

# 7

## ENERGÍA, TRABAJO Y CALOR

### 7.1. LA NECESIDAD DE UNA MAGNITUD: EL TRABAJO

1. **¿Por qué, desde un punto de vista físico, el esfuerzo no se corresponde necesariamente con el trabajo?**

Realizamos un esfuerzo cuando aplicamos una fuerza; por ejemplo, al sostener un libro. Si la fuerza produce una transformación, como ocurre cuando elevamos un libro, entonces realizamos trabajo. Por tanto, para que coincidan esfuerzo y trabajo, es necesario que el esfuerzo vaya acompañado de un desplazamiento.

2. **Razona por qué es el trabajo una magnitud escalar y no una magnitud vectorial.**

El trabajo se define físicamente como el producto escalar de la fuerza,  $\vec{F}$ , por el desplazamiento,  $\vec{r}$ . Por ello, se trata de una magnitud escalar.

3. **Cita un ejemplo que muestre que si aumenta la fuerza aplicada sobre un cuerpo para producir una transformación, aumenta el trabajo que realizamos sobre dicho cuerpo.**

4. **Cita un ejemplo que muestre que si aumenta el desplazamiento que experimenta un cuerpo al aplicar una fuerza sobre él, aumenta el trabajo realizado sobre dicho cuerpo.**

Son múltiples los ejemplos que se pueden poner que ilustren lo que proponen estas dos actividades. Teniendo en cuenta la expresión del trabajo:

$$W = F \cdot d$$

resulta obvio que si aumenta el desplazamiento que experimenta, por ejemplo, una carretilla al aplicar sobre ella una fuerza constante, se incrementa el trabajo realizado sobre ella. Lo mismo sucede cuando la fuerza aplicada sobre ella aumenta.

5. **Calcula el trabajo que realiza la fuerza con que la Tierra atrae a la Estación Espacial Internacional cada vez que esta da una vuelta completa a nuestro planeta.**

El trabajo que realiza la fuerza de atracción de la Tierra es nulo porque, en todo momento, el desplazamiento de la Estación Espacial Internacional es perpendicular a dicha fuerza, dirigida en dirección radial al centro de la Tierra:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r \cdot \cos 90^\circ = 0$$

### 7.2. LA RAPIDEZ CON QUE SE REALIZA EL TRABAJO

1. **Calcula la energía que consume al día una estufa de 2 kW de potencia, si se mantiene conectada 5 horas. Expresa el resultado en joule y en kWh.**

Podemos calcular la energía consumida a partir de la expresión:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \rightarrow \Delta W = P \cdot \Delta t$$

Sustituyendo directamente los datos que proporciona el enunciado, obtenemos el resultado en kWh:

$$W = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kWh}$$

Para expresar el trabajo en joule, expresamos los datos en las unidades correspondientes del Sistema Internacional:

$$P = 2 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$\Delta t = 5 \text{ horas} \cdot \frac{60 \text{ minutos}}{1 \text{ hora}} \cdot \frac{60 \text{ segundos}}{1 \text{ minuto}} = 18\,000 \text{ s}$$

Por tanto:

$$W = 2 \cdot 10^3 \cdot 18\,000 = 36 \cdot 10^6 \text{ J} = 36 \text{ MJ}$$

**2. ¿Qué potencia desarrolla una máquina que realiza un trabajo de 120 kJ por minuto? Expresa el resultado en watt y en CV.**

La potencia se calcula por medio de la expresión:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Por tanto:

$$P = \frac{120 \cdot 10^3}{60} = 2\,000 \text{ W}$$

Para expresar la potencia en CV, tenemos en cuenta la siguiente relación de equivalencia:

$$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$$

Por tanto:

$$P = 2\,000 \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ CV}}{736 \text{ W}} = 2,72 \text{ CV}$$

**3. Calcula la potencia que desarrolla, medida en watt, un vehículo cuya potencia es 90 CV.**

La potencia del vehículo, expresada en watt, resulta:

$$P = 90 \text{ CV} \cdot \frac{736 \text{ W}}{1 \text{ CV}} = 66\,240 \text{ W}$$

**4. Calcula el trabajo que realiza el vehículo descrito en la actividad anterior si, con esa potencia, recorre un trayecto de 100 m en 5 s. Expresa el resultado en unidades del Sistema Internacional.**

El trabajo se calcula a partir de la expresión de la potencia:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \rightarrow \Delta W = P \cdot \Delta t$$

Sustituyendo los valores del tiempo y de la potencia (obtenido en la actividad anterior) resulta:

$$\Delta W = 66\,240 \cdot 5 = 331\,200 \text{ J} = 331,2 \text{ kJ}$$

### 7.3. ENERGÍA

1. **Enumera todos los tipos de energía que conoces y trata de identificar de dónde deriva su nombre. ¿Son distintos los tipos de energía que has enumerado?**

Consúltense el apartado de Ciencia, tecnología y sociedad que corresponde a esta unidad (páginas 180, 181 del libro del alumnado).

2. **Comenta la frase: “Un cuerpo puede realizar trabajo y deformar un sistema físico (produciendo, por tanto, un desplazamiento) porque posee energía”.**

Esta afirmación es cierta, ya que el trabajo es una forma de transferir energía de un cuerpo a otro.

3. **Deduces una nueva relación que ponga de manifiesto a qué equivale el trabajo que realizan las fuerzas exteriores que actúan sobre un sistema, teniendo en cuenta que el trabajo resultante debe ser igual a la suma del trabajo que realizan las fuerzas exteriores y el que realizan las fuerzas conservativas.**

El trabajo que realizan las fuerzas de un campo conservativo no varía el contenido energético total del sistema. La única variación energética es la debida al trabajo que realizan las fuerzas exteriores.

Por tanto, para un sistema que se traslada en un campo conservativo desde la posición 1 a la posición 2, se cumple:

$$E(1) + W_{F_{ext}}(1 \rightarrow 2) = E(2) \rightarrow W_{F_{ext}}(1 \rightarrow 2) = E(2) - E(1)$$

### 7.4. ENERGÍA CINÉTICA

1. **Calcula la energía cinética que transfiere un martillo de 500 g de masa que golpea un clavo con una velocidad de 4 m/s, si después del impacto el martillo permanece en reposo. En un caso real, ¿recibe el clavo toda la energía cinética que pierde el martillo?**

El hecho de que el martillo quede en reposo significa que ha perdido toda su energía cinética, que ha cedido al clavo. Por tanto, la energía cinética que cede es la que posee el propio martillo.

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4^2 = 4 \text{ J}$$

El clavo no recibe, en un caso real, toda la energía cinética acumulada en el martillo, porque el martillo se mueve un poco tras golpear al clavo (siempre existe un efecto de rebote).

Además de ello, no toda la energía que se transmite al clavo llega en forma de energía cinética. Como veremos más adelante, parte de la energía cedida se transforma en calor (que, al igual que el trabajo, es una forma de transferir energía). Se puede comprobar con facilidad golpeando repetidamente con un martillo una moneda metálica. Si se toca con los dedos tras golpearla, se comprueba que la moneda está más caliente (a mayor temperatura).

**2. Lanzamos un cuerpo de 2 kg por una superficie horizontal de modo que, tras recorrer 1,5 m, el cuerpo detiene su movimiento. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,3, calcula con qué velocidad fue lanzado el cuerpo.**

En principio, ese cuerpo tenía energía cinética y la ha cedido al medio al deslizarse, ya que realiza un trabajo de rozamiento. La energía cinética que inicialmente tenía el cuerpo coincide con el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento hasta que se detiene, es decir:

$$\Delta E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{\text{roz}} \cdot d$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

$$v = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 0,3 \cdot 9,8 \cdot 1,5} = 2,97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

## 7.5. ENERGÍA POTENCIAL

**1. Calcula la variación de energía potencial que experimenta un cuerpo de 100 g de masa cuando desciende desde 100 m hasta 55 m de la superficie terrestre.**

Si situamos el origen de energía potencial en la superficie de la Tierra, la variación de energía potencial de un cuerpo que cae la podemos calcular mediante la expresión:

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = m \cdot g \cdot h_f - m \cdot g \cdot h_i$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$\Delta E_p = 0,1 \cdot 9,8 \cdot 55 - 0,1 \cdot 9,8 \cdot 100$$

$$\Delta E_p = -44,1 \text{ J}$$

Este resultado indica que el cuerpo ha perdido energía potencial. Esa energía perdida se transforma en energía cinética, que hace que el cuerpo aumente su velocidad al caer.

**2. El cuerpo del ejercicio anterior, ¿realiza trabajo en el descenso? En caso afirmativo, señala la fuerza o las fuerzas que realizan trabajo. Considera despreciable el rozamiento con el aire.**

Hemos visto en este epígrafe que cuando un cuerpo cambia de posición en el interior de un campo gravitatorio, realiza trabajo. La fuerza responsable de este trabajo es la fuerza gravitatoria, que es una fuerza conservativa.

El trabajo que realiza el cuerpo coincide con la variación, con signo cambiado, de su energía potencial:

$$W_{\text{cons}} = -\Delta E_p = 44,1 \text{ J}$$

## 7.6. FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

1. Señala las fuerzas que actúan en cada uno de los siguientes supuestos e indica si son conservativas. Justifica en qué casos se produce trabajo:

- a) Al desplazar la silla para sentarnos (desprecia rozamientos).
- b) Al mantener un libro suspendido en el aire.
- c) Al subir una escalera.
- d) Al estirar un resorte y mantenerlo tenso.

- a) Aplicamos una fuerza exterior, que no es conservativa, para desplazar la silla. Las otras fuerzas que actúan son la fuerza peso y la fuerza normal, ambas conservativas, que no realizan trabajo por ser perpendiculares al desplazamiento. La fuerza exterior es la responsable del desplazamiento y, por tanto, sí realiza trabajo.
- b) Aplicamos una fuerza exterior igual y de sentido contrario a la fuerza peso. La fuerza exterior no es conservativa, pero sí lo es la fuerza peso. No se realiza trabajo, ya que no hay desplazamiento.
- c) En este caso, aplicamos de nuevo una fuerza exterior del mismo valor y de sentido opuesto a la fuerza peso. Se produce un desplazamiento que no es perpendicular a la fuerza aplicada, por lo que sí se realiza trabajo.
- d) Aplicamos una fuerza exterior no conservativa del mismo valor y sentido opuesto a la fuerza de recuperación elástica, que sí es conservativa.

Mientras estiramos el resorte se produce un desplazamiento, realizándose un trabajo. En cambio, al mantenerlo tenso no hay desplazamiento, por lo que no se realiza trabajo.

2. La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, ya que el trabajo que realiza solo depende de la posición inicial y final que ocupa el cuerpo en su trayectoria. Sin embargo, cuando subimos una montaña, no es lo mismo hacerlo por un camino corto y con mucha pendiente que por otro más largo y tendido. ¿Significa eso que el trabajo que efectúa sobre nosotros la fuerza de la gravedad depende del camino seguido?

No, lo que ocurre es que la fuerza,  $\vec{F}$ , que nosotros aplicamos es directamente proporcional al coseno del ángulo que forma dicha fuerza, opuesta al peