CIRCUNFERENCIAS Y CÍRCULOS

Evaluación A

1. Escribe las definiciones de estos términos.

a) Circunferencia: Línea cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de otro punto llamado centro.

b) Centro de una circunferencia: Punto que se encuentra a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia.

c) Radio: Segmento que une cualquier punto de la circunferencia con el centro.

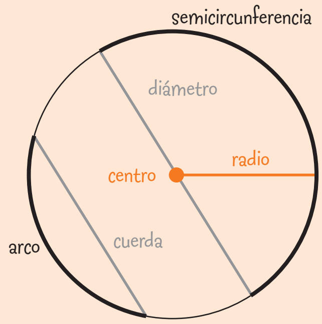
d) Diámetro: Segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro.

e) Cuerda: Segmento que une dos puntos de la circunferencia.

f) Arco: Parte de la circunferencia comprendida entre dos de sus puntos.

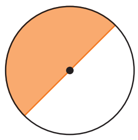
Recuerda

Elementos de una circunferencia:



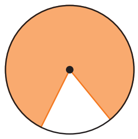
2. Indica el nombre de las siguientes figuras circulares.

a)



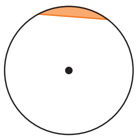
Semicírculo

b)



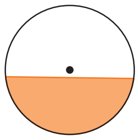
Sector circular

c)



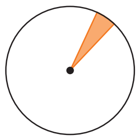
Segmento circular

d)



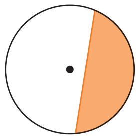
Segmento circular

e)



Sector circular

f)



Segmento circular

Recuerda

Círculo: figura plana formada por una circunferencia y todos los puntos interiores a ella.

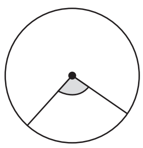
Semicírculo: región del círculo limitada por un diámetro.

Segmento circular: región del círculo limitada por una cuerda y su arco.

Sector circular: región del círculo limitada por dos radios.

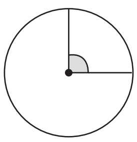
3. Clasifica los siguientes ángulos en la circunferencia en ángulos centrales y ángulos inscritos.

a)



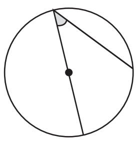
Central

b)



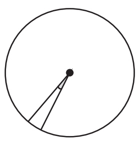
Central

c)



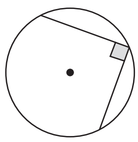
Inscrito

d)



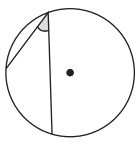
Central

e)



Inscrito

f)



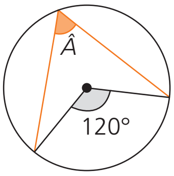
Inscrito

Recuerda

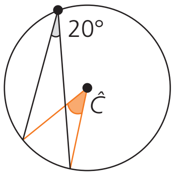
Ángulo central: aquel que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y cuyos lados están determinados por dos radios.

Ángulo inscrito: aquel que tiene su vértice en cualquier punto de la circunferencia y cuyos lados son dos cuerdas de la misma.

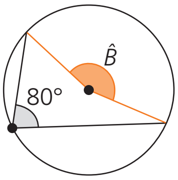
4. Averigua la amplitud del ángulo desconocido.

a)


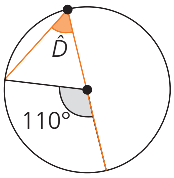
$\hat{A} = 60°$

c)


$\hat{C} = 40°$

b)


$\hat{B} = 160°$

d)


$\hat{D} = 55°$

Recuerda

La medida de cualquier ángulo inscrito es la mitad de la amplitud del ángulo central correspondiente.

5. Indica la posición de cada punto en relación a una circunferencia de 3 cm de radio.

- Un punto que está a 2 cm del centro de la circunferencia es interior a la cirunferencia.
- Un punto que está a 4 cm del centro de la circunferencia es exterior a la cirunferencia.

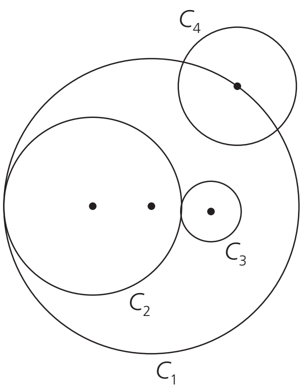
Recuerda

Punto **exterior** a la circunferencia: la distancia del punto al centro es mayor que la longitud del radio.

