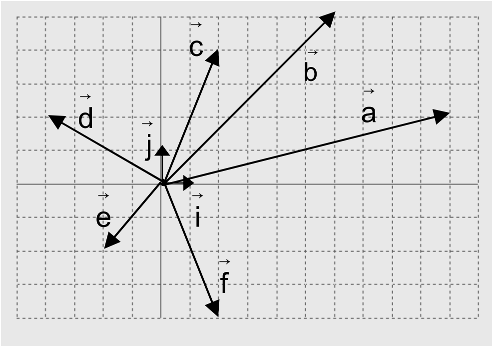
55 EJERCICIOS DE VECTORES

1. **a)** Representar en el mismo plano los vectores:

$\vec{a}=(3,1)$ $\vec{b}=(-1,5)$ $\vec{c}=(2,-4)$ $\vec{d}=(-3,-1)$ $\vec{i}=(1,0)$ $\vec{j}=(0,1)$ $\vec{e}=(3,0)$ $\vec{f}=(0,-5)$

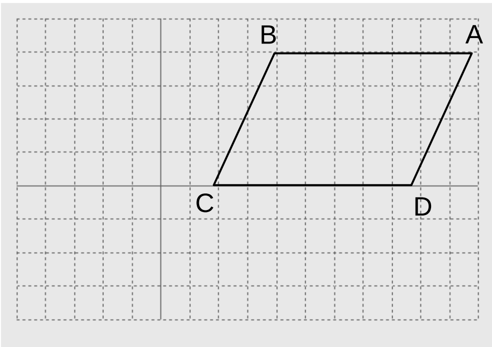
b) Escribir las coordenadas de los vectores fijos de la figura adjunta (puede hacerse en este cuaderno):



2. **a)** Dibujar dos vectores de origen común, igual módulo, y que formen un ángulo de 135º. Expresarlos analíticamente.

b) Dibujar dos vectores que tengan el origen común y los sentidos opuestos. Expresarlos analíticamente. ¿Qué ángulo forman dichos vectores?

3. Dado el paralelogramo de la figura[1]:



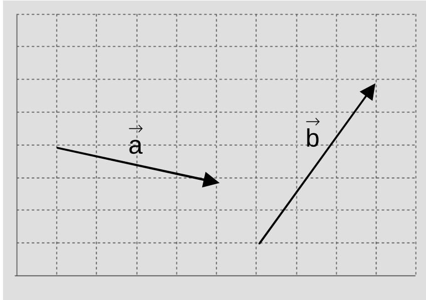
a) Indicar, analítica y gráficamente, un vector equipolente con $\overrightarrow{CD}$; ídem con $\overrightarrow{AD}$ (puede hacerse en este cuaderno)

b) Indicar, analítica y gráficamente, un vector opuesto a $\overrightarrow{CD}$; ídem con $\overrightarrow{AD}$ (puede hacerse en este cuaderno)

[1] Recordar que, por convenio, los vértices de un polígono se designan con letras mayúsculas, en orden alfabético (A, B, C, D...), y en sentido levógiro i.e. antihorario.

Operaciones con vectores:

4. Dados los vectores libres $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura, calcular gráfica –cada apartado en ejes distintos– y analíticamente (en función de la base ortonormal de $\mathcal{V}^2$):



a) $\vec{a}+\vec{b}$

b) $\vec{a}-\vec{b}$

c) $3\vec{a}$

d) $3\vec{a}+2\vec{b}$

e) $2\vec{a}-3\vec{b}$

5. **a)** Determinar, analíticamente, si los puntos $A(3,1)$, $B(5,2)$ y $C(1,0)$ están alineados.

b) Ídem para $A(1,1)$, $B(3,4)$ y $C(4,6)$ (Nota: un dibujo puede ser útil)

c) Hallar **k** para que los puntos $A(1,7)$, $B(-3,4)$ y $C(k,5)$ estén alineados. *(Soluc: SÍ; NO; k=-5/3)*

6. Considerar el segmento de extremos $A(-2,1)$ y $B(5,4)$. Hallar:

a) El punto medio M *[Sol: $M(3/2,5/2)$]*

b) Los dos puntos P y Q que lo dividen en tres partes iguales. *[Soluc: $P(1/3,2)$ y $Q(8/3,3)$]*

7. Hallar las coordenadas del punto P que divide al segmento de extremos $A(3,4)$ y $B(0,-2)$ en dos partes tales que $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$ *[Soluc: $P(2,2)$]*

8. **a)** De los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ conocemos $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=5$ y el ángulo que forman, $\alpha=60^{\circ}$. Hallar $|\vec{a}+\vec{b}|$ y $|\vec{a}-\vec{b}|$ *(Soluc: $\sqrt{39}$ y $\sqrt{19}$, respectivamente)*

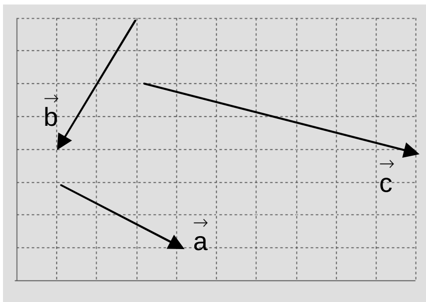
b) De los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ conocemos $|\vec{a}+\vec{b}|=5$, $|\vec{b}|=\sqrt{19}$ y $\widehat{\vec{a}\,\vec{b}}=30^{\circ}$. Hallar $|\vec{a}|$ *(Soluc: $9-\frac{\sqrt{57}}{2}$)*

9. Dos fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ de intensidades 20 N y 30 N actúan sobre el mismo cuerpo y forman entre ellas un ángulo de 60º. Hacer un dibujo. ¿Cuántos N tiene la resultante $\vec{R}$? *(Soluc: 43,6 N)*

Combinación lineal de vectores:

10. Expresar $\vec{a}=(9,5)$ y $\vec{b}=(-5,7)$ como combinación lineal de $\vec{x}=(1,3)$ e $\vec{y}=(3,-2)$, analítica y gráficamente. *(Soluc: $\vec{a}=3\vec{x}+2\vec{y}$; $\vec{b}=\vec{x}-2\vec{y}$)*

11. Dados los vectores libres de la figura:



a) Razonar que $\{\vec{a},\vec{b}\}$ constituye una base de $\mathcal{V}^2$.

b) Obtener $\vec{c}$ como combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$

c) Comprobar gráficamente la combinación lineal anterior.

(Soluc: $\vec{c}=2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$)

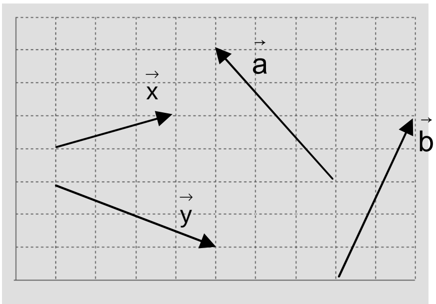
12. Dados los vectores $\vec{u}=(3,4)$ y $\vec{v}=(-2,3)$, se pide:

a) Razonar que pueden ser base de $\mathcal{V}^2$.

b) Obtener analíticamente las coordenadas de $\vec{w}=(-12,1)$ en la base anterior. $\left(Sol\text{: } \vec{w}=-2\vec{u}+3\vec{v}\right)$

c) Explicar gráficamente la situación.

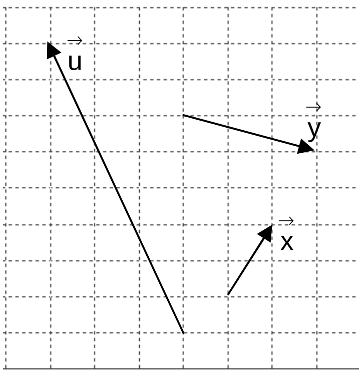
13. Expresar los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ de la figura como combinación lineal de $\vec{x}$ e $\vec{y}$:



$$\left(\begin{aligned} Soluc: \ \vec{a} &= \vec{x}-\frac{3}{2}\vec{y}; \\ \vec{b} &= \frac{12}{5}\vec{x}-\frac{13}{10}\vec{y} \end{aligned} \right)$$

14. Definir base de $\mathcal{V}^2$, combinación lineal y coordenadas de un vector referidas a una base. Explicar estos conceptos mediante la base formada por $\left\{\vec{u}=(2,1); \vec{v}=(-1,3)\right\}$, y el vector $\vec{w}=(4,9)$, analítica y gráficamente. $\left(Soluc\text{: } \vec{w}=3\vec{u}+2\vec{v}\right)$

15.

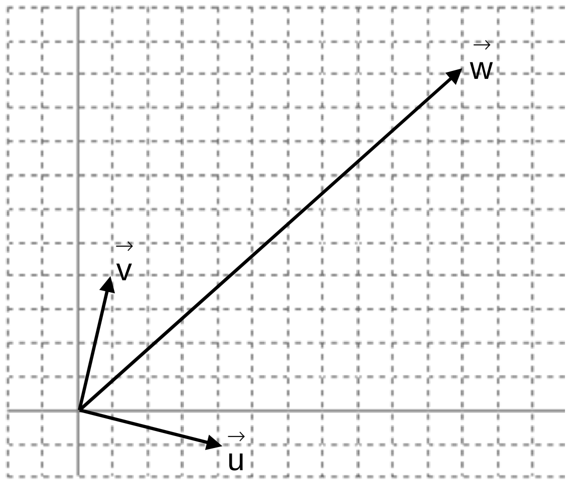


a) ¿Los vectores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ de la figura pueden ser base de $\mathcal{V}^2$? Razonar la respuesta.

b) Expresar $\vec{u}$ como combinación lineal de $\vec{x}$ e $\vec{y}$ $\left(Sol\text{: } \vec{u}=3\vec{x}-2\vec{y}\right)$

c) Comprobar gráficamente lo anterior.

16. Expresar el vector $\vec{w}$ de la figura como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$, analítica y gráficamente (esto último en la propia figura). $\left(Soluc\text{: } \vec{w}=2\vec{u}+3\vec{v}\right)$



Módulo de un vector:

16. a) Calcular el módulo de los siguientes vectores, y dibujarlos (los siete primeros en los mismos ejes):

$$\vec{a}=(4,3),\ \vec{b}=(3,-4),\ \vec{c}=(1,1),\ \vec{d}=(5,5),\ \vec{e}=(-4,-3),\ \vec{f}=(6,0),\ \vec{u}=(0,-3)\ \text{ y }\ \vec{v}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$$

b) Calcular el valor de **m** para que el vector $\vec{u}=\left(\frac{1}{2},m\right)$ sea unitario. Razonar gráficamente por qué se obtienen dos soluciones. *(Soluc: $m=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$)*

c) Ídem para $\vec{v}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},m\right)$ *(Soluc: $m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$)*

17. a) Dado $\vec{u}=(6,8)$ hallar los dos vectores unitarios que tienen la dirección de $\vec{u}$ Razonar gráficamente la situación.

b) Ídem para $\vec{u}=(4,-7)$

c) Ídem para $\vec{u}=(\sqrt{2},-\sqrt{2})$

18. a) Para cada uno de los siguientes vectores, obtener uno unitario y con la misma dirección:

$\vec{a}=(3,-4)$ $\quad\vec{b}=(1,1)$ $\quad\vec{c}=(12,5)$ $\quad\vec{d}=(6,-3)$

b) Hallar el vector $\vec{v}$ de módulo 5 que sea paralelo al $\vec{a}=(36,-27)$

19. Dibujar los siguientes pares de puntos y hallar su distancia:

a) P(1,2) y Q(5,-1) **b)** P(6,3) y Q(-2,-3) **c)** P(2,1) y Q(2,5) **d)** A(-1,3) y B(5,3)

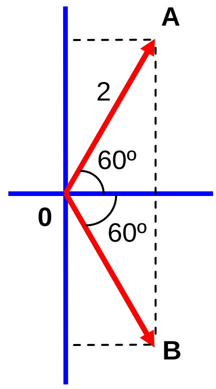
e) A(5,3) y el origen **f)** P(1,5) y Q(5,2) *(Soluc: a) 5; b) 10; c) 4; d) 6; e) $\sqrt{34}$; f) 5)*

Producto escalar:

20. a) Dados $\vec{u}=(5,0)$ y $\vec{v}=(2,2)$ se pide: **i)** Dibujarlos **ii)** Calcular su producto escalar de dos formas posibles, y comprobar que coincide el resultado.

b) Ídem con $\vec{u}=(1,1)$ y $\vec{v}=(-2,0)$

c) Ídem con $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(-2,4)$

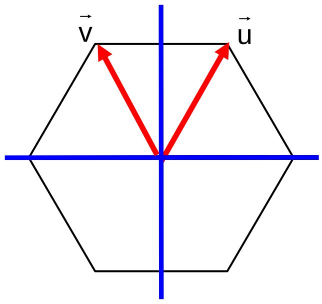


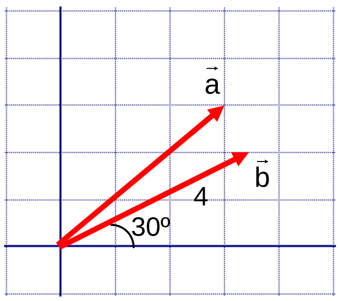
21. a) Dada la figura adjunta, hallar $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ aplicando la definición de producto escalar. *(Soluc: -2)*

b) Hallar las coordenadas de A y B (no valen decimales).

c) Hallar $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ mediante la expresión analítica del producto escalar, y comprobar que se obtiene lo mismo que en el apartado a.

22. a) Considerar el hexágono regular de la figura derecha, de lado 2. Hallar $\vec{u}\cdot\vec{v}$ de dos formas. *(Soluc: 2)*





b) Hallar $\vec{a}\cdot\vec{b}$ en la figura izquierda, analíticamente. Hallar también analíticamente el ángulo que forman los dos vectores.

23. Dados $\vec{a}=(-3,1)$, $\vec{b}=(2,3)$, $\vec{c}=(1,0)$ y $\vec{d}=(5,-2)$, calcular:

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}$

b) $\vec{b}\cdot\vec{a}$

c) $\vec{d}\cdot\vec{a}$

d) $\vec{b}\cdot\vec{c}$

e) $\vec{b}\cdot\vec{d}$

f) $\vec{c}\cdot\vec{d}$

g) $\vec{a}^{\,2}$

h) $2\left(\vec{d}\cdot\vec{c}\right)$

i) $\vec{a}\cdot\vec{c}$

j) $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{d}$ de dos formas

k) $\left(\vec{b}\cdot\vec{d}\right)\vec{a}$

l) $\vec{b}\left(\vec{d}\cdot\vec{a}\right)$

m) $\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{d}$ de dos formas

n) $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$ de dos formas

o) $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ de dos formas

(Sol: a) -3; b) -3; c) -17; d) 2; e) 4; f) 5; g) 10; h) 10; i) -3; j) -13; k) (-12,4); l) (-34, -51); m) 14; n) 17; o) -3)

24. TEORÍA: Indicar, **razonadamente**, si el resultado de las siguientes operaciones es un escalar o un vector:

a) $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\left(\vec{c}\cdot\vec{d}\right)$ **b)** $\vec{a}\cdot\left(\vec{b}+\vec{c}-\vec{d}\right)$ **c)** $\vec{a}\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)\vec{d}$ *(Soluc: escalar, en los tres casos)*

25. Un triángulo ABC es tal que $|\vec{AB}|=5$, $|\vec{BC}|=7$ y $\hat{B}=120º$. Calcular $\vec{BA}\cdot\vec{BC}$ y su superficie.

$\left(\textit{Soluc}: -\frac{35}{2};\ \frac{35\sqrt{3}}{4}u^2\right)$

26. Sea un triángulo equilátero ABC de lado 6. Hallar:

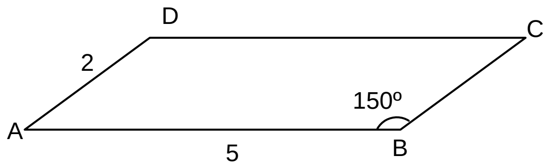
a) $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$ **b)** $\vec{CA}\cdot\vec{CB}$ **c)** $\vec{BA}\cdot\vec{CB}$ **d)** $\vec{AB}\cdot\vec{CB}$ **e)** $\vec{AC}\cdot\vec{BA}$ **f)** $\vec{AA}\cdot\vec{AC}$

(Aviso: Para considerar el producto escalar gráficamente, previamente los dos vectores han de tener origen común, para lo cual en ciertos casos habrá que trasladar uno de ellos).

(Soluc: a) 18; b) 18; c) -18; d) 18; e) -18; f) 0)

27. En el paralelogramo de la figura, hallar $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$ y $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$

(Soluc: 5√3; 16,34)



28. Hallar **x** de modo que el producto escalar de los vectores $\vec{a}=(3,-5)$ y $\vec{b}=(x,2)$ sea igual a 8 *(Soluc: x=6)*

29. Hallar las componentes de un vector $\vec{u}$ cuyo módulo es $2\sqrt{17}$ y que es ortogonal al vector $\vec{v}=(4,1)$. Hacer un dibujo explicativo de la situación. *(Soluc: $\vec{u_1}=(2,-8)$ y $\vec{u_2}=(-2,8)$)*

30. Hallar las componentes de un vector cuyo producto escalar por sí mismo es 20 y cuyo producto escalar por el vector (3,2) es 2. *(Soluc: (38/13,-44/13) y (-2,4))*

* **31.** Resolver el problema 8 analíticamente, y comprobar que se obtiene el mismo resultado.

32. Considerar los puntos A(1,2) y B(4,6). Hallar el punto C(x,y) tal que el segmento $\overline{AB}$ sea $\perp$ al segmento $\overline{AC}$ y de la misma longitud. Hallar el área del triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$.

Ángulo de dos vectores:

33. Calcular el ángulo formado por los siguientes pares de vectores, y dibujarlos (cada apartado en diferentes ejes):

a) $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(1,3)$ *(Soluc: 45º)*

b) $\vec{u}=(\sqrt{3},1)$ y $\vec{v}=(1,\sqrt{3})$ *(Soluc: 30º)*

c) $\vec{a}=(3\sqrt{2},\sqrt{6})$ y $\vec{b}=(-3\sqrt{2},\sqrt{6})$ *(Soluc:120º)*

d) $\vec{u}=(4,1)$ y $\vec{v}=(-2,8)$ *(Soluc: 90º)*

e) $\vec{x}=(-5,12)$ y $\vec{y}=(8,-6)$ *(Sol: ≅149º 29´)*

f) $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(-9,3)$ *(Soluc: 135º)*

g) $\vec{u}=(4,3)$ y $\vec{v}=(1,7)$ *(Soluc: 45º)*

34. Dados los vectores $\vec{u}=(3,-4)$ y $\vec{v}=(5,6)$, calcular:

a) El ángulo que forman. *(Soluc: ≅103º19')*

b) Un vector en la dirección y sentido de $\vec{u}$ que sea unitario. *(Soluc: (3/5,-4/5))*

c) Un vector en la dirección y sentido de $\vec{u}$ de módulo 15. *(Soluc: (9,-12))*

d) ¿Son $\vec{u}$ y $\vec{v}$ ortogonales? En caso contrario, buscar un vector cualquiera ortogonal a $\vec{u}$

35. ¿Qué ángulo forman los vectores **unitarios** $\vec{a}$ y $\vec{b}$ en los siguientes casos?:

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ **b)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}$ **d)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(Soluc: a) 0º; b) 30º; c) 120º; d) 45º)

36. Comprobar que los vectores $\vec{u}=(8,15)$ y $\vec{v}=(30,-16)$ constituyen una base ortogonal. Comprobar que los vectores $\vec{u}/|\vec{u}|$ y $\vec{v}/|\vec{v}|$ forman una base ortonormal.

Problemas con parámetros:

NOTA: *En los ejercicios 37 a 51 se recomienda hacer un dibujo previo de la situación*

37. Calcular **x** e **y** en $\vec{a}=(-x,4)$, $\vec{b}=(-1,5)$ y $\vec{c}=(3,y)$, si se sabe que $\vec{a}\perp\vec{b}$ y $\vec{c}\perp\vec{b}$. Comprobar el resultado gráficamente. *(Soluc: x=-20; y=3/5)*

38. Obtener tres vectores cualesquiera perpendiculares a (-1,-3), siendo al menos uno de ellos unitario. Explicar gráficamente el resultado.

39. Hallar el valor de **m** para que $\vec{u}=\left(\frac{1}{2},m\right)$ y $\vec{v}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$ sean ortogonales. Interpretar el resultado gráficamente. *(Soluc: $-\sqrt{2}/4$)*

40. Dados $\vec{x}=(2,-3)$ e $\vec{y}=(a,4)$, calcular **a** para que: **a)** $\vec{x}\,//\,\vec{y}$ **b)** $\vec{x}\perp\vec{y}$ *(Sol: a) a=-8/3; b) a=6)*

41. Hallar un vector $\vec{v}$ que tenga módulo 3 y que forme un ángulo de 90º con $\vec{a}=(3,4)$ (Aviso: puede haber dos soluciones). Explicar gráficamente la situación. *(Soluc: $\vec{v}_1=(12/5,-9/5)$ y $\vec{v}_2=-\vec{v}_1$)*

42. Dados $\vec{u}=(3,1)$, $\vec{v}=(a,-1/2)$ y $\vec{w}=(-3,2)$, se pide:

a) Hallar **a** para que $\vec{v}$ sea unitario. Comprobar gráficamente el resultado. *(Sol: $a=\pm\sqrt{3}/2$)*

b) Hallar **a** para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida. *(Sol: a=-3/2)*

c) Hallar **a** para que $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean ⊥. Justificar gráficamente la solución obtenida. *(Sol: a=-1/3)*

d) Hallar un vector ⊥ a $\vec{u}$ y unitario. *(Sol : $\left(-1/\sqrt{10}, 3/\sqrt{10}\right)$ o su opuesto)*

e) Hallar el ángulo que forman $\vec{u}$ y $\vec{w}$ *(Sol: ≅127º 52' 30'')*

43. **a)** Calcular las componentes de un vector $\vec{u}$ de módulo 2 y tal que $\widehat{\vec{i}\,\vec{u}}=30º$ (Aviso: puede haber dos soluciones) *(Soluc : $\vec{u}_1=(\sqrt{3},1)$ y $\vec{u}_2=(\sqrt{3},-1)$)*

b) Ídem con $|\vec{u}|=3\sqrt{2}$ y $\widehat{\vec{i}\,\vec{u}}=45º$ *(Soluc : $\vec{u}_1=(3,3)$ y $\vec{u}_2=(3,-3)$)*

44. Calcular **a** con la condición de que $\vec{u}=(a,1)$ forme 60º con $\vec{v}=(1,1)$ (Aviso: puede haber dos soluciones, por lo que se recomienda hacer un dibujo) *(Soluc : $\sqrt{3}-2$)*

45. Hallar el valor de **x** para que el vector (x,1) forme 45º con el vector (1,2) (Aviso: puede haber dos soluciones) *(Soluc: x_1=3 y x_2=-1/3)*

46. Dados los vectores $\vec{u}=(2,-1)$ y $\vec{v}=(a,3)$, calcular **a** de modo que:

a) $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales *(Soluc: a=3/2)*

b) $\vec{u}$ y $\vec{v}$ formen 60º *(Soluc : $a=\frac{24+15\sqrt{3}}{11}$)*

c) $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tengan la misma dirección *(Soluc: a=-6)*

47. Dados los vectores $\vec{a}=(1,-1)$ y $\vec{b}=(2,m)$, hallar **m** de forma que:

a) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean ortogonales. *(Soluc: m=2)*

b) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tengan la misma dirección. *(Soluc: m=-2)*

c) $\vec{b}$ sea unitario. *(Soluc: ∄ soluc.)*

d) $\vec{a}$ y $\vec{b}$ formen 45º *(Soluc: m=0)*

48. Dados $\vec{a}=(3,-4)$ y $\vec{b}=(5,x)$, hallar **x** para que:

a) ambos vectores sean perpendiculares *(Soluc: x=15/4)*

b) ambos vectores formen 30º *(Soluc: x_1≅-2,1; x_2≅-41,50)*

c) tengan la misma dirección *(Soluc: x=-20/3)*

49. Dados $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(a,-3)$, se pide:

a) Hallar **a** para que sean //. Justificar gráficamente la solución obtenida. *(Soluc: a=-6)*

b) Hallar **a** para que sean ⊥. Justificar gráficamente la solución obtenida. *(Soluc: a=3/2)*

c) Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida. *(Soluc: a=9)*

d) Hallar un vector ⊥ a $\vec{u}$ de módulo 5 *(Soluc: $(-\sqrt{5},2\sqrt{5})$ o su opuesto)*

50. Dados $\vec{u}=(3,-4)$ y $\vec{v}=(a,2)$, se pide:

a) Hallar **a** tal que $\vec{u}\cdot\vec{v}=4$ *(Soluc: a=4)*

b) ¿Qué ángulo formarán $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en el caso anterior? *(Soluc: ≅ 79º 41' 43")*

c) Hallar **a** tal que $\vec{u} \parallel \vec{v}$. Explicar gráficamente la situación. *(Soluc: a=–3/2)*

d) Hallar un vector ⊥ a $\vec{u}$ y de módulo 10. Explicar gráficamente la situación. *(Soluc: (8,6), o su opuesto)*

51. Considerar los vectores $\vec{u}=\left(b,-\sqrt{3}\right)$ y $\vec{v}=\left(-\frac{1}{2},a\right)$

a) Hallar **a** y **b** para que $\vec{v}$ sea unitario y ambos vectores sean ⊥ y estén en el semiplano inferior.
(Soluc: $a=-\sqrt{3}/2$; $b=3$)

b) Comprobar gráficamente el resultado:

c) Si b=0, ¿podrían ser // para algún valor de **a**? *(Soluc: NO)*

Área de un triángulo:

52. Hallar los ángulos del triángulo de vértices A(–2,2), B(5,3) y C(2,15). Hallar también su área.
(Soluc: A≅64º 46'; B≅84º 6'; C≅31º 8'; S_{ABC}=43,5 u^2)

53. Dado el triángulo de vértices A(1,1), B(5,4) y C(–5,9), se pide:

a) Dibujarlo.

b) Demostrar que es rectángulo en A $\left(\textit{Soluc}: \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0\right)$

c) Hallar su área. *(Soluc: S_{ABC}=25 u^2)*

54. a) Dibujar el triángulo de vértices A(1,–2), B(3,–1) y C(2,1) y hallar su área. *(Soluc: S_{ABC}=2,5 u^2)*

b) Ídem con A(3,8), B(–11,3) y C(–8,–2) *(Soluc: S_{ABC}=42,5 u^2)*

c) Ídem con A(4,–1), B(2,1) y C(0,2) *(Soluc: S_{ABC}=1 u^2)*

55. **TEORÍA: a)** Dado el vector $\vec{u}=(3,-4)$, hallar razonadamente otro vector con la misma dirección pero de módulo 2. Hacer un dibujo explicativo.

b) Dados $\vec{u}=(-1,2)$, $\vec{v}=(2,-3)$ y $\vec{w}=\left(\frac{1}{2},4\right)$, hallar $\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right)\vec{w}$

c) ¿Son ortonormales $\vec{a}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{b}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$? ¿Y ortogonales?

d) ¿Qué indica el signo del producto escalar? Indicar ejemplos.

e) Demostrar que el vector $\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)\vec{a}-\left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right)\vec{b}$ es perpendicular al vector $\vec{c}$

f) ¿Pueden ser paralelos los vectores $(2,a)$ y $(0,5)$?

g) ¿Puede ser un unitario el vector $(2,a)$? (Razonarlo no analíticamente)