

PRESENTACIÓN

La dinámica complementa el estudio de la cinemática en la asignatura de física y química de 1.º de Bachillerato. En dinámica se analizan las causas que originan el movimiento y se introducen los conceptos de momento lineal y fuerza.

El estudio de la dinámica comienza con las leyes de Newton que, descritas en su obra *Principios Matemáticos de Filosofía Natural*, explican el movimiento de cuerpos celestes y terrestres y son el origen de la física moderna.

Con la dinámica el alumno se interna en la explicación físico-matemática del mundo que le rodea: no solo observa y describe desplazamientos, velocidades y aceleraciones, sino que comienza a encontrar las fuerzas que los originan o cambian su condición de movimiento.

Las leyes enunciadas son uno de los pilares de la física, y su aplicación ha permitido enunciar numerosas leyes en campos muy diversos. Es importante destacar la introducción del principio de conservación del momento lineal, una magnitud con la que muchos alumnos no están acostumbrados a trabajar de momento, pero que resulta muy útil en todos los campos de la física.

OBJETIVOS

- Conocer la evolución de los conceptos de fuerza y de inercia.
- Conocer cuáles son las causas del movimiento de los cuerpos y del cambio en el estado de su movimiento.
- Comprender la importancia de la física para abordar numerosas situaciones cotidianas y participar en la toma de decisiones fundamentadas.
- Reconocer el carácter creativo del trabajo científico y valorar las aportaciones de los grandes debates científicos al desarrollo del pensamiento humano.
- Aprender a sumar y restar de manera gráfica fuerzas de cualquier dirección.
- Utilizar las leyes de Newton para resolver problemas.
- Utilizar el teorema de conservación del momento lineal para resolver problemas
- Relacionar la tercera ley de Newton con la conservación del momento lineal.

CONTENIDOS

Conceptos

- La inercia y la primera ley de Newton. Primeras ideas sobre las causas del movimiento: la inercia. La contribución de Galileo.
- La primera ley de Newton. La segunda ley de Newton.
- Las fuerzas son vectores. Las fuerzas son aditivas.
- El peso.
- Los efectos de la fuerza: el cambio en la velocidad.
- El impulso mecánico.
- Momento lineal (o cantidad de movimiento). Relación entre el momento lineal y la fuerza
- La conservación del momento lineal.
- Las fuerzas como interacciones. La tercera ley de Newton. La tercera ley de Newton y la conservación del momento lineal.
- La fuerza normal.

Procedimientos, destrezas y habilidades

- Comprender y utilizar el carácter vectorial de las fuerzas.
- Identificar fuerza y causa del cambio de velocidad de un cuerpo.
- Calcular gráficamente la fuerza neta resultante de sumar vectorialmente varias fuerzas.
- Resolver problemas numéricos en los que aparecen fuerzas con diferentes direcciones.
- Interpretar esquemas a la hora de resolver problemas.
- Dibujar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.

- Elaborar esquemas claros que faciliten la resolución de problemas en los que intervienen fuerzas.
- Saber elegir los ejes más apropiados para la resolución de un problema en el que aparecen fuerzas con distintas direcciones.

Actitudes

- Mostrar interés por aprender conceptos científicos nuevos.
- Mostrar interés por aplicar los contenidos aprendidos en la vida cotidiana.
- Disfrutar de la sencillez con la que las tres leyes de Newton explican y completan la dinámica clásica de los cuerpos en movimiento.
- Valorar la importancia del conocimiento de las fuerzas, los pesos, etc., en cuestiones de ingeniería.

EDUCACIÓN EN VALORES

1. Educación vial

El problema de los accidentes de tráfico entre los jóvenes es lo suficientemente importante como para tratarlo en varias unidades a lo largo del curso. El concepto de inercia nos permitirá informar a los alumnos sobre las magnitudes de las que depende la distancia que recorre un vehículo hasta pararse: fuerzas que ejercen los frenos o fuerza de rozamiento (aunque esta será tratada con más detalle en la unidad siguiente).

El concepto clave a transmitir es que cuanto mayor sea la velocidad inicial, más difícil resulta detener un vehículo.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Elaborar esquemas que muestran las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
2. Resolver problemas numéricos en los que intervienen fuerzas que actúan en la misma o en distintas direcciones.
3. Identificar la dirección y sentido de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo a partir de las demás fuerzas.
4. Emplear las razones trigonométricas convenientemente para descomponer fuerzas.
5. Identificar las fuerzas acción-reacción.
6. Explicar el concepto de interacción.
7. Predecir el estado de movimiento de un cuerpo a partir de las fuerzas que actúan sobre él.
8. Predecir el valor y la orientación de la fuerza necesaria para hacer que un cuerpo permanezca en reposo, ya sea situado en un plano horizontal o bien cuando está situado en un plano inclinado.

1. Las naves que se envían al espacio se mueven durante mucho tiempo libremente, sin que se ejerza ninguna fuerza sobre ellas.

a) ¿Cómo será entonces su movimiento?

b) ¿Cómo puede modificarse su estado de movimiento?

c) ¿Gastan combustible continuamente?

a) Que no actúen sus motores no quiere decir que se muevan «libremente», es decir, que no actúe ninguna fuerza sobre las naves, lo que requeriría que se pudiera ignorar la influencia del Sol, los planetas... En ese caso, si la influencia de los cuerpos celestes fuera despreciable, el movimiento sería inercial (al menos aproximadamente), es decir, rectilíneo y uniforme.

En realidad, las naves espaciales que hemos enviado no siguen trayectorias de este tipo.

b) Para modificar el estado de movimiento de un cuerpo siempre hace falta la interacción con otro (u otros), es decir, una fuerza (o fuerzas). En las naves espaciales eso sucede de dos maneras. A veces se encienden los motores para maniobrar y, a menudo, a la vez, la nave se acerca a algún cuerpo (como un planeta) cuya fuerza gravitatoria se hace entonces notable.

c) Las naves espaciales solo necesitan energía cuando hay que modificar su estado de movimiento.

2. Di qué frases son verdaderas:

a) Siempre que un objeto se mueve está actuando una fuerza neta sobre él.

b) Siempre que un objeto se mueve es porque no actúa ninguna fuerza sobre él.

c) Siempre que un objeto no se mueve o lo hace con velocidad constante es porque no hay una fuerza neta ejercida sobre él.

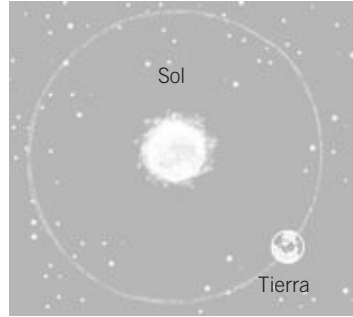
a) Falso, un objeto puede moverse incluso cuando no actúe ninguna fuerza sobre él, y entonces lo hace con movimiento rectilíneo y uniforme ($\vec{v} = \text{constante}$).