Punto **sobre** la circunferencia: la distancia del punto al centro es igual que la longitud del radio.

Punto **interior** a la circunferencia: la distancia del punto al centro es menor que la longitud del radio.

6. Indica la posición relativa de cada par de circunferencias.



a) C_2 es tangente interior a C_1.

b) C_1 y C_4 son secantes.

c) C_2 es exterior a C_4.

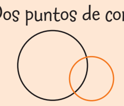
d) C_3 es tangente exterior a C_2.

e) C_3 es interior a C_1.

Recuerda

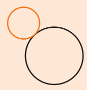
Dos circunferencias pueden ser:

Secantes
Dos puntos de corte

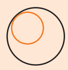


Tangentes
Un punto de corte

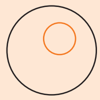
T. exterior



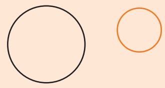
T. interior



Interiores
Sin puntos de corte



Exteriores
Sin puntos de corte



7. Calcula la longitud de una circunferencia de 3 cm de radio y el área del círculo que delimita.

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84$ cm

$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26$ cm^2

Recuerda

Longitud de una circunferencia: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

Área de un círculo: $A = \pi \cdot r^2$

siendo $\pi \approx 3,14$.

8. Halla el número de vueltas que tiene que dar una rueda de 15 cm de radio para avanzar 1 km.

Calculamos la distancia que recorre la rueda en una vuelta.

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 15 = 94,2$ cm $= 0,942$ m

1 km = 1 000 m

1 000 : 0,942 = 1 061,6

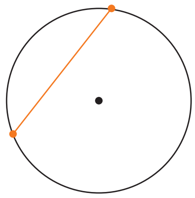
Tiene que dar 1 061,6 vueltas.

Ten en cuenta

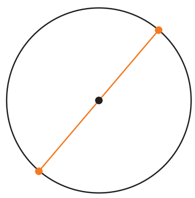
La rueda avanza en cada vuelta una distancia igual a la longitud de una circunferencia de radio igual al de la rueda.

Evaluación B

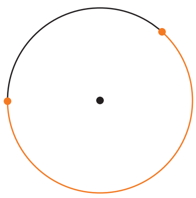
1. Nombra el elemento marcado en naranja en cada circunferencia.

a) 

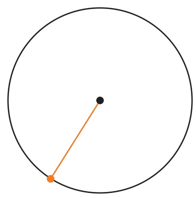
Cuerda

b) 

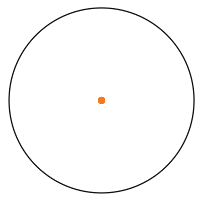
Diámetro

c) 

Arco

d) 

Radio

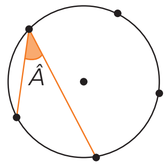
e) 

Centro

2. Indica el nombre de la figura circular descrita.

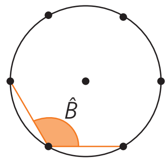
Región del círculo determinado por dos radios que no forman 180°.	Región del círculo limitada por un diámetro.	Región del círculo limitada por una cuerda y su arco.
Sector circular	Semicírculo	Segmento circular

3. Las siguientes circunferencias se han dividido en arcos iguales. Deduce la medida de los ángulos inscritos dibujados.

a) 

Ángulo central $= \dfrac{360°}{5} = 72°$

$\hat{A} = 72° : 2 = 36°$

b) 

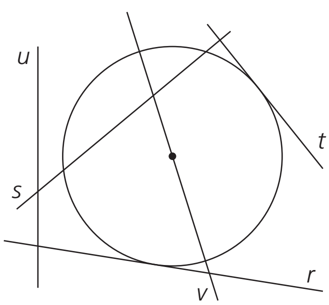
Angulo central $= \dfrac{360°}{6} = 60°$

$\hat{B} = 60° \cdot 4 : 2 = 240° : 2 = 120°$

Ten en cuenta

Si una circunferencia se divide en n arcos iguales, el ángulo central que abarca cada arco mide $\dfrac{360°}{n}$.

4. Indica la posición relativa de cada recta en relación a la circunferencia.



a) v es secante.

b) t es tangente.

c) u es exterior.

d) r es tangente.

e) s es secante.

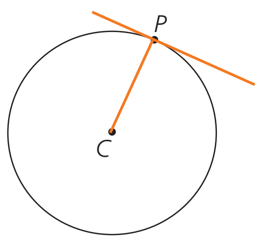
Recuerda

Recta **exterior** a la circunferencia: la distancia de la recta al centro es mayor que la longitud del radio.

Recta **tangente** a la circunferencia: la distancia de la recta al centro es igual que la longitud del radio.

Recta **secante** a la circunferencia: la distancia de la recta al centro es menor que la longitud del radio.

5. Dibuja una recta tangente a la circunferencia de centro C que pase por el punto P.



Ten en cuenta

Para que una recta sea tangente a una circunferencia, el radio que une el centro de la circunferencia con el punto de corte de ambas tiene que ser perpendicular a la recta.

6. Los centros de dos circunferencias están a una distancia de 5 cm. El radio de una de ellas mide 3 cm. ¿Qué medida tiene el radio de la otra si son tangentes exteriores?

Como las circunferencias son tangentes exteriores, la distancia entre los centros tiene que ser igual a la suma de los radios.

$5 = 3 + x \rightarrow x = 2$ cm

Ten en cuenta

Si dos circunferencias son tangentes exteriores, la distancia entre sus centros es igual a la suma de sus radios.

7. Calcula la longitud de estas circunferencias y el área del círculo que delimitan.

a) Circunferencia de 4 cm de radio

b) Circunferencia de 12 cm de diámetro

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12$ cm

$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24$ cm^2

b) $r = 12 : 2 = 6$ cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68$ cm

$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04$ cm^2

8. Halla la longitud del arco y el área del sector circular delimitados por dos radios de 4 m que forman un ángulo de 36°.

$$L = \frac{n° \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360°} = \frac{36° \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 4}{360°} = 2,512 \text{ m}$$

$$A = \frac{n° \cdot \pi \cdot r^2}{360°} = \frac{36° \cdot 3,14 \cdot 4^2}{360°} = 5,024 \text{ m}^2$$

Recuerda

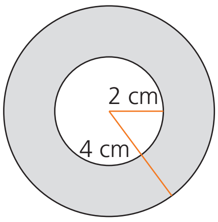
La **longitud de un arco** de radio r y $n°$ de amplitud es:

$$L = \frac{n° \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360°}$$

El **área de un sector circular** de radio r y $n°$ de amplitud es:

$$A = \frac{n° \cdot \pi \cdot r^2}{360°}$$

9. Calcula el área de esta figura circular.



Calculamos el área del círculo grande.

$A_{C\ grande} = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24$ cm^2

Hallamos el área del círculo pequeño.

$A_{C\ pequeño} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56$ cm^2

Restamos las áreas para calcular el área de la corona circular.

$A_{Corona} = 50,24 - 12,56 = 37,68$ cm^2

Ten en cuenta

El área de una corona circular es el área del círculo de mayor radio, R, menos la del círculo de menor radio, r.

10. Determina el área de un círculo inscrito en un cuadrado de 4 cm de lado.

Como la longitud del lado del cuadrado es 4 cm, el radio del círculo mide 2 cm.

$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56$ cm^2

Ten en cuenta

El radio del círculo inscrito en un cuadrado mide la mitad del lado del cuadrado.

Evaluación C

1. **Contesta a estas preguntas razonadamente.**

a) ¿Cuál es la mayor distancia entre dos puntos de una circunferencia de 4 cm de radio?

La cuerda de mayor tamaño es el diámetro. Luego la distancia mayor son 8 cm.

b) ¿Cuál es la posición relativa de un punto que dista 4 cm del centro de una circunferencia de 5 m de radio?

El punto es interior a la circunferencia ya que está a menor distancia de lo que mide el radio.

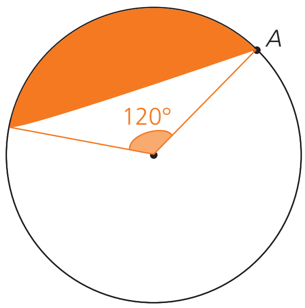
c) ¿Cuál es la distancia de cualquier punto de una circunferencia de 2,8 cm de diámetro al centro?

1,4 cm. La distancia es igual al radio que es la mitad del diámetro: 2,8 : 2 = 1,4 cm.

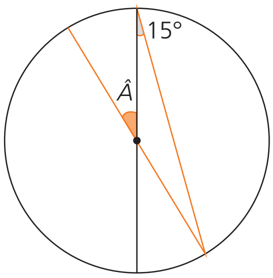
d) Un segmento de 3 cm de longitud que une dos puntos de una circunferencia de 2 cm de radio, ¿pasa por el centro de la circunferencia?

No, para pasar por el centro tendría que ser un diámetro y medir el doble que el radio.

2. **Dibuja un segmento circular donde uno de los extremos sea el punto *A* y el arco se corresponda con el que abarca un ángulo central de 120°.**



3. **Deduce razonadamente la amplitud del ángulo $\hat{A}$.**

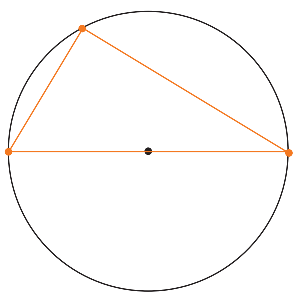


El ángulo central opuesto a $\hat{A}$ y el ángulo inscrito de 15° abarcan el mismo arco. Por tanto ese ángulo central mide 30°

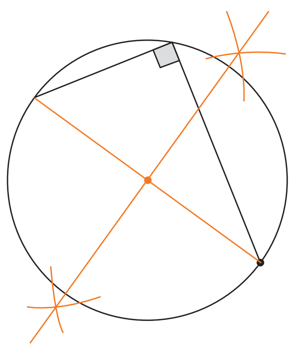
El ángulo $\hat{A}$ mide lo mismo que el ángulo central anterior por ser opuestos por el vértice. Por tanto, $\hat{A}$ mide 30°.

4. **Dibuja el elemento indicado en cada caso.**

a) Un ángulo inscrito de 90°



b) El centro de la circunferencia



Ten en cuenta

A un ángulo central llano le corresponde un ángulo inscrito recto.

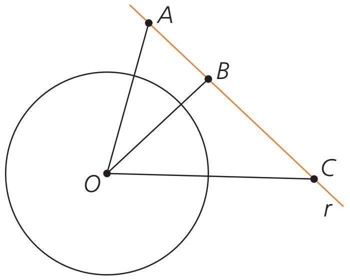
5. Una circunferencia de 6 cm de radio contiene en su interior a otra de 2 cm de radio. ¿A qué distancia deben estar sus centros para que esta última sea tangente interior a la primera?

Para que la circunferencia de 2 cm de radio sea tangente interior a otra de 6 cm, la distancia entre sus centros debe ser igual a la diferencia entre los radios. Por tanto, la distancia entre los centros es 6 – 2 = 4 cm.

Ten en cuenta

Para que dos circunferencias sean tangentes interiores, la distancia entre sus centros tiene que ser igual a la diferencia de sus radios.

6. Indica cuál de estos segmentos sirven para medir la distancia de la recta *r* al centro de la circunferencia, *O*.



Ten en cuenta

La distancia de un punto a una recta se mide sobre la perpendicular a la recta que pasa por el punto.

El segmento *OB* es la distancia del centro de la circunferencia a la recta *r*.

7. Calcula el área de un círculo delimitado por una circunferencia de 37,68 m de longitud.

Calculamos el radio de la circunferencia aplicando la fórmula de la longitud de la circunferencia.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow 37{,}68 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \rightarrow r = \frac{37{,}68}{2 \cdot 3{,}14} = 6 \text{ m}$$

Hallamos el área del círculo de 6 m de radio: $A = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 6^2 = 113{,}04 \text{ m}^2$

8. Halla el perímetro y el área de un semicírculo cuyo diámetro mide 12 cm.

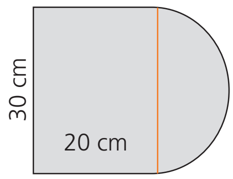
El perímetro de un semicírculo es la mitad de la longitud de la circunferencia de radio 12 : 2 = 6 cm más el diámetro de la circunferencia.

$$L_{\text{Semicírculo}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \pi \cdot r = 3{,}14 \cdot 6 = 18{,}84 \text{ cm}; \; P = 18{,}84 + 12 = 30{,}84 \text{ cm}$$

El área del semicírculo es la mitad del círculo de radio 6 cm.

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 6^2}{2} = 56{,}52 \text{ cm}^2$$

9. Calcula el perímetro y el área de esta figura.



$$L_{\text{Semicírculo}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \pi \cdot r = 3{,}14 \cdot 15 = 47{,}1 \text{ cm}$$

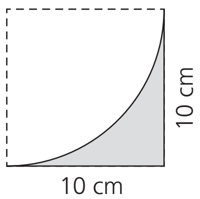
$$P = 20 \cdot 2 + 30 + 47{,}1 = 117{,}1 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 20 \cdot 30 = 600 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 15^2}{2} = 353{,}25 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Figura}} = 600 + 353{,}25 = 953{,}25 \text{ cm}^2$$

10. Averigua el área de esta figura.



$$A_{\text{Cuadrado}} = l^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 10^2}{4} = 78{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Figura}} = 100 - 78{,}5 = 21{,}5 \text{ cm}^2$$

Evaluación D

1. **Escribe la definición de estos términos.**

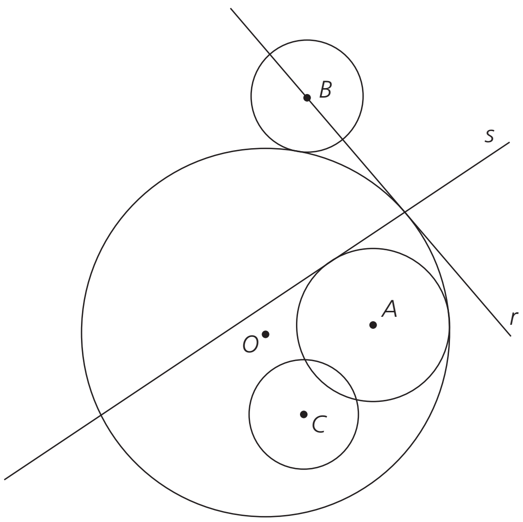
a) Punto interior a una circunferencia:
Punto que está a una distancia del centro de la circunferencia menor que el radio.

b) Sector circular:
Región del círculo limitada por dos radios y el arco comprendido entre ellos.

c) Segmento circular:
Región del círculo limitada por una cuerda y el arco de circunferencia comprendido entre sus extremos.

d) Ángulo inscrito en una circunferencia:
Ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia.

2. **Indica la posición relativa de estos elementos.**



a) El punto *O* y la circunferencia de centro *A*.
El punto *O* es exterior a la circunferencia.

b) La recta *s* y la circunferencia de centro *A*.
La recta *s* es tangente a la circunferencia.

c) Las circunferencias de centros *A* y *C*.
Son secantes.

d) Las circunferencias de centros *B* y *O*.
Son tangentes exteriores.

e) La recta *r* y la circunferencia de centro *B*.
La recta *r* es secante a la circunferencia.

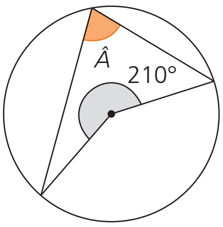
f) El punto *A* y la circunferencia de centro *O*.
El punto *A* es interior a la circunferencia.

g) La recta *r* y la circunferencia de centro *C*.
La recta *r* es exterior a la circunferencia.

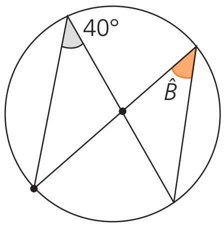
h) Las circunferencias de centro *O* y *A*.
Son tangentes interiores.

3. **Deduce la amplitud del ángulo desconocido.**

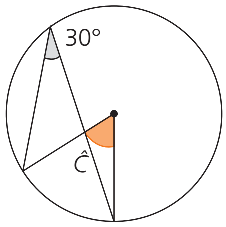
a)



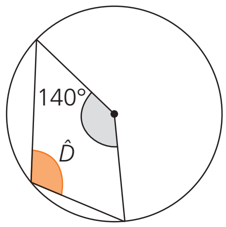
b)



c)

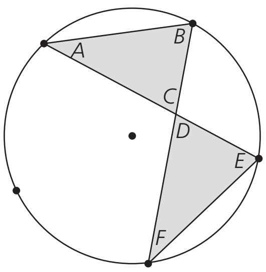


d)



$\hat{A} = (360° - 210°) : 2 = 75°$ $\quad \hat{B} = 40°$ $\quad \hat{C} = 30° \cdot 2 = 60°$ $\quad \hat{D} = (220°) : 2 = 110°$

4. **Esta circunferencia está dividida en cinco arcos iguales. Averigua razonadamente la amplitud de los ángulos de los dos triángulos dibujados.**



Cada arco se corresponde con un ángulo central de $360° : 5 = 72°$.

Los ángulos inscritos $\hat{B}$ y $\hat{E}$ son iguales porque abarcan el mismo arco, correspondiente a un ángulo central de $72° \cdot 2 = 144°$. Así: $\hat{B} = \hat{E} = 72°$

Los ángulos inscritos $\hat{A}$ y $\hat{F}$ son iguales, y abarcan un arco correspondiente a un ángulo central de 72°. Por tanto: $\hat{A} = \hat{F} = 36°$

$\hat{C}$ y $\hat{D}$ son iguales por ser opuestos por el vértice y tienen que sumar 180° con los otros dos ángulos del triángulo. Así: $\hat{C} = \hat{D} = 180° - (72° + 36°) = 72°$

5. **Indica la posición relativa de las circunferencias en cada caso.**

a) Los radios de las circunferencias miden 4 cm y 6 cm, y la distancia entre sus centros es de 10 cm.
Son circunferencias tangentes exteriores.

b) La distancia entre los centros de las circunferencias es 7 cm y los radios miden 3 cm y 1 cm, respectivamente.
Son circunferencias externas.

c) Los radios de las circunferencias miden 4 cm y 3 cm, y la distancia entres sus centros 2 cm.
Son circunferencias secantes.

d) La distancia entre los centros es 4 cm y sus radios miden 6 cm y 2 cm, respectivamente.
Son circunferencias tangentes interiores.

6. **Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo que delimita. Expresa los resultados redondeando a centímetros y centímetros cuadrados, respectivamente.**

a) Circunferencia de 18 cm de diámetro. **b)** Circunferencia de 40 mm de radio.

a) $r = 18 : 2 = 9$ cm
$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9 = 56{,}52 \text{ cm} \approx 57 \text{ cm}$
$A = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 9^2 = 254{,}34 \text{ cm}^2 \approx 254 \text{ cm}^2$

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 40 = 251{,}2 \text{ mm} = 25{,}12 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}$
$A = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 40^2 = 5\,024 \text{ mm}^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2 \approx 50 \text{ cm}^2$

7. **Halla el área de un sector circular de 60° de amplitud sabiendo que el arco que lo determina mide 12,56 m.**

Calculamos el radio aplicando la fórmula de la longitud de un arco de circunferencia.

$$L = \frac{n^\circ \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ} \rightarrow 12{,}56 = \frac{60 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot r}{360} \rightarrow r = 12 \text{ m}$$

Hallamos el área del sector circular: $A = \dfrac{n^\circ \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ} = \dfrac{60 \cdot 3{,}14 \cdot 12^2}{360} = 75{,}36 \text{ m}^2$

8. **Alrededor de una piscina circular de 3 m de diámetro queremos colocar una franja de 50 cm de ancho de césped. ¿Cuántos metros cuadrados de césped tenemos que plantar?**

Hallamos el área del círculo grande formado por la piscina y el césped.

50 cm = 0,5 m; $A_{C\ grande} = \pi \cdot R^2 = 3{,}14 \cdot (1{,}5 + 0{,}5)^2 = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56 \text{ m}^2$

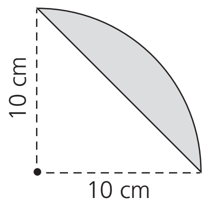
Calculamos el área de la piscina: $A_{C\ pequeño} = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 = 7{,}065 \text{ m}^2$

Restamos las áreas para calcular el área de la zona de césped (corona circular).

$A_{Césped} = 12{,}56 - 7{,}065 = 5{,}495 \text{ m}^2$

Tenemos que plantar 5,495 m² de césped.

9. **Calcula el área de la siguiente figura.**



$$A_{Sector\ circular} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 10^2}{4} = 78{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_{Triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_{Figura} = 78{,}5 - 50 = 28{,}5 \text{ cm}^2$$

10. **En una quesería envasan los quesos de base circular de 8 cm de radio en cajas de base cuadrada de 16 cm de lado. ¿Qué superficie de la base de la caja queda sin cubrir?**

$A_{Círculo} = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 8^2 = 200{,}96 \text{ cm}^2$
$A_{Cuadrado} = l^2 = 16^2 = 256 \text{ cm}^2$
$256 - 200{,}96 = 55{,}04 \text{ cm}^2$
Quedan sin cubrir 55,04 cm² de la base de la caja.