PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

Evaluación A

1. Expresa en la unidad de medida indicada.

a) 3 m = 300 cm

b) 0,4 km = 400 m

c) 450 mm = 0,45 m

d) 0,4 hm = 0,04 km

> **Recuerda**
>
> Unidades de longitud del sistema métrico decimal
>
> km $\xrightarrow{\cdot 10}$ hm $\xrightarrow{\cdot 10}$ dam $\xrightarrow{\cdot 10}$ m $\xrightarrow{\cdot 10}$ dm $\xrightarrow{\cdot 10}$ cm $\xrightarrow{\cdot 10}$ mm
>
> km $\xleftarrow{:10}$ hm $\xleftarrow{:10}$ dam $\xleftarrow{:10}$ m $\xleftarrow{:10}$ dm $\xleftarrow{:10}$ cm $\xleftarrow{:10}$ mm

2. Escribe qué unidad es la más apropiada para expresar estas medidas.

a) La longitud de una piscina. Metros

b) El grosor de una moneda. Milímetros

c) La distancia entre dos pueblos. Kilómetros

d) El ancho de este cuaderno. Centímetros

3. Completa las siguientes equivalencias.

a) 8 m² = 800 dm²

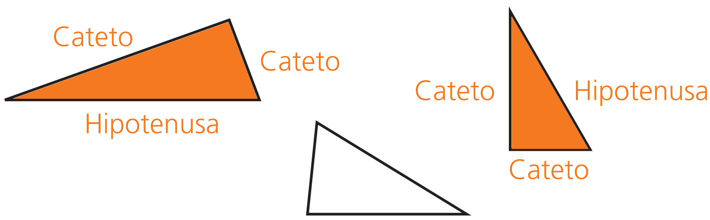
b) 20 mm² = 0,2 cm²

c) 6 000 m² = 0,6 hm²

d) 1,2 ha = 12 000 m²

> **Recuerda**
>
> Unidades de superficie del sistema métrico decimal
>
> km² $\xrightarrow{\cdot 100}$ hm² $\xrightarrow{\cdot 100}$ dam² $\xrightarrow{\cdot 100}$ m² $\xrightarrow{\cdot 100}$ dm² $\xrightarrow{\cdot 100}$ cm² $\xrightarrow{\cdot 100}$ mm²
>
> km² $\xleftarrow{:100}$ hm² $\xleftarrow{:100}$ dam² $\xleftarrow{:100}$ m² $\xleftarrow{:100}$ dm² $\xleftarrow{:100}$ cm² $\xleftarrow{:100}$ mm²
>
> Para expresar la superficie también se emplea la hectárea (ha).
>
> 1 ha = 1 hm² = 10 000 m²

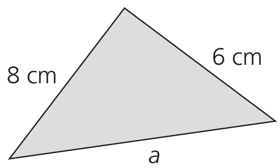
4. Colorea los triángulos rectángulos e indica qué lados son los catetos y cuál la hipotenusa.



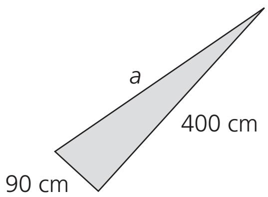
> **Recuerda**
>
> Un **triángulo rectángulo** es el que tiene un ángulo recto. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos, y el lado opuesto al ángulo de 90°, **hipotenusa.**

5. Calcula la medida de la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos.

a)



b)



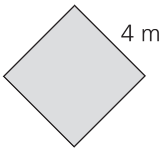
> **Recuerda**
>
> **Teorema de Pitágoras.** En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.
>
> $a^2 = b^2 + c^2$

a) $a^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ $\quad a = \sqrt{100} = 10$ cm

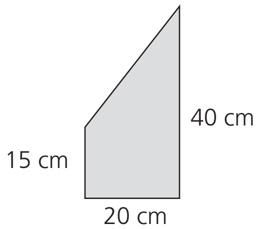
b) $a^2 = 400^2 + 90^2 = 160\,000 + 8\,100 = 168\,100$ $\quad a = \sqrt{168\,100} = 410$ mm

6. Halla el área de los siguientes cuadriláteros.

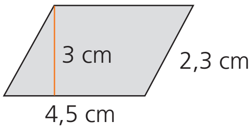
a)



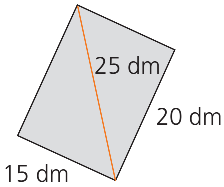
c)



b)



d)