Un caso particular es que esté en reposo y entonces permanece en reposo.

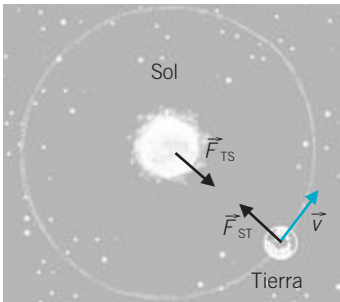
b) Falso. Hay incontables ejemplos de cuerpos que se mueven bajo la acción de las fuerzas, como una bicicleta, un avión, un pájaro...

c) Verdadero, pero hay que precisar: «si un objeto no se mueve o lo hace con vector velocidad constante (no basta que sea constante el módulo v) es porque...»

3. La aproximación de movimiento circular uniforme es bastante buena para cuerpos celestes como el Sol y la Tierra.



- Elabora un esquema de las fuerzas que intervienen en este movimiento.
- ¿Qué sucedería con la aceleración que sufre cada cuerpo si se multiplica por siete la masa de la Tierra?
- ¿Coincide la dirección de la fuerza que actúa sobre la Tierra con la de su movimiento?
- Es decir, ¿tiene la fuerza la misma dirección que la velocidad?



- \vec{F}_{ST} es la fuerza que ejerce el Sol sobre la Tierra.
 \vec{F}_{TS} es la fuerza que ejerce la Tierra sobre el Sol.
 $[\vec{F}_{ST} = -\vec{F}_{TS}]$

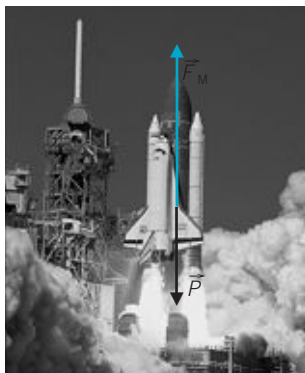
- Si se multiplica por siete la masa de la Tierra, quedan multiplicadas por siete tanto \vec{F}_{ST} como \vec{F}_{TS} , puesto que $F = G \frac{m_s \cdot m_T}{d^2}$, la fuerza gravitatoria es proporcional a la masa de cada uno de los cuerpos. Sin embargo, la aceleración de la Tierra, $a_T = F_{ST}/m_T$ ¡no cambia!, pero la del Sol, $a_S = F_{TS}/m_S$ se multiplica por 7.
- ¡En absoluto! La única fuerza que actúa sobre la Tierra está dirigida hacia el Sol, mientras que la velocidad de la Tierra es tangente a su órbita circular.
- En este caso, fuerza y velocidad son perpendiculares.

4. Cuando despegue la lanzadera espacial, que tiene una masa de unas 2300 toneladas, sus motores desarrollan una fuerza de unos $3 \cdot 10^7$ N.

- Representa gráficamente las dos fuerzas principales que intervienen y la fuerza resultante.
- Calcula la fuerza total que actúa sobre la lanzadera en el despegue.
- Luego halla la aceleración justo en el momento del despegue.



a) Si ignoramos el rozamiento con el aire (también llamado «fricción»), lo que se puede hacer al principio cuando la velocidad es aún baja, las fuerzas que actúan sobre la lanzadera son el peso \vec{P} y la fuerza ejercida por los motores, \vec{F}_M . Desde luego, para que despegue debe ser $F_M > P$.



b) $\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_M + \vec{P}$. Como ambos vectores tienen igual dirección y sentidos opuestos, el módulo es $F_{\text{Total}} = F_M - P$, pero:

$$\begin{aligned} P &= M \cdot g = 2300 \text{ t} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 22\,300\,000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = \\ &= 2,25 \cdot 10^7 \text{ N} \rightarrow F_{\text{Total}} = F_M - P = 3 \cdot 10^7 \text{ N} - 2,25 \cdot 10^7 \text{ N} \rightarrow \\ &\rightarrow F_{\text{Total}} = 7,5 \cdot 10^6 \text{ N} \end{aligned}$$

d) La aceleración en el despegue es: $a = \frac{F_T}{M} = 3,2 \text{ m/s}^2 \approx \frac{1}{3} g$.

5. **Dibuja las fuerzas que actúan sobre una medalla que cuelga verticalmente del cuello.**

\vec{T} es la tensión de las cadenas.

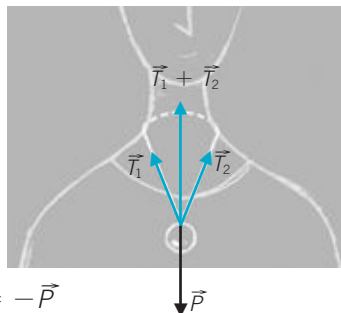
\vec{P} es el peso de la medalla (el de las cadenas se ignora).

Como la medalla está en equilibrio:

$$\vec{T} + \vec{T} + \vec{P} = 0 \rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{P}$$

Por tanto: $2\vec{T} = -\vec{P}$

No se ha tenido en cuenta la posibilidad de que la medalla esté apoyada sobre el pecho, lo que introduciría una fuerza más y modificaría las tensiones.



6. **El *airbag* de los automóviles es una bolsa que se hincha cuando el módulo de la aceleración supera cierto valor. Por ejemplo, 60 veces la aceleración de la gravedad, $60 g \approx 590 \text{ m/s}^2$. Lo que consigue el *airbag* es retener la cabeza de la persona durante la colisión.**

a) **¿Qué efecto produce sobre el impulso y el cambio de velocidad un *airbag* que multiplica por 100 la duración del choque?**

b) ¿Sirven los cinturones de seguridad para un propósito similar al de los *airbag*? Explicalo.

- a) El *airbag* no modifica Δv , la variación de velocidad, sino que alarga el tiempo en el que esta variación tiene lugar y consiguientemente, reduce la fuerza, así:

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (suponiendo una fuerza constante)}$$

Al aumentar Δt en un factor 100 manteniendo constantes los demás factores, F también disminuye en un factor 100.

Respecto al impulso mecánico:

$$I = m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t$$

Este permanece constante, puesto que ni la masa ni el cambio de velocidad se modifican a causa del *airbag*. De otro modo, F y Δt tienen variaciones opuestas que se compensan.

- b) Un cinturón de seguridad hace lo mismo que un *airbag*; prolonga el tiempo en el que se produce Δv disminuyendo F en el mismo factor.

7. Un tenista que saca a 120 km/h golpea la pelota durante 15 milésimas de segundo en el momento del saque.

- a) **Calcula la fuerza ejercida por el tenista sabiendo que la masa de la pelota es de 58 g.**
 b) **¿Cuál es la aceleración media de la pelota durante el impacto?**

(Nota: 120 km/h = 33,3 m/s).

