{4}$ de 84 = $\frac{1}{4} \cdot 84 = \frac{84}{4} = 21$

b) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de 64 = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 64 = \frac{64}{8} = 8$

073 **Calcula.**

a) La tercera parte de 75.

b) La quinta parte de 80.

$$a) \frac{1}{3} \text{ de } 75 = \frac{1}{3} \cdot 75 = \frac{75}{3} = 25$$

$$b) \frac{1}{5} \text{ de } 80 = \frac{1}{5} \cdot 80 = \frac{80}{5} = 16$$

074 **Calcula.**

a) La sexta parte de 240.

c) La quinta parte de 175.

b) La mitad de la mitad de 540.

d) La mitad de la quinta parte de 800.

$$a) \frac{240}{6} = 40$$

$$c) \frac{175}{5} = 35$$

$$b) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 540 = 135$$

$$d) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 800 = 80$$

075 **HAZLO ASÍ****¿CÓMO SE CALCULA UN NÚMERO CONOCIENDO UNA PARTE?****Halla un número si sabes que su quinta parte es 9.****PRIMERO.** Se llama a al número desconocido y se indica la operación.

$$\frac{1}{5} \text{ de } a = 9 \rightarrow \frac{1}{5} \cdot \frac{a}{1} = 9 \rightarrow \frac{a}{5} = 9$$

SEGUNDO. Se encuentra un número tal que al dividirlo entre 5 dé 9.

$$\frac{a}{5} = 9 \rightarrow a = 45$$

El número buscado es 45.

076 **Halla un número sabiendo que su sexta parte es igual a 7.**

$$\frac{1}{6} \cdot a = 7 \rightarrow a = 6 \cdot 7 = 42$$

077 **Encuentra un número tal que la mitad de su cuarta parte es igual a 15.**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot a = 15 \rightarrow a = 2 \cdot 4 \cdot 15 = 120$$

078 **Halla un número sabiendo que su mitad menos su cuarta parte es igual a 4.**

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{a}{1} = 4 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot a = 4 \rightarrow a = 4 \cdot 4 = 16$$

Fracciones

079

Escribe la inversa de cada fracción.

a) $\frac{7}{3}$

b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{9}{4}$

d) $\frac{8}{7}$

a) $\frac{3}{7}$

c) $\frac{4}{9}$

b) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{7}{8}$

080

¿Cuál es la fracción cuya fracción inversa es $\frac{3}{7}$?

$\frac{7}{3}$

081

Efectúa las siguientes divisiones.

a) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{4} : \frac{9}{2}$

c) $\frac{5}{6} : \frac{4}{3}$

d) $\frac{4}{9} : \frac{8}{3}$

a) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

b) $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

d) $\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$

082

Resuelve.

a) $4 : \frac{2}{5}$

b) $\frac{15}{4} : 5$

c) $3 : \frac{7}{2}$

d) $\frac{3}{4} : 6$

a) $\frac{20}{2} = 10$

c) $\frac{6}{7}$

b) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

083

Realiza estas operaciones.

a) $\frac{12}{7} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4}$

c) $\frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{16}{5} : \frac{7}{4}$

e) $\frac{6}{7} : \frac{3}{15} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{6}{5} : \frac{1}{7}$

d) $\frac{132}{5} - \frac{7}{3} : \frac{42}{5} + \frac{1}{2}$

f) $\frac{3}{2} : \frac{17}{5} + \frac{6}{5} : \frac{1}{2}$

a) $\frac{12}{7} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{240}{140} - \frac{28}{140} + \frac{105}{140} = \frac{317}{140}$

b) $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{6}{5} : \frac{1}{7} = \frac{3}{5} + \frac{7 \cdot 6}{5 \cdot 5} : \frac{1}{7} = \frac{3}{5} + \frac{42}{25} : \frac{1}{7} =$

$= \frac{3}{5} + \frac{42 \cdot 7}{25 \cdot 1} = \frac{3}{5} + \frac{294}{25} = \frac{15}{25} + \frac{294}{25} = \frac{309}{25}$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{16}{5} : \frac{7}{4} &= \frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{16 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{64}{35} = \\ &= \frac{1365}{210} - \frac{70}{210} + \frac{384}{210} = \frac{1679}{210} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{132}{5} - \frac{7}{3} : \frac{42}{5} + \frac{1}{2} &= \frac{132}{5} - \frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 42} + \frac{1}{2} = \frac{132}{5} - \frac{35}{126} + \frac{1}{2} = \\ &= \frac{16632}{630} - \frac{175}{630} + \frac{315}{630} = \frac{16772}{630} = \frac{1198}{90} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{6}{7} : \frac{3}{15} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} &= \frac{6 \cdot 15}{7 \cdot 3} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{90}{21} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{90}{21} - \frac{7 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \\ &= \frac{90}{21} - \frac{7}{20} = \frac{1800}{420} - \frac{147}{420} = \frac{1653}{420} = \frac{551}{140} \end{aligned}$$

$$\text{f) } \frac{3}{2} : \frac{17}{5} + \frac{6}{5} : \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 17} + \frac{6 \cdot 2}{5} = \frac{15}{34} + \frac{12}{5} = \frac{75}{170} + \frac{408}{170} = \frac{483}{170}$$

084 Resuelve.

a) $\frac{5}{9} - \left(\frac{7}{6} - \frac{2}{3}\right)$

d) $\frac{8}{3} : \left(\frac{6}{7} : \frac{3}{2}\right)$

b) $\frac{7}{5} - \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{3}\right)$

e) $\frac{5}{3} : \left(\frac{15}{2} : \frac{3}{4}\right)$

c) $\left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8}\right) - \frac{2}{3}$

f) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) : \frac{7}{2}$

a) $\frac{5}{9} - \frac{3}{6} = \frac{10 - 9}{18} = \frac{1}{18}$

d) $\frac{8}{3} : \frac{12}{21} = \frac{168}{36} = \frac{14}{3}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{19}{30} = \frac{42 - 19}{30} = \frac{23}{30}$

e) $\frac{5}{3} : \frac{60}{6} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}$

c) $\frac{19}{24} - \frac{2}{3} = \frac{19 - 16}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

f) $\frac{7}{10} : \frac{7}{2} = \frac{14}{70} = \frac{1}{5}$

085 Calcula.

a) $\left(\frac{11}{4} - 2\right) + \frac{2}{5}$

c) $\frac{6}{7} : \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{2}\right)$

e) $\left(\frac{9}{4} - \frac{3}{8}\right) : \frac{5}{4}$

b) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{6} : \frac{7}{2}\right)$

d) $\left(\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) : \frac{3}{5}$

f) $\left(\frac{7}{8} : \frac{5}{2}\right) : \frac{3}{2}$

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$

d) $\frac{18}{15} : \frac{3}{5} = \frac{90}{45} = 2$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{42} = \frac{30}{168} = \frac{5}{28}$

e) $\frac{15}{8} : \frac{5}{4} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{6}{7} : \frac{28}{10} = \frac{60}{196} = \frac{15}{49}$

f) $\frac{14}{40} : \frac{3}{2} = \frac{28}{120} = \frac{7}{30}$

Fracciones

086

Calcula y simplifica el resultado.

a) $12 - \left(\frac{25}{6} - \frac{7}{6}\right) - \frac{4}{18} \cdot \frac{18}{4}$

e) $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{12} + 4$

b) $\frac{2}{16} + \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{8}\right) \cdot \frac{9}{5} - 6 \cdot \frac{4}{8}$

f) $4 - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{24}$

c) $\frac{7}{17} \cdot \frac{17}{57} + 6 - \frac{7}{4} + 5 \cdot \frac{2}{8}$

g) $\frac{19}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{2}{6} : \frac{4}{9}$

d) $\frac{2}{32} \cdot \frac{32}{4} \cdot \frac{4}{2} + 45 \cdot \frac{5}{7}$

h) $5 \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{37}{47} - \frac{4}{8}\right) + 7$

a) $12 - \frac{18}{6} - \frac{72}{72} = 12 - 3 - 1 = 8$

b) $\frac{2}{16} + \frac{0}{24} \cdot \frac{9}{5} - \frac{24}{8} = \frac{2}{16} - 3 = \frac{-46}{16} = \frac{-23}{8}$

c) $\frac{7}{57} + 6 - \frac{7}{4} + \frac{5}{4} = \frac{7}{57} + 6 - \frac{1}{2} = \frac{14 + 684 - 57}{114} = \frac{641}{114}$

d) $1 + \frac{45 \cdot 5}{7} = \frac{7 + 225}{7} = \frac{232}{7}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{2}{5} - \frac{3}{12} + 4 = \frac{50 + 24 - 15 + 240}{60} = \frac{299}{60}$

f) $4 - \frac{17}{35} \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{24} = 4 - \frac{17}{21} - \frac{7}{24} = \frac{672 - 136 - 49}{168} = \frac{487}{168}$

g) $\frac{19}{5} - \frac{17}{28} \cdot \frac{1}{3} : \frac{4}{9} = \frac{19}{5} - \frac{17}{84} : \frac{4}{9} = \frac{19}{5} - \frac{153}{336} = \frac{19}{5} - \frac{51}{112} =$
 $= \frac{2128 - 255}{560} = \frac{1873}{560}$

h) $\frac{20}{9} \cdot \frac{296 - 188}{376} + 7 = \frac{20}{9} \cdot \frac{27}{94} + 7 = \frac{540}{846} + 7 = \frac{6462}{846} = \frac{359}{47}$

087

Pedro ha dedicado $\frac{1}{3}$ partes de su tiempo a ver la televisión, $\frac{1}{4}$ a jugar y $\frac{5}{12}$ a estudiar.

¿A qué actividad ha dedicado más tiempo?

m.c.m. (3, 4, 12) = 12

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, $\frac{5}{12}$

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{5}{12}$. Ha dedicado más tiempo a estudiar.

- 088** En la clase de 1.º A han aprobado Matemáticas los $\frac{3}{4}$ de los alumnos, y en la clase de 1.º B, los $\frac{2}{3}$. ¿En qué clase han aprobado menos alumnos si hay 24 alumnos en cada clase?

$$\frac{3}{4} \text{ de } 24 = 18 \quad \frac{2}{3} \text{ de } 24 = 16$$

Han aprobado menos alumnos en la clase de 1.º B.

- 089** Para las bebidas de una fiesta tenemos que comprar: $\frac{2}{3}$ partes de refrescos de naranja, $\frac{1}{5}$ de refrescos de limón y $\frac{2}{15}$ de zumos.

¿De qué bebida habrá mayor cantidad?

$$\text{m.c.m. } (3, 5, 15) = 15$$

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}, \frac{1}{5} = \frac{3}{15}, \frac{2}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{15} < \frac{1}{5} < \frac{2}{3}. \text{ Hay más cantidad de refresco de naranja.}$$

- 090** En el parque han plantado árboles: $\frac{1}{3}$ son chopos, $\frac{7}{15}$ son cipreses y $\frac{1}{5}$ son encinas.

¿De qué tipo de árbol se ha plantado más?

$$\text{m.c.m. } (3, 15, 5) = 15$$

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}, \frac{7}{15} = \frac{7}{15}, \frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{7}{15}. \text{ Han plantado más cipreses.}$$

- 091** Durante la semana cultural, los alumnos de 1.º ESO han participado en las distintas actividades de la siguiente manera: $\frac{2}{5}$ en competiciones deportivas, $\frac{1}{3}$ en juegos didácticos y $\frac{4}{15}$ en trabajos manuales.

a) ¿En qué actividad han participado más alumnos?

b) ¿En qué actividad han participado menos alumnos?

$$\text{m.c.m. } (5, 3, 15) = 15$$

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}, \frac{1}{3} = \frac{5}{15}, \frac{4}{15} = \frac{4}{15} \quad \frac{4}{15} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5}$$

a) Han participado más alumnos en competiciones deportivas.

b) Han participado menos alumnos en trabajos manuales.