Recuerda

Área del cuadrado $A = l^2$

Área del rectángulo $A = b \cdot h$

Área del romboide $A = b \cdot h$

Área del rombo $A = \dfrac{D \cdot d}{2}$

Área del trapecio $A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2}$

a) $A = l^2 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}^2$

b) $A = b \cdot h = 4{,}5 \cdot 3 = 13{,}5 \text{ cm}^2$

c) $A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} = \dfrac{(40 + 15) \cdot 20}{2} = \dfrac{55 \cdot 20}{2} = 550 \text{ cm}^2$

d) $A = 15 \cdot 20 = 300 \text{ dm}^2$

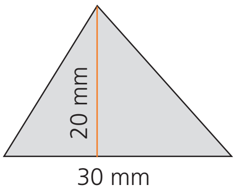
7. Calcula la medida del lado de un cuadrado cuya área es de 9 cm².

El área de un cuadrado es igual a su lado elevado al cuadrado.

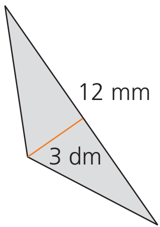
$A = l^2 = 9 \text{ cm}^2 \rightarrow l = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$

8. ¿Cuál es el área de estos triángulos?

a)



b)



Recuerda

Área del triángulo $A = \dfrac{B \cdot b}{2}$

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{30 \cdot 20}{2} = 300 \text{ mm}^2$

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{3 \cdot 12}{2} = 18 \text{ dm}^2$

9. Halla el área de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 9 cm y 12 cm.

Si tomamos como base el cateto de 9 cm de longitud. Entonces la altura es la longitud del otro cateto, 12 cm.

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$

Ten en cuenta

En un triángulo rectángulo, si tomamos como base uno de los catetos, la altura es el otro cateto.

10. En un jardín hay un terreno rectangular de 5 m de largo y 2,5 m de ancho. Se quiere rellenar de gravilla roja excepto un cuadrado central de 1,5 m de lado donde se colocarán plantas. ¿Cuántos metros cuadrados se van a rellenar de gravilla?

Calculamos el área del terreno rectangular: $A_{\text{Terreno}} = b \cdot h = 5 \cdot 2{,}5 = 12{,}5 \text{ m}^2$

Hallamos el área del cuadrado central: $A_{\text{Cuadrado}} = 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25 \text{ m}^2$

$12{,}5 - 2{,}25 = 10{,}25 \text{ m}^2$

Se van a rellenar de gravilla 10,25 m².

Evaluación B

1. Ordena las siguientes medidas de menor a mayor.

30 cm	1,2 m	0,48 dm	60 mm

Ten en cuenta

La comparación de medidas puede resultar más fácil si se expresan todas en la misma unidad.

Expresamos las medidas en la misma unidad.

30 cm = 300 mm   1,2 m = 1 200 mm   0,48 dm = 48 mm

48 mm < 60 mm < 300 mm < 1 200 mm → 0,48 dm < 60 mm < 30 cm < 1,2 m

2. Realiza los cambios de unidad propuestos y relaciona cada medida con una de las superficies descritas.

$0{,}1\ \text{dam}^2 = \boxed{10}\ \text{m}^2$ • → • Habitación

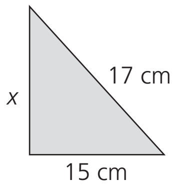
$4\,600\ \text{mm}^2 = \boxed{46}\ \text{cm}^2$ • → • Tarjeta de visita

$0{,}000\,12\ \text{hm}^2 = \boxed{1{,}2}\ \text{m}^2$ • → • Tablero de una mesa

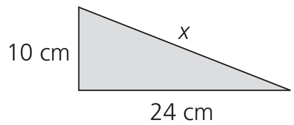
$0{,}1\ \text{ha} = \boxed{1\,000}\ \text{m}^2$ • → • Parcela de una vivienda

3. Calcula la medida del lado desconocido en los siguientes triángulos rectángulos.

a)



b)



Ten en cuenta

Para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo:

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$

Para calcular uno de los catetos:

$b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$

$c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2}$

a) Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$x^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 \rightarrow x = \sqrt{64} = 8$ cm

b) Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$x^2 = 10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 \rightarrow x = \sqrt{676} = 26$ cm

4. Indica, sin dibujarlos, si se puede construir un triángulo rectángulo con estas medidas.

a) 6 cm, 10 cm y 8 cm

$10^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow 100 = 64 + 36 \rightarrow$ Es posible.

b) 12 cm, 14 cm y 10 cm

$14^2 \neq 12^2 + 10^2 \rightarrow 196 \neq 144 + 100 \rightarrow$ No es posible.

c) 73 cm, 55 cm y 48 cm

$73^2 = 55^2 + 48^2 \rightarrow 5\,329 = 3\,025 + 2\,304 \rightarrow$ Es posible.