- a) Suponiendo una fuerza constante (al menos aproximadamente):

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,058 \text{ kg} \cdot \frac{33,3 \text{ m/s}}{0,015 \text{ s}} \rightarrow \\ \rightarrow F = 129 \text{ N}$$

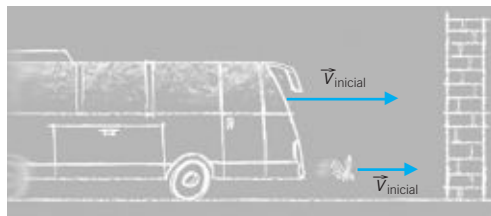
En realidad, el tiempo de contacto con la pelota suele ser mayor (y la fuerza y la aceleración, menores).

- b) La aceleración media es:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{33,3 \text{ m/s}}{0,015 \text{ s}} = 2220 \text{ m/s}^2 \simeq (227 \text{ g})$$

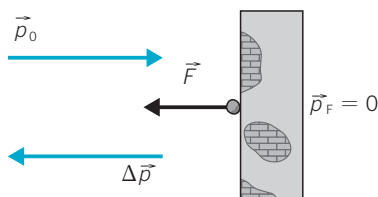
La pelota pierde velocidad tras el saque siendo el principal mecanismo responsable probablemente la fricción con el aire.

8. Un autobús y un mosquito chocan contra una pared y quedan completamente parados en una décima de segundo.



- a) Dibuja cualitativamente los vectores \vec{p} inicial y final, así como su variación $\Delta\vec{p}$ y, a partir de ella, la fuerza \vec{F} .
- b) Calcula el módulo de la fuerza que actúa durante el choque sobre el mosquito y sobre el autobús.

- a) Se representa únicamente el choque de uno de los cuerpos, pues la diferencia está únicamente en la escala (el módulo de los vectores).



$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_F - \vec{p}_i = -\vec{p}_i$$

Si \vec{F} es constante: $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = -\frac{\vec{p}_i}{\Delta t}$.

- b) Como es un problema esencialmente unidimensional, podemos trabajar solo con el módulo. Llamando Δt a la duración del choque y p_i al momento lineal inicial del objeto antes del choque:

$$F = \frac{p_i}{\Delta t} = \frac{mv_i}{\Delta t}$$

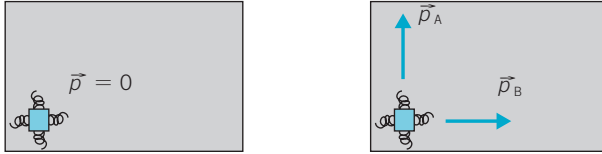
El módulo de la fuerza es proporcional a la masa.

9. Un juguete formado por un chasis y cuatro piezas a base de muelles está encima de una mesa donde lo hemos dejado tras montarlo (mal, de modo que los resortes pueden saltar en cualquier momento). Poco tiempo después dos piezas situadas en los puntos A y B se mueven según indica la figura 10.22, mientras que el chasis del juguete permanece quieto.

- a) ¿Es posible que no haya más piezas? ¿Por qué?
- b) Si crees que hay más piezas, ¿dónde las buscarías?
- c) Concreta la respuesta anterior para el caso de que las dos piezas tengan la misma masa y hayan viajado la misma distancia por la mesa.

En un sistema aislado (como se puede considerar el juguete del enunciado con suficiente aproximación, ya que no hay ninguna influencia externa notable) se tiene que conservar el momento lineal total, que tiene que ser el mismo antes y después de lo que le sucede al juguete.

Veamos cuál es el balance observable directamente.



b) Aunque no sabemos nada sobre los módulos de \vec{p}_A y \vec{p}_B , que son los momentos lineales de las piezas que vemos, es imposible que su suma sea cero, puesto que sí conocemos sus direcciones (las del movimiento de las piezas).

c) Por tanto, deben existir más piezas necesariamente, de modo que el momento lineal sea el mismo (0).

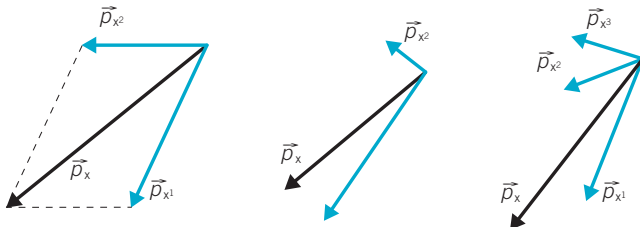
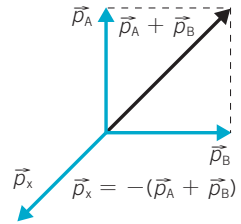
Puesto que $\vec{p}_A + \vec{p}_B$ apunta hacia el interior de la mesa, el momento lineal que falta debe ser opuesto a esa suma, de modo que $\vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_{\text{de las piezas que faltan}} = 0$. Habrá que buscar en el suelo, a cierta distancia de la esquina donde estaba el juguete.

d) Si sabemos algo más de las piezas A y B como que $m_A = m_B$ y presumiblemente $\vec{p}_A = \vec{p}_B$ ($v_A = v_B$), ya que ambas recorren igual distancia por la mesa, tras la rotura del juguete se cumplirá, como antes:

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_x = 0$$

Geoméricamente (ver figura), si solo se nos ha escapado una pieza habrá que buscarla en el suelo en la dirección y sentido que marca \vec{p}_x .

Si faltan dos o más piezas, no podremos ser tan concretos... pues hay infinitas posibilidades.



Este método lo utilizan los físicos de partículas para identificar partículas invisibles en sus detectores.

10. La Tierra, cuya masa es de unos $6 \cdot 10^{24}$ kg, ejerce una fuerza (peso) de unos 600 N sobre una persona de 60 kg situada en su superficie. Según la tercera ley, la persona atrae a nuestro planeta con una fuerza opuesta del mismo módulo.

a) Con estos datos y la segunda ley, calcula las aceleraciones respectivas de la Tierra y la persona, \vec{a}_T y \vec{a}_p .

- b) ¿Está la respuesta anterior de acuerdo con nuestra intuición de que nosotros no le hacemos nada a la Tierra, pero esta a nosotros, sí?
- c) ¿Por qué no se anulan las fuerzas ejercidas, si tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos?

$$a) a_T = \frac{P}{M_T}; a_P = \frac{P}{m_P}$$

Puesto que la fuerza que ejerce la Tierra sobre la persona, llamada peso, es $P = m_P \cdot a_P = 600 \text{ N}$, y la fuerza que la persona ejerce sobre la Tierra es igual y opuesta ($-\vec{P}$).