Fracciones

092



Marta ha sumado a la fracción tres sextos una fracción cuyo denominador es seis, y ha obtenido como resultado una fracción menor que la unidad. ¿Qué fracciones ha podido sumar Marta?

$$\frac{3}{6} + \frac{\square}{6} < \frac{6}{6} = 1 \quad \text{Marta ha podido sumar las fracciones } \frac{1}{6} \text{ o } \frac{2}{6}.$$

093

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UNA PARTE DEL TOTAL?

En una fiesta se colocaron bombillas de colores. Al terminar solo funcionaba un cuarto de ellas. ¿Qué parte de las bombillas se fundió?

PRIMERO. Se expresan numéricamente el *total* y la *parte*.

TOTAL: Todas las bombillas $\longrightarrow 1$

PARTE: Bombillas que funcionaban $\rightarrow \frac{1}{4}$

SEGUNDO. Se restan para calcular la otra *parte*.

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

Se fundieron las tres cuartas partes de las bombillas.

094



Ana está pintando una pared. Si ya ha pintado la sexta parte, ¿qué fracción le queda por pintar?

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}. \text{ Le queda por pintar cinco sextos de pared.}$$

095



En un partido de baloncesto, Pedro ha encestado la sexta parte de los puntos, Carlos la mitad y Juan el resto.

a) ¿Qué fracción de los puntos ha hecho Juan?

b) ¿Quién ha encestado más puntos?

$$\text{a) } 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ de los puntos los ha hecho Juan.}$$

$$\text{b) } \frac{1}{6} < \frac{2}{6} = \frac{1}{3} < \frac{3}{6} = \frac{1}{2}. \text{ Ha encestado más puntos Carlos.}$$

096



En una merienda, las $\frac{3}{8}$ partes son bebida, $\frac{1}{6}$ son patatas fritas y $\frac{1}{3}$ frutos secos, siendo el resto bocadillos. ¿Qué fracción representan los bocadillos?

$$1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{21}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \text{ representan los bocadillos.}$$

097 En el pueblo de Rocío, las tres cuartas partes de las fincas están sembradas de trigo, un quinto de maíz, y el resto no está sembrado.

a) ¿Qué fracción de las fincas están sembradas?

b) ¿Qué fracción de las fincas no lo están?

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) = \frac{19}{20}$ de las fincas están sembradas.

b) $1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$ de las fincas están sin sembrar.

098 En una excursión, Ana ha traído las $\frac{2}{9}$ partes de la comida y Alberto las $\frac{2}{3}$ partes.

a) ¿Cuánta comida han traído entre los dos?

b) ¿Cuánta comida han traído los demás?

c) Si se han comido las $\frac{5}{9}$ partes de la comida, ¿qué fracción sobra?

a) $\frac{2}{9} + \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$ partes de la comida han traído entre los dos.

b) $1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ de la comida han traído los demás.

c) $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ de la comida ha sobrado.

099 En una clase de 1.º ESO hay 25 alumnos: las $\frac{2}{5}$ partes son chicos y las $\frac{3}{5}$ partes son chicas. ¿Cuántos chicos y chicas hay?

$$\frac{2}{5} \text{ de } 25 = 10$$

$$\frac{3}{5} \text{ de } 25 = 15$$

En la clase hay 10 chicos y 15 chicas.

100 Pedro tiene 63 canicas. Los tres séptimos son verdes, los dos novenos rojas y el resto azules. ¿Cuántas canicas tiene de cada color?

$$\frac{3}{7} \text{ de } 63 = 27 \text{ verdes}$$

$$\frac{2}{9} \text{ de } 63 = 14 \text{ rojas}$$

$$63 - 27 - 14 = 22 \text{ azules}$$

101 Un ciclista debe recorrer 105 km. El primer día recorre $\frac{1}{3}$ del camino y el segundo día $\frac{2}{5}$, dejando el resto para el tercer día.

¿Cuántos kilómetros recorre cada día?

El primer día recorre $\frac{1}{3}$ de 105 = 35 km; el segundo día, $\frac{2}{5}$ de 105 = 42 km, y el tercer día, $105 - 35 - 42 = 28$ km.

Fracciones

102



Luis tiene una colección de 96 postales. Los $\frac{3}{8}$ son de paisajes, los $\frac{5}{12}$ de monumentos y el resto de barcos.

a) ¿Qué fracción de postales tiene de barcos?

b) ¿Cuántas postales hay de cada tipo?

a) $1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}\right) = 1 - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$ de las postales son de barcos.

b) $\frac{3}{8}$ de 96 = 36 son de paisajes.

$\frac{5}{12}$ de 96 = 40 son de monumentos.

$96 - (36 + 40) = 20$ son de barcos.

103



Álvaro se ha gastado $\frac{1}{5}$ de sus ahorros en unos pantalones, $\frac{2}{3}$ en unos zapatos y $\frac{1}{8}$ en unos calcetines. Si tenía 120 €, ¿cuánto dinero le queda?

La fracción del total que ha gastado es $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{119}{120}$,

luego le queda $\frac{1}{120}$ de 120 €, o sea, 1 €.

104



En la linde de una finca que mide $\frac{3}{5}$ de km, queremos plantar un árbol cada $\frac{1}{20}$ de km. ¿Cuántos árboles podemos plantar?

Dividiendo la longitud de la linde entre la distancia entre los árboles,

tendremos el número de espacios que habrá, $\frac{3}{5} : \frac{1}{20} = \frac{60}{5} = 12$ espacios.

Como hay un árbol más que espacios, serán 13 árboles.

105



Por la mañana hemos recorrido las $\frac{2}{3}$ partes del camino y por la tarde 5 km. ¿Cuántos kilómetros hemos recorrido en total?

Por la tarde hemos hecho: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ del camino = 5 km; $3 \cdot 5 = 15$.

En total hemos recorrido 15 km.

106



Un coche gasta 6 litros y $\frac{1}{4}$ de litro cada 100 kilómetros. Si el depósito tiene una capacidad de 60 litros, calcula cuántos kilómetros puede recorrer sin repostar.

Representamos el consumo a los 100 km con una sola fracción:

$$6 + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}. \text{ Dividiendo la capacidad del depósito entre el gasto}$$

a los 100 km, tendremos los cientos de kilómetros que podemos recorrer

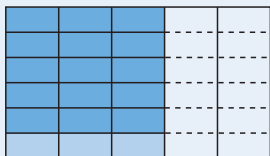
$$\text{sin repostar: } 60 : \frac{25}{4} = 60 \cdot \frac{4}{25} = \frac{240}{25} \text{ cientos de kilómetros; es decir,}$$

$$\frac{240}{25} \cdot 100 = 960 \text{ km.}$$

107 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE REPRESENTA UNA FRACCIÓN DE OTRA FRACCIÓN?

Los tres quintos de los animales de un parque natural son mamíferos, y de los mamíferos, los cinco sextos son carnívoros. ¿Qué fracción del total de animales representan los mamíferos carnívoros?



PRIMERO. Representamos gráficamente la situación.

La figura queda dividida en 30 partes, de las que tomamos 15.

SEGUNDO. Se calcula la fracción del total que representan los mamíferos carnívoros.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

Los mamíferos carnívoros representan la mitad de los animales del parque natural.

108

En la selección para un concurso, eliminan a $\frac{7}{12}$ de los aspirantes

en la primera prueba y a $\frac{4}{13}$ de los que quedaban en la segunda.

a) ¿Qué fracción de los concursantes superan la segunda prueba?

b) Si 130 aspirantes pasan la primera prueba, ¿cuántos quedan tras la segunda?

a) La fracción que queda después de la primera prueba es $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$.

La fracción del total de participantes que superan la segunda prueba es

$$\frac{4}{13} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{39} \text{ eliminados en 2.ª prueba.}$$

$$1 - \frac{5}{39} = \frac{34}{39} \text{ superan la 2.ª prueba.}$$

b) $\frac{5}{12} \cdot x = 130 \rightarrow x = 312$ concursantes en total.

$$1 - \frac{5}{39} = \frac{34}{39} \text{ quedan en la segunda.} \quad \frac{34}{39} \cdot 312 = 272 \text{ quedan.}$$

Fracciones

109



Utilizando 1, 2, 3 y 4, forma todas las fracciones posibles que no sean equivalentes.

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{1}, \frac{4}{3}$$

110



Encuentra una fracción que esté comprendida entre $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{12}$.

$$\text{m.c.m.}(8, 12) = 24$$

$$\frac{3}{8} = \frac{18}{48} < \frac{19}{48} < \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

111



Calcula el siguiente producto:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{98}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{99}\right)$$

$$\frac{\cancel{2}}{2} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} \cdot \dots \cdot \frac{\cancel{99}}{\cancel{98}} \cdot \frac{100}{\cancel{99}} = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$$

112



Si las divisiones que se han hecho entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{46}{15}$ son iguales, ¿qué fracción representa A?



$$\frac{46}{15} - \frac{2}{3} = \frac{46 - 10}{15} = \frac{36}{15} = \frac{12}{5} \text{ es el espacio entre los dos extremos.}$$

$$\frac{5}{6} \text{ de } \frac{12}{5} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{6} = 2 \text{ es el espacio entre } \frac{2}{3} \text{ y la quinta división.}$$

$$A = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

113



¿De qué fracción se trata?

Si sumo 12 al numerador y al denominador, la nueva fracción es el doble que la primera.



Te daré una pista: el numerador es 3.

La fracción buscada es $\frac{3}{x}$, donde x es desconocido.

$$\frac{3 + 12}{x + 12} = 2 \cdot \frac{3}{x} \rightarrow \frac{15}{x + 12} = \frac{6}{x} \rightarrow 15x = 6x + 72 \rightarrow 9x = 72 \rightarrow x = 8$$

La fracción buscada es $\frac{3}{8}$.

114 Pitágoras repartió su colección de triángulos entre sus amigos:

- A Arquímedes le dio la mitad de los triángulos.
- A Tales, la cuarta parte.
- A Euclides, la quinta parte.
- Y a ti te han tocado los siete restantes.

¿Cuántos triángulos tenía Pitágoras?

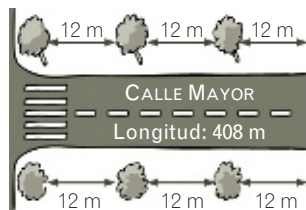
$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20} \text{ del total} = 7 \text{ triángulos}$$

Luego $20 \cdot 7 = 140$ triángulos tenía Pitágoras.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

115 El alcalde de Pueblorrico ha decidido adornar los árboles de la calle Mayor con luces de colores para Navidad.

A la vista de este plano, el alcalde de Pueblorrico ha previsto colocar 25 bombillas de colores en cada árbol de la calle Mayor.



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) ¿Cuántos árboles hay en la calle?
- b) ¿Cuántas bombillas se necesitarán para adornar los árboles?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- c) En la ferretería de Pueblorrico han lanzado esta oferta:

OFERTA DE NAVIDAD

Caja de bombillas de colores:

345 unidades

40€



Estas bombillas son más económicas porque tienen un control de calidad menos exigente. Normalmente, de cada 15 bombillas, una está fundida... Compraremos 100 bombillas más para reposiciones.

¿Cuántas bombillas se van a comprar?

- d) ¿Cuántas cajas se necesitan? ¿Cuál es su precio?

Fracciones

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

e) En un pueblo cercano encuentran la siguiente oferta:

De cada 30 bombillas, una suele estar fundida; las cajas tienen 360 bombillas y su precio es de 50 €. ¿Es mejor esta oferta?

a) $\frac{408}{12} = 34$ espacios hay entre los árboles a cada lado de la calle, luego habrá 35 árboles en cada uno, siendo un total de 70 árboles.

b) $70 \cdot 25 = 1750$ bombillas.

c) $70 \cdot 25 + 100 = 1850$ bombillas se quieren comprar.

d) En cada caja hay:

$\left(1 - \frac{1}{15}\right)$ de 345 = $\left(1 - \frac{1}{15}\right) \cdot 345 = \frac{14}{15} \cdot 345 = 322$ bombillas que funcionan bien.

$\frac{1850}{322} = 5 + \frac{240}{322}$. Se necesitan 6 cajas de bombillas que costarán $6 \cdot 40 = 240$ €.

e) En esta oferta, en cada caja hay:

$\left(1 - \frac{1}{30}\right) \cdot 360 = \frac{29}{30} \cdot 360 = 348$ bombillas que funcionan bien.

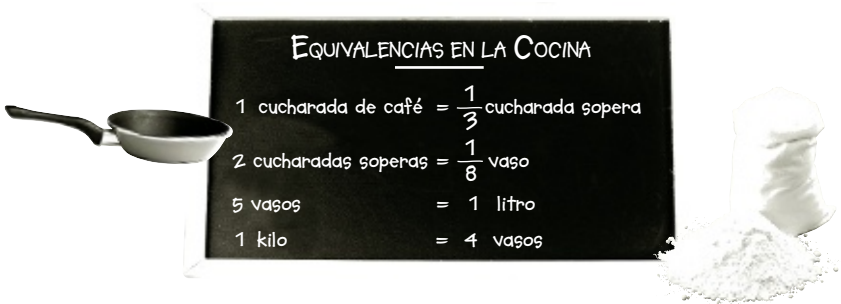
$\frac{1850}{348} = 5 + \frac{110}{348}$. Se necesitan 6 cajas de bombillas, que costarán $6 \cdot 50 = 300$ €.

Por tanto, esta oferta es peor.

116



En el tablón de la cocina de un restaurante se muestran algunas de las equivalencias que se utilizan para las recetas de cocina que preparan cada día.



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

a) ¿A cuántos kilos equivale un vaso? ¿Y a cuántos litros?

b) ¿A cuántos kilos equivale una cucharada sopera? ¿Y a cuántos litros?

c) ¿A cuántos kilos equivale una cucharada de café? ¿Y a cuántos litros?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

d) Para elaborar una tarta de cumpleaños se usan los siguientes ingredientes:

**TARTA DE CUMPLEAÑOS**

6 vasos de harina
 5 vasos de azúcar
 5 vasos y medio de leche
 Medio vaso de licor
 1 cucharada sopera de levadura
 5 cucharadas de café de vainilla

Escribe esta receta en kilogramos y litros.

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

e) Al final he decidido hacer una tarta de chocolate con una receta en la que los ingredientes son similares, y solo hay que añadir 10 cucharadas soperas de cacao. He buscado en la despensa y he encontrado un paquete de 200 g. ¿Tendré suficiente cacao?

$$\text{a) } 1 \text{ vaso} = \frac{1}{4} \text{ kg} = \frac{1}{5} \ell$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 \text{ cucharada sopera} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \text{ de vaso} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \text{ kg} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{80} \ell \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 1 \text{ cucharada de café} &= \frac{1}{3} \text{ de cucharada sopera} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{192} \text{ kg} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{240} \ell \end{aligned}$$

d) Receta en kilogramos y litros:

$$6 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \text{ kg de harina}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \ell \text{ de licor}$$

$$5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ kg de azúcar}$$

$$\frac{1}{64} \text{ kg de levadura}$$

$$\left(5 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{5} \ell = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{11}{10} \ell \text{ de leche}$$

$$5 \cdot \frac{1}{192} = \frac{5}{192} \text{ kg vainilla}$$

$$\text{e) } 10 \text{ cucharadas soperas} = \frac{10}{64} \text{ kg} = 156,25 \text{ g}$$

Como hay 200 g, hay suficiente cacao.