Ten en cuenta

Un triángulo es rectángulo si el mayor de sus lados elevado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

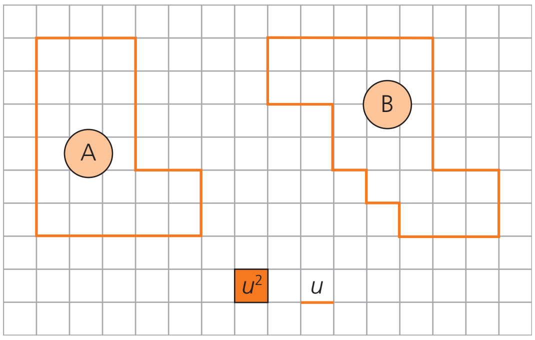
5. Se construye un marco rectangular cuyas dimensiones son 77 cm de largo y 36 cm de ancho, y la diagonal mide 85 cm. ¿Podemos asegurar que las esquinas del marco están en ángulo recto?

Para que estén en ángulo recto, los dos lados del marco y la diagonal tienen que formar un triángulo rectángulo.

$85^2 = 77^2 + 36^2 \rightarrow 7\,225 = 5\,929 + 1\,296$

Las esquinas forman ángulo recto.

6. Indica el área y el perímetro de las siguientes figuras utilizando como unidad de superficie el cuadrado de la cuadrícula (u^2), y como unidad de longitud, su lado (u).



Recuerda

El **perímetro** de una figura plana es la suma de las medidas de sus lados.

FIGURA A

Área = 22 u^2

Perímetro = 22 u

FIGURA B

Área = 23 u^2

Perímetro = 26 u

7. Calcula el área de las siguientes figuras.

a) Un rectángulo de 12,5 m de base y 80 cm de altura.

80 cm = 0,8 m

$A = b \cdot h = 12{,}5 \cdot 0{,}8 = 10\ \text{m}^2$

b) Un rombo cuyas diagonales miden 40 cm y 0,35 m.

0,35 m = 35 cm

$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{40 \cdot 35}{2} = 700\ \text{cm}^2$

c) Un trapecio cuya base mayor mide 8 cm, la base menor 40 mm y la altura 0,12 m.

40 mm = 4 cm 0,12 m = 12 cm

$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(8 + 4) \cdot 12}{2} = 72\ \text{cm}^2$

Ten en cuenta

Para calcular el área de una figura es necesario que todas las medidas estén expresadas en la misma unidad.

8. Halla el área de un cuadrado que tiene un perímetro de 48 m.

Primero calculamos la medida del lado: $48 = 4l \rightarrow l = 48 : 4 = 12$ cm

$A = l^2 = 12^2 = 144\ \text{cm}^2$

Ten en cuenta

En un cuadrado de lado l, el perímetro es $4l$, y el área, l^2.

9. Calcula el área de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 10 cm y cuyo lado desigual es de 12 cm.

Consideramos la altura del triángulo tomando como base el lado desigual.

Calculamos su longitud aplicando el teorema de Pitágoras.

$h^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow h = \sqrt{64} = 8$ cm

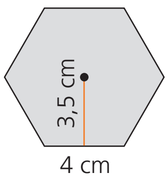
$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48\ \text{cm}^2$

Ten en cuenta

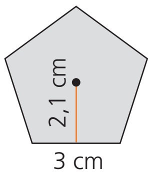
La altura de un triángulo isósceles, tomando como base el lado desigual, coincide con la mediatriz de ese lado y lo divide en dos partes iguales.

10. Halla el área de estos polígonos regulares.

a)



b)



a) $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3{,}5}{2} = 42\ \text{cm}^2$

b) $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2{,}1}{2} = 15{,}75$ cm

Recuerda

Área de un polígono regular

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

La **apotema,** a, es la distancia del centro del polígono regular al punto medio de cualquiera de sus lados.

Evaluación C

1. Calcula y expresa el resultado en la unidad de medida indicada.

a) 30 cm + 55 mm + 2,1 dm en centímetros.