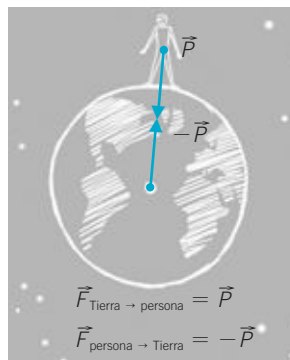
Usando los datos:

$$a_T = \frac{600 \text{ N}}{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}} \simeq 10^{-22} \text{ m/s}^2 \text{ es la aceleración de la Tierra.}$$

$$a_P = \frac{600 \text{ N}}{60 \text{ kg}} \simeq 10 \text{ m/s}^2 \text{ es la aceleración de la persona.}$$

(En realidad $a_P = g \simeq 9,8 \text{ m/s}^2$; la «aceleración de la gravedad» en la superficie terrestre.)

- b) Esto explica que nos resulte difícil creer que la Tierra ejerce sobre nosotros la misma fuerza (y no más) que nosotros sobre la Tierra; como la aceleración de la Tierra es ínfima, los efectos de esa fuerza son inobservables completamente, a diferencia de lo que nos ocurre a nosotros, a quienes la misma fuerza nos produce una aceleración (que es lo observable) 10^{23} veces mayor (siendo nuestra masa 10^{23} veces menor).
- c) La fuerza de la Tierra sobre la persona, $\vec{F}_{TP} = \vec{P}$ y la de la persona sobre la Tierra $\vec{F}_{PT} = -\vec{P}$ no se pueden sumar o, mejor dicho, no tiene sentido sumarlas, puesto que no están aplicadas sobre el mismo cuerpo. Lo mismo pasa con todas las parejas de fuerzas de la tercera ley de Newton, que actúan sobre cada uno de los dos cuerpos que participan en la interacción.



11. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) La fuerza es velocidad.
- b) La fuerza es una propiedad de los cuerpos.
- c) Los cuerpos siempre se mueven en la dirección y sentido en la que apunta la fuerza neta.
- d) Las fuerzas cambian el estado de movimiento de los cuerpos.
- a) Eso es absurdo; fuerza y velocidad son magnitudes completamente distintas. Aunque sí están relacionadas: la variación de velocidad $\Delta \vec{v}$ siempre está causada por fuerzas.

- b) No, la fuerza no es una propiedad de los cuerpos, algo que los caracterice. Sobre un cuerpo pueden actuar infinitas fuerzas distintas sin ninguna restricción.
- c) En absoluto; eso solo ocurre si los cuerpos están en reposo antes de la aplicación de una fuerza constante o si la fuerza coincide en dirección y sentido con la velocidad.
Lo que sí coincide con la dirección y sentido de la fuerza es la variación de la velocidad ($\Delta\vec{v}$) o aceleración (\vec{a}).
- d) Justamente, las fuerzas causan cambios en el vector velocidad, es decir, modifican el módulo de \vec{v} o su dirección y sentido, o una combinación de ellos.

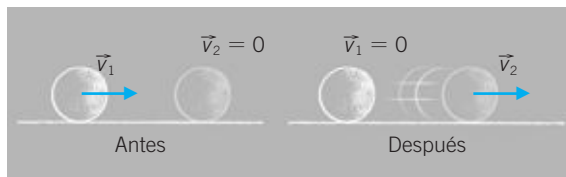
12. **¿Para qué sirven los cascos acolchados (o deformables, como los que llevan los motoristas) o las colchonetas sobre las que caen los gimnastas? Responde basándote en alguna de las leyes de la física que hemos estudiado en esta unidad.**

Un cuerpo deformable en un choque protege porque prolonga el intervalo de tiempo en el que tiene lugar el cambio de velocidad, disminuyendo así la fuerza. Para fuerzas constantes:

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{o mejor aún} \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Y a igual variación de momento lineal o velocidad, cuanto más dura la colisión, menor es la fuerza.

13. **Una bola de billar golpea a otra bola igual de forma que después del choque la bola que golpea queda en reposo. La velocidad que adquiere la bola golpeada es:**



- a) Igual que la de la bola que golpea.
b) Menor que la de la bola que golpea.
c) Mayor que la de la bola que golpea.

Un razonamiento basado en la simetría nos podría convencer de que la bola que estaba parada y que es igual que la que se mueve saldrá de la colisión con la misma velocidad con la que la otra chocó.

Sin embargo, vamos a utilizar la ley de conservación del movimiento lineal, cuyo valor total debe ser el mismo antes y después de la colisión.

Las leyes de Newton

Como el problema es unidimensional, no necesitaremos los vectores.

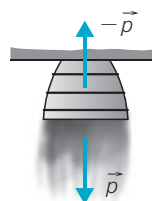
$$p_{\text{TOTAL}} = \overset{\text{Antes}}{p_1 + 0} = \overset{\text{Después}}{0 + p_2} \quad (\vec{p}_1 \text{ y } \vec{p}_2 \text{ tienen igual dirección y sentido)}$$

por tanto $p_1 = p_2$, y como tienen igual masa: $mv_1 = mv_2$, entonces $v_1 = v_2$. Es decir, tal y como sospechábamos, tienen igual velocidad.

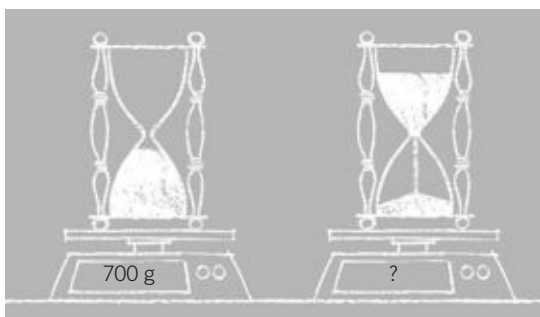
- 14. Los cohetes (como los motores «a reacción») queman parte de su masa –de combustible– y expulsan a gran velocidad los gases de combustión en sentido opuesto al de la marcha. Explica el motivo a partir de las leyes de Newton.**

Los gases de combustión son «empujados» por el motor hacia el exterior, y a su vez, estos «empujan» al motor (bueno, al cohete, que está unido al motor) con una fuerza de igual módulo y dirección y sentido opuesto (3.ª ley de Newton).

Una explicación equivalente a partir de la conservación del momento lineal: los gases de combustión expulsados se llevan consigo un momento lineal \vec{p} , pero como el momento lineal se tiene que conservar, al cohete «no le queda más remedio» que adquirir un momento lineal igual y opuesto: $-\vec{p}$.



- 15. Un reloj de arena tiene una masa de 700 g cuando la arena se encuentra en el depósito inferior. Si ahora se la da la vuelta y se coloca sobre una balanza, ¿qué indicará la balanza mientras la arena está cayendo?**



Por un lado, es cierto que mientras cae la arena su masa no contribuye al peso que registra la báscula, de modo que al empezar a caer la balanza registra un peso menor.

Luego, la arena empieza a chocar contra el fondo ejerciendo sobre él una fuerza que se puede calcular para ver que compensa al peso que falta por estar la arena en caída libre.

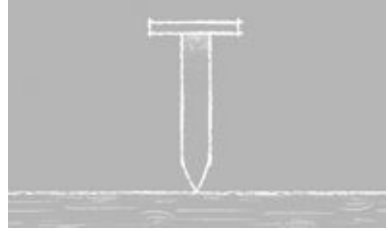
Cuando la arena está terminando de caer, hay un intervalo en el que la masa en caída libre disminuye, mientras la fuerza de la que cae sigue igual y la balanza registra fugazmente un peso mayor que el inicial.

16. ¿Por qué se clava un clavo?

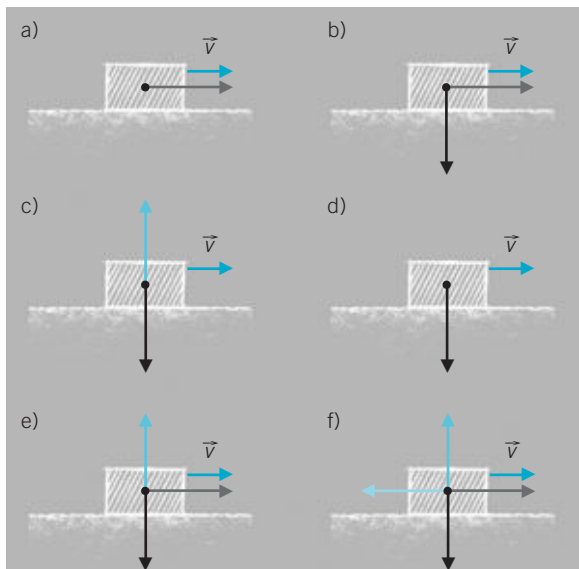
Se acelera el martillo y se hace chocar contra el clavo ejerciendo una fuerza sobre él; el clavo también ejerce una fuerza (igual y opuesta) sobre el martillo (por eso se para al golpear...).

Estas fuerzas no se pueden sumar y anularse, puesto que actúan sobre cuerpos distintos.

La punta del clavo afilada también contribuye al «concentrar» la fuerza aplicada sobre su cabeza y transmitida por el cuerpo en un área mucho menor (la «presión», es decir, la fuerza por unidad de superficie, aumenta) de modo que es capaz de romper enlaces entre los átomos del material y penetrar.



17. Se lanza un cuerpo con una velocidad horizontal sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuál de los siguientes diagramas representa correctamente las fuerzas que actúan sobre él?

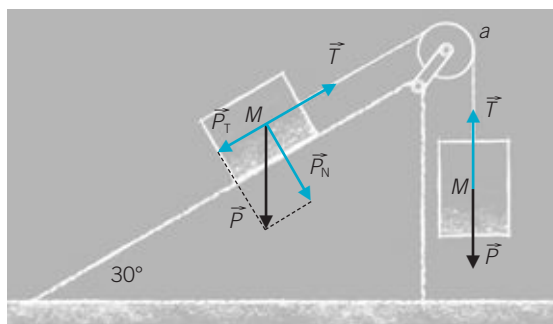


En primer lugar, ha de quedar claro que no se puede confundir la velocidad con una fuerza aunque se las represente juntas. Recordemos también que la fuerza aplicada en el «lanzamiento» necesaria para comunicarle la velocidad \vec{v} que no tenía, desaparece en cuanto desaparece el contacto con la mano que (por ejemplo)

lo lanza, luego a), b) e) y f) son falsas. Por otro lado, siempre han de estar el peso y la fuerza de reacción normal de la superficie, lo que descarta a a), b) y d).

Ya solo queda c), que es posible, aunque también lo sería una igual salvo por una fuerza paralela a la superficie y de sentido opuesto a \vec{v} , el rozamiento.

18. Los dos bloques de la figura son exactamente iguales. ¿Hacia dónde se moverá el conjunto? ¿Por qué?



Siendo las dos masas iguales, el conjunto se moverá hacia la derecha, puesto que la componente del peso del bloque del plano inclinado en la dirección del movimiento P_T es necesariamente menor que el peso P .

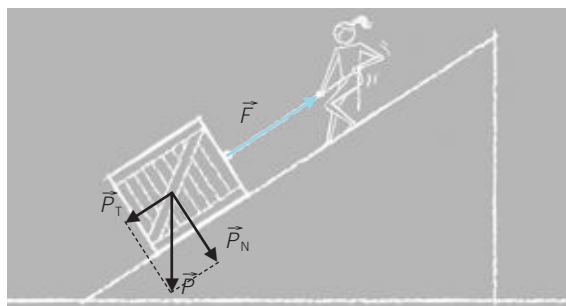
Más en detalle. Supongamos que hay una aceleración $a > 0$ en el sentido indicado en la figura que comparten ambos bloques. Las ecuaciones del movimiento son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Masa colgante: } P - T = Ma \\ \text{Masa sobre el plano: } T - P_T = Ma \end{array} \right\} \rightarrow P - Ma = P_T + Ma \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{P - P_T}{2M}$$

Que, tal como se había supuesto, es mayor que cero, lo que implica que el conjunto se mueve, como se supuso, hacia la derecha.

19. ¿Qué ocurrirá si tiramos hacia arriba mediante una cuerda de un cuerpo colocado en la mitad de una rampa (sin rozamiento)? Elige la respuesta correcta.



- a) El bloque ascenderá o bajará en función de la intensidad de la fuerza ejercida sobre él.
 b) El bloque quedará en reposo.
 c) El bloque ascenderá siempre.

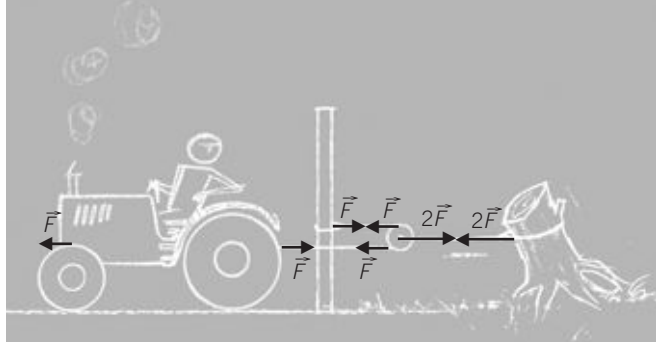
Aclaremos que la chica que tira de la cuerda no forma en realidad parte del sistema, y que únicamente tiene la función de aplicar una fuerza \vec{F} sobre la caja (de otro modo, si tuviéramos que considerar que ella se resbala, pues no hay rozamiento, la cosa se complicaría). En tal caso, ha de quedar claro que c) es falsa y a) y b) pueden ser verdaderas:

Si $F > P_T$, siendo P_T la componente tangencial del peso, la caja sube.

Si $F = P_T$ la caja sigue en reposo si lo estaba inicialmente.