55 mm = 5,5 cm   2,1 dm = 21 cm

30 cm + 5,5 cm + 21 cm = 56,5 cm

b) 0,85 km + 23 hm + 12 m en metros.

0,85 km = 850 m   23 hm = 2 300 m

850 m + 2 300 m + 12 = 3 162 m

Ten en cuenta

Para operar con medidas tienen que estar expresadas en la misma unidad.

2. Ordena estas superficies de mayor a menor.

0,3 km^2	3 000 m^2	3 ha	300 000 dm^2	30 000 000 mm^2

0,3 km^2 = 300 000 m^2 3 ha = 30 000 m^2 300 000 dm^2 = 3 000 m^2 30 000 000 mm^2 = 30 m^2

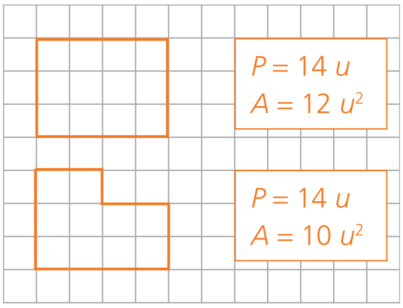
300 000 m^2 > 30 000 m^2 > 3 000 m^2 = 3 000 m^2 > 30 m^2

0,03 km^2 > 3 ha > 3 000 m^2 = 300 000 dm^2 > 30 000 000 mm^2

3. Dibuja.

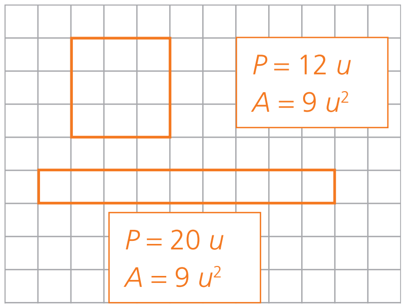
a) Dos polígonos con el mismo perímetro y distinta superficie.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



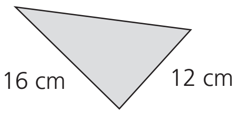
b) Dos polígonos con la misma superficie y distinto perímetro.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



4. Calcula el perímetro y el área de los siguientes triángulos rectángulos.

a)

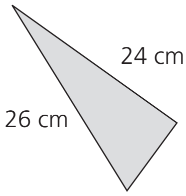


$x = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20$ cm

$P = 16 + 12 + 20 = 48$ cm

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$

b)



$x = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{100} = 10$ cm

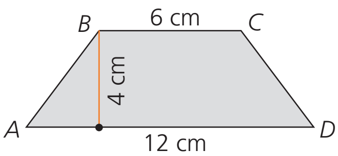
$P = 26 + 24 + 10 = 60$ cm

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ cm}^2$

Ten en cuenta

Aplica el teorema de Pitágoras para calcular el lado que falta.

5. Averigua el área y el perímetro de este trapecio isósceles.



12 − 6 = 6 cm   6 : 2 = 3 cm

$AB = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm} \rightarrow P = 12 + 6 + 5 + 5 = 28$ cm

$A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} = \dfrac{(12 + 6) \cdot 4}{2} = 36 \text{ cm}^2$

6. Calcula el área y el perímetro de un triángulo equilátero de 4 cm de lado. Utiliza la calculadora para calcular la altura y redondea el resultado a las décimas.

La altura divide al triángulo en dos triángulos rectángulos cuya base es la mitad de uno de los lados.

Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura.

$h^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \rightarrow h = \sqrt{12} \approx 3{,}5 \text{ cm}^2$

$A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot 3{,}5}{2} = 7 \text{ cm}^2$

Ten en cuenta

En un triángulo equilátero la altura divide a la base en dos segmentos iguales.

7. Determina el área y el perímetro de un rombo cuya diagonal mayor mide 8 cm, y el lado, 5 cm.

$P = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$

Para calcular el área necesitamos conocer la diagonal menor.

Las diagonales dividen al rombo en 4 triángulos rectángulos iguales, cuya hipotenusa es el lado del rombo, y uno de los catetos, la mitad de la diagonal mayor. El otro cateto es la mitad de la diagonal menor. Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$x = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$

Entonces, la diagonal menor mide $2 \cdot 3 = 6$ cm.

$A = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$

Ten en cuenta

Las diagonales de un rombo son perpendiculares y se cortan en su punto medio, formando cuatro triángulos rectángulos.

8. Calcula el perímetro de un rectángulo que tiene una superficie de 32 m² y uno de sus lados mide 8 m.

El área del rectángulo es $A = b \cdot h$. Entonces: $32 = 8 \cdot x \rightarrow x = 32 : 8 = 4$ cm

Los lados del rectángulo miden 8 cm y 4 cm.

$P = 8 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 24 \text{ cm}$

9. Halla el perímetro y el área de un hexágono regular de 3,5 cm de apotema, inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio.

Sabemos que la longitud del radio de la circunferencia coincide con la medida del lado del hexágono. Entonces:
$P = 6 \cdot l = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$

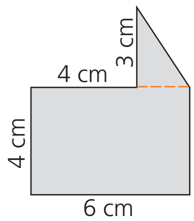
$A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{24 \cdot 3{,}5}{2} = \dfrac{84}{2} = 42 \text{ cm}^2$

Ten en cuenta

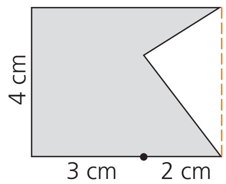
El hexágono regular es el único polígono en el que la medida del lado coincide con el radio de la circunferencia circunscrita.

10. Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



b)



Recuerda

El área de una figura plana compuesta se puede calcular descomponiendo la figura en otras cuyas áreas sean conocidas.

a)

$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Total}} = 24 + 3 = 27 \text{ cm}^2$

b)

$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Total}} = 20 - 4 = 16 \text{ cm}^2$

Evaluación D

1. Completa escribiendo la unidad o la cantidad según corresponda.

a) 300 cm = 3 $\boxed{\text{m}}$

b) 2,6 km = $\boxed{2\,600}$ m

c) 0,4 km = 4 $\boxed{\text{hm}}$

d) 0,04 m = $\boxed{40}$ mm

e) 320 mm = 0,32 $\boxed{\text{m}}$

f) 1 200 cm = $\boxed{120}$ dm

g) 0,5 km = 50 $\boxed{\text{dam}}$

h) 230 mm = $\boxed{2{,}3}$ dm

i) 0,004 hm = 40 $\boxed{\text{cm}}$

2. Opera y expresa el resultado en la unidad de medida indicada.

a) 0,2 km² + 3 ha + 1 200 m² en metros cuadrados

200 000 m² + 30 000 m² + 1 200 m² = 231 200 m²

b) 18 cm² – 150 mm² en centímetros cuadrados

18 cm² – 1,5 cm² = 16,5 cm²

3. Realiza los cambios de unidad propuestos y relaciona cada medida con una de las superficies.

3 000 dam² = $\boxed{30}$ hm² •

0,003 m² = $\boxed{30}$ cm² •

19 600 cm² = $\boxed{1{,}96}$ m² •

90 000 000 mm² = $\boxed{90}$ m² •

• Un mantel

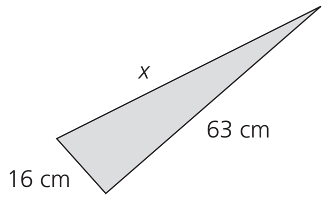
• Un piso

• Una hoja de árbol

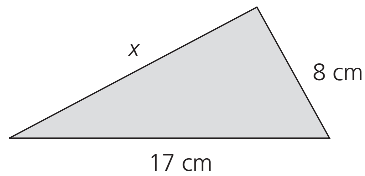
• Una finca

4. Calcula el lado desconocido de cada triángulo.

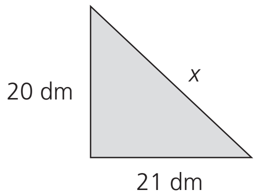
a)



b)



c)



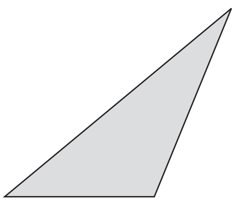
a) $x^2 = 63^2 + 16^2 = 3969 + 256 = 4\,225 \rightarrow x = \sqrt{4\,225} = 65$ mm

b) $x^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225 \rightarrow x = \sqrt{225} = 15$ mm

c) $x^2 = 21^2 + 20^2 = 441 + 400 = 841 \rightarrow x = \sqrt{841} = 29$ mm

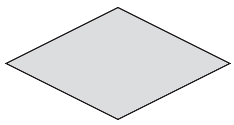
5. Toma medidas y calcula el área de estos polígonos.