Si $F < P_T$, el bloque caerá por el plano.

20. A un agricultor se le ocurre realizar el siguiente montaje para arrancar un tronco. ¿Se incrementa así la fuerza que ejerce el motor del tractor? Haz un esquema dibujando las fuerzas para justificar tu respuesta.



Digamos que el tractor es capaz de ejercer una fuerza \vec{F} y analicemos la situación de equilibrio.

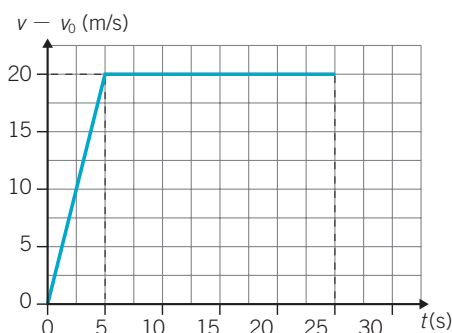
Del esquema se deduce que la fuerza que actúa sobre el tronco es $2\vec{F}$, justo el doble. (La clave para deducirlo está en el análisis de las tensiones en las cuerdas.)

21. Una fuerza de 200 N actúa sobre una caja llena con 50 kg de naranjas durante 5 s.
- a) Representa en una gráfica la velocidad de la caja desde que la fuerza comienza a actuar hasta que transcurren 25 s.
 b) ¿Cuál es la distancia recorrida en esos 25 s?
 c) ¿Cómo se modificaría la gráfica si echamos más naranjas a la caja?

a) Como es una fuerza constante:

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = \frac{F}{m} \Delta t = \frac{200 \text{ N}}{50 \text{ kg}} \cdot 5 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

Es decir, la variación de velocidad es proporcional al tiempo durante el que actúa la fuerza. Después de $\Delta t = 5 \text{ s}$, el movimiento es inercial ($v = \text{constante}$) pues la fuerza total es nula (ya que no estamos considerando el rozamiento).



b) Para calcular la distancia recorrida haremos por separado los dos tramos:

- De $t = 0$ a $t = 5 \text{ s}$ el movimiento es uniformemente acelerado con $a = \frac{F}{m} = \frac{200 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 4 \text{ m/s}^2$.

$$\Delta s_1 = v_{01}t + \frac{1}{2} a_1 t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = 50 \text{ m}$$

Ponemos $v_0 = 0$. En $t = 5 \text{ s}$ se alcanza la velocidad de 20 m/s, según calculamos en a).

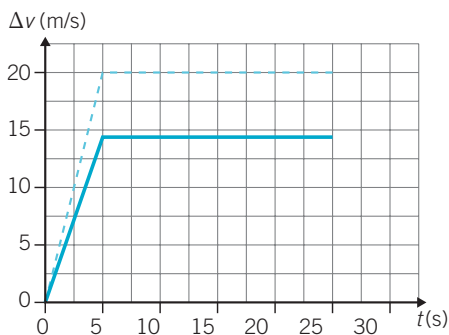
- De $t = 5 \text{ s}$ a $t = 25 \text{ s}$ el movimiento es uniforme y la velocidad es la alcanzada en 1, es decir, 20 m/s.

$$\Delta s_2 = v_2 \cdot \Delta t = 20 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} = 400 \text{ m}$$

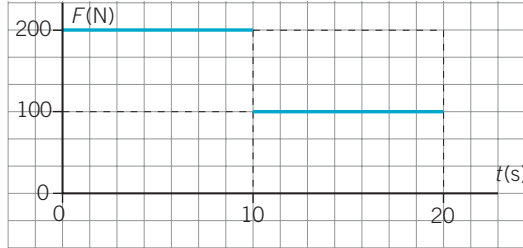
En total se recorren $50 \text{ m} + 400 \text{ m} = 450 \text{ m}$.

c) Si ponemos más naranjas, la masa aumenta y la velocidad adquirida por la aplicación de la fuerza $\Delta v = \frac{F}{m} \Delta t$ disminuye.

El primer tramo de la gráfica tendrá menos pendiente y el segundo será más bajo (menor velocidad). Algo así como:



22. Sobre un cuerpo de 20 kg actúa una fuerza durante cierto tiempo, tal y como muestra la gráfica.



- a) Elabora una gráfica representando la aceleración experimentada por el cuerpo durante esos 20 s.
 b) Elabora una gráfica representando la velocidad que tiene el cuerpo durante esos 20 s.
 c) Calcula el espacio recorrido durante esos 20 s.

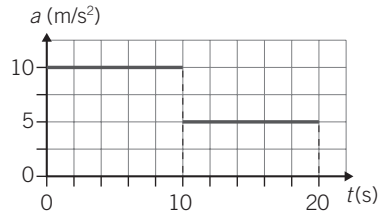
a) Como $a = \frac{F}{m}$, la gráfica de «a» tiene la misma forma que la de «F».

En los primeros 10 s:

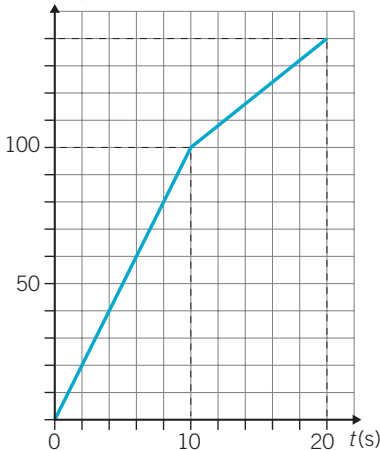
$$\Delta v = \frac{F}{m} \Delta t = a \cdot \Delta t = 10 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ s} = 100 \text{ m/s}$$

Y en los siguientes 10 s:

$$\Delta v = 5 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ s} = 50 \text{ m/s}.$$



b)



c) Son dos tramos de movimiento uniformemente acelerado:

$$1. \Delta s_1 = \frac{1}{2} a_{T1} \cdot t^2$$

(pues $t_0 = 0$, $v_0 = 0$, suponemos)

$$\Delta s_1 = \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 500 \text{ m}$$

2. El segundo tramo es igual salvo porque ahora $a_{T2} = 5 \text{ m/s}^2$ y hay una velocidad inicial de 100 m/s .

$$\Delta s_2 = v_{02} \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} a_{T2} \cdot \Delta t_2^2 = 100 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} 5 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2$$

En total el espacio recorrido es $s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 1750 \text{ m}$.

23. Halla el tiempo que tiene que estar actuando una fuerza constante de 15 N sobre una masa de 10 kg en reposo para que esta adquiera una velocidad de 30 m/s.

En el caso de fuerzas constantes la segunda ley de Newton dice que $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (suponiendo, como casi siempre, $m = \text{cte.}$):

$$\Delta t = \frac{m \cdot \Delta v}{F} = \frac{10 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s}}{15 \text{ N}} = 20 \text{ s}$$

24. Un bloque de plastilina de 50 g de masa choca perpendicularmente contra una pared a 30 m/s y se queda parado y adherido a ella; el proceso ha durado 60 ms.

- Elige un sistema de referencia y escribe y representa los vectores momento lineal de la plastilina antes y después del choque.
- ¿Cuál ha sido la fuerza que ha ejercido la pared sobre la plastilina? Ahora sustituyamos la plastilina por una pelota de tenis.
- Dibuja y calcula los vectores momento lineal y calcula la fuerza sobre la pelota suponiendo que no pierde velocidad en el rebote.
- Repite el apartado anterior, pero suponiendo ahora que la pelota pierde en el choque un 10% de la velocidad inicial.



- b) Si la consideramos constante (al menos aproximadamente):

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_F - v_0}{\Delta t} = 0,05 \text{ kg} \cdot \frac{0 - 30 \text{ m/s}}{0,06 \text{ s}} = -25 \text{ N}$$

(El signo «-» quiere decir que la fuerza tiene sentido opuesto a la velocidad inicial).



La velocidad de la pelota se invierte (aproximadamente en el mundo real) tras el choque: $\vec{p}_F = -\vec{p}_0$.

$$F = m \cdot \frac{v_F - v_0}{\Delta t} = 0,05 \text{ kg} \cdot \frac{-30 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{0,06 \text{ s}} = -50 \text{ N}$$

La fuerza se duplica (suponiendo que la colisión dura lo mismo, lo que no es muy razonable).

d) Si se pierde un 10 % de velocidad en la colisión:

$$F = 0,05 \text{ kg} \cdot \frac{-27 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{0,06 \text{ s}} = -47,5 \text{ N}$$

$$v_F = -\left(v_0 - \frac{1}{10} v_0\right) = -\frac{9}{10} v_0 = -\frac{9}{10} \cdot 30 \text{ m/s} = -27 \text{ m/s}$$

25. Una pelota de béisbol tiene una masa de 150 g y puede ser lanzada con una velocidad de 45 m/s. ¿Qué fuerza debe de aplicarse para detener la pelota en tres décimas de segundo?

Detener la pelota quiere decir conseguir $\Delta v = v_f - v_0 = 0 - v_0 = -v_0$.

Si suponemos que la fuerza es constante:

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,15 \text{ kg} \cdot \frac{-45 \text{ m/s}}{0,3 \text{ s}} = -22,5 \text{ N}$$

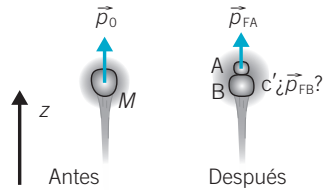
26. Un proyectil de 900 g lanzado durante una sesión de fuegos artificiales explota a 300 m de altura, cuando su velocidad es vertical y ascendente de 80 km/h, dividiéndose en dos fragmentos. Uno, de 600 g, continúa subiendo con $v = 100 \text{ km/h}$.

a) ¿Cuál es la velocidad del otro fragmento?

b) ¿Hacia dónde se mueve?

Usaremos el principio de conservación del momento lineal para el cohete (antes) y sus fragmentos (después).

El problema es esencialmente unidimensional; veamos lo módulos de los momentos lineales.



ANTES DESPUÉS

$$\vec{p}_0 = \boxed{\vec{p}_{FA} + \vec{p}_{FB}} \quad \text{debe tener la misma dirección que } \vec{p}_0: \text{ vertical}$$

INICIAL: $p_0 = Mv_0 = 0,9 \text{ kg} \cdot 80 \text{ km/h} = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

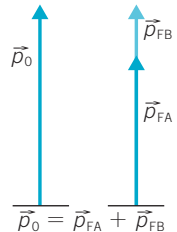
FINAL: $p_{FA} \boxed{\pm} p_{FB} = p_0$
 se suman si tienen el mismo sentido
 y se restan en caso contrario

Es decir, que como $p_{FA} = 0,6 \text{ kg} \cdot 100 \text{ km/h} = 16,7 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ es menor en módulo que el momento lineal inicial, el otro fragmento debe tener una velocidad con igual dirección que el primero y momento de módulo:

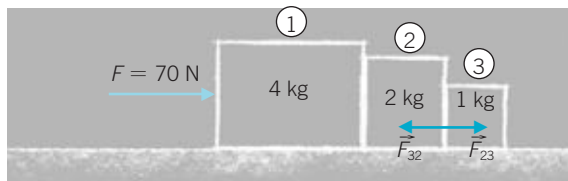
$$p_0 = p_{FA} + p_{FB} \rightarrow p_{FB} = p_0 - p_{FA} = 3,3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

con lo que su velocidad será:

$$v_B = \frac{p_{FB}}{m_B} = \frac{3,3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{(0,9 - 0,6) \text{ kg}} = 11,1 \text{ m/s} \approx 40 \text{ km/h}$$



27. Calcula la aceleración del sistema de la figura cuando se aplica una fuerza de 70 N sobre el bloque más grande.



¿Cuál es la reacción que el cuerpo 3 ejerce sobre el 2?

El sistema se mueve sin deshacerse, así que podemos actuar como si fuera un solo cuerpo de 7 kg.

$$\text{Entonces: } a = \frac{70 \text{ N}}{7 \text{ kg}} = 10 \text{ m/s}^2.$$

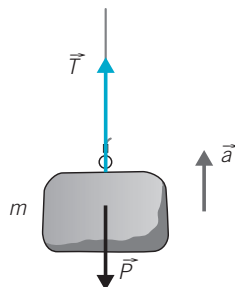
Ahora podemos considerar aisladamente al fragmento 3 sobre el que –ignorando el rozamiento– la fuerza neta que actúa es la «acción» de 2: $F_{23} = m_3 \cdot a = 10 \text{ N}$. Pero lo que nosotros buscamos, F_{32} (la «reacción de 3 sobre 2») es, por la tercera ley de Newton, igual en módulo: $F_{32} = F_{23} = 10 \text{ N}$. (Aunque sea costumbre, no es correcto hablar de «acción» y «reacción»; es preferible referirse a «la fuerza que A ejerce sobre B...».)

28. Una grúa eleva una masa de 900 kg mediante un cable que soporta una tensión máxima de 12 000 N.

- a) ¿Cuál es la máxima aceleración con que puede elevarlo?
 b) Si se eleva con $a = 2,5 \text{ m/s}^2$, ¿qué tensión soporta el cable?

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$F_{\text{Total}} = T - P = ma \text{ (ver figura)}$$



- a) Busquemos la aceleración de m en función del peso y la tensión:

$$T - P = ma \rightarrow \frac{T - P}{m} = a \rightarrow a = \frac{T - mg}{m} = \frac{T}{m} - g$$

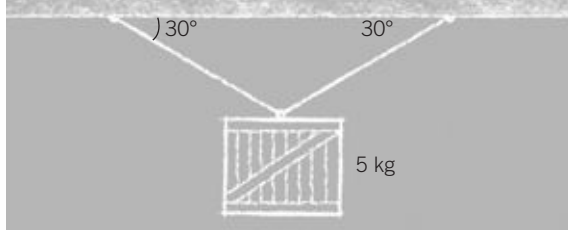
Ahora:

$$a_{\text{máx}} = \frac{T_{\text{máx}}}{m} - g = \frac{12\,000 \text{ N}}{900 \text{ kg}} - 9,8 \text{ m/s}^2 = 3,5 \text{ m/s}^2$$

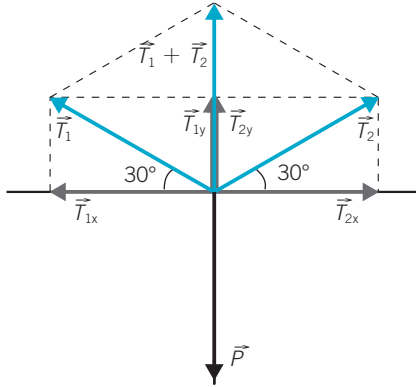
- b) Si la aceleración es de $2,5 \text{ m/s}^2$, la tensión resultará ser:

$$\begin{aligned} T - P = ma &\rightarrow T = P + ma = mg + ma = m \cdot (a + g) = \\ &= 900 \text{ kg} \cdot (2,5 \text{ m/s}^2 + 9,8 \text{ m/s}^2) = 11\,070 \text{ N} \end{aligned}$$

29. Calcula la tensión de cada cuerda si la masa del cuerpo que cuelga es de 5 kg.



Elegimos un sistema de referencia según la figura y descomponemos \vec{T}_1 y \vec{T}_2 en sus componentes según los ejes X e Y.



Como hay equilibrio debe cumplirse $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{componente x: } T_{1x} = T_{2x} \\ \text{componente y: } T_{1y} + T_{2y} = P = mg \end{array} \right\} (*)$$

Ahora necesitamos un poco de trigonometría:

$$\begin{aligned} T_{1x} &= T_1 \cdot \cos 30^\circ & ; & & T_{2x} &= T_2 \cdot \cos 30^\circ \\ T_{1y} &= T_1 \cdot \sin 30^\circ & ; & & T_{2y} &= T_2 \cdot \sin 30^\circ \end{aligned}$$

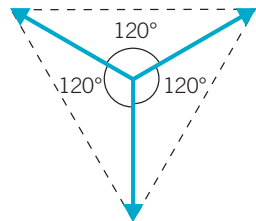
Ahora las condiciones de equilibrio (*) quedan así:

$$(**) \left\{ \begin{array}{l} T_1 \cdot \cos 30^\circ = T_2 \cdot \cos 30^\circ \\ 2T \cdot \sin 30^\circ = mg \end{array} \right. \rightarrow T_1 = T_2 \equiv T$$

(Estaba claro por la simetría del problema.)

$$T = \frac{mg}{2 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 49 \text{ N}$$

(igual a mg en este caso; las tres fuerzas son iguales, como se podría haber adelantado por la simetría del problema).



30. Indica hacia dónde se moverán los cuerpos de la figura y cuál será la aceleración del sistema. Supón que no hay rozamiento.

Si ignoramos el rozamiento, sobre cada una de las masas actúan el peso (\vec{P}), la reacción normal de la superficie (\vec{N}) y la tensión de la cuerda (\vec{T} , igual para ambas masas, ya que están unidas por la cuerda). La segunda ley de Newton dice que:

$$\begin{aligned}\vec{P}_1 + \vec{T} + \vec{N}_1 &= m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T} + \vec{N}_2 &= m_2 \vec{a}_2\end{aligned}$$

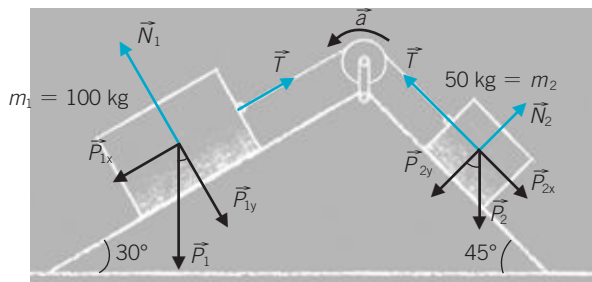
Si elegimos para cada masa su propio sistema de coordenadas con un eje tangente a la superficie y otro normal a ella y tenemos en cuenta que la aceleración es la misma para ambas masas (además, hemos dado a la aceleración un sentido arbitrario; si nos sale negativa, el sentido real era el contrario al supuesto):

$$\begin{aligned}P_{1x} - T &= m_1 a & [A] & & T - P_{2x} &= m_2 a & [C] \\ N_1 - P_{1y} &= 0 & [B] & & N_2 - P_{2y} &= 0 & [D]\end{aligned}$$

Ahora hay que tener en cuenta que las componentes tangenciales del peso son

$$\begin{aligned}P_{1x} &= P_1 \cdot \sin \alpha = m_1 g \cdot \sin \alpha \\ P_{2y} &= P_2 \cdot \sin \beta = m_2 g \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Un truco para recordarlo es fijarse en que si el plano es horizontal y los ángulos son cero, estas componentes deben desaparecer.



Como solo nos interesa la aceleración, eliminamos T entre las ecuaciones [A] y [C]:

$$\begin{aligned}T &= m_1 g \cdot \sin 30^\circ - m_1 a & [A] \\ T &= m_2 a + m_2 g \cdot \sin 45^\circ & [C]\end{aligned}$$

Igualamos:

$$\begin{aligned}m_1 g \cdot \sin 30^\circ - m_1 a &= m_2 a + m_2 g \cdot \sin 45^\circ \\ (m_1 + m_2) \cdot a &= m_1 g \cdot \sin 30^\circ - m_2 g \cdot \sin 45^\circ \\ a &= \frac{m_1 \cdot \sin 30^\circ - m_2 \cdot \sin 45^\circ}{m_1 + m_2} \cdot g \simeq +0,96 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Como « a » es positivo, el sistema se mueve en el sentido adecuado.

31. Una misma fuerza actúa sobre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 produciendo aceleraciones de 3 m/s^2 y 7 m/s^2 , respectivamente. ¿Cuál es la relación entre las masas de los cuerpos?

$$\left. \begin{array}{l} F = m_1 a_1 \\ F = m_2 a_2 \end{array} \right\} m_1 a_1 = m_2 a_2 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

En el caso que nos dicen:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{7}{3} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{7}{3} \rightarrow m_1 = \frac{7}{3} m_2$$

Obviamente, si la fuerza es igual, a más masa, menos aceleración.



NOTAS