a)



b)

c)

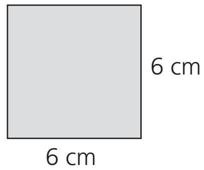


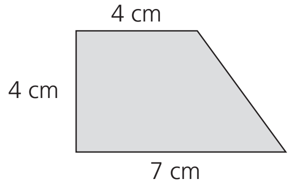
$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 2{,}5}{2} = 2{,}5 \text{ cm}^2$

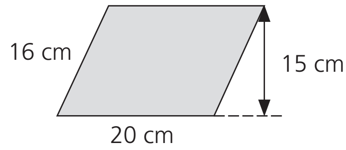
$A = b \cdot h = 3{,}5 \cdot 2 = 7 \text{ cm}^2$

$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{3 \cdot 1{,}5}{2} = 2{,}25 \text{ cm}^2$

6. Halla el perímetro y el área de las siguientes figuras.

a) 

b) 

c) 

a) $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 6 = 24$ cm $\qquad A = l^2 = 6^2 = 36$ cm^2

b) $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25} = 5$ cm

$P = 7 + 4 + 4 + 5 = 20$ cm $\qquad A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} = \dfrac{(7 + 4) \cdot 4}{2} = 22$ cm^2

c) $P = 20 \cdot 2 + 16 \cdot 2 = 40 + 32 = 72$ cm $\qquad A = b \cdot h = 20 \cdot 15 = 300$ cm^2

7. Calcula.

a) El área de un hexágono regular de 12 cm de lado cuya apotema mide 10,4 cm.

$A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 12 \cdot 10{,}4}{2} = 374{,}4$ cm^2

b) El perímetro de un cuadrado de 25 m^2 de área.

Calculamos la medida del lado: $A = l^2 = 25 \rightarrow l = \sqrt{25} = 5$ m $\qquad P = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 = 20$ cm

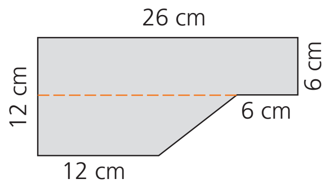
c) El área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 80 cm y tiene un perímetro de 180 cm.

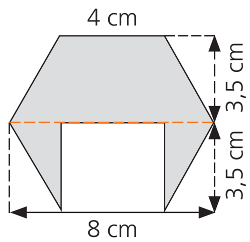
$x + x + 80 = 180 \rightarrow 2x = 100 \rightarrow x = 50$ cm

Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo.

$h^2 = 50^2 - 40^2 = 2\,500 - 1\,600 = 900 \rightarrow h = \sqrt{900} = 30$ cm $\qquad A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{80 \cdot 30}{2} = 1\,200$ cm^2

8. Halla el área de estas figuras.

a) 

b) 

$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 26 \cdot 6 = 156$ cm^2

$A_{\text{Trapecio}} = \dfrac{(B + b) \cdot 6}{2} = \dfrac{(20 + 12) \cdot 6}{2} = 96$ cm^2

$A_{\text{Total}} = 156 + 96 = 252$ cm^2

$A_{\text{Trapecio}} = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} = \dfrac{(8 + 4) \cdot 3{,}5}{2} = 21$ cm^2

$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 4 \cdot 3{,}5 = 14$ cm^2

$A_{\text{Total}} = 2 \cdot 21 - 14 = 28$ cm^2

9. Un terreno rectangular mide 30 m de largo y 25 m de ancho. Si el metro cuadrado cuesta 120 €, ¿cuál es su precio?

$A_{\text{Terreno}} = b \cdot h = 30 \cdot 25 = 750$ m^2 $\qquad 750 \cdot 120 = 90\,000$

El precio del terreno es 90 000 €.

10. Para ir de un punto a otro de un parque hay que caminar 900 m en línea recta por un sendero y luego coger otro perpendicular a él durante 1,2 km. ¿Qué distancia recortaríamos si cruzáramos el parque en línea recta para ir de un punto a otro?

La distancia de un punto a otro es la hipotenusa del triángulo cuyos catetos son los senderos.

Recorriendo los catetos caminamos: 900 m + 1,2 km = 900 m + 1 200 m = 2 100 m

Si vamos por la hipotenusa andamos: $x = \sqrt{900^2 + 1\,200^2} = 1\,500$ m

Recortaríamos 2 100 − 1 500 = 600 m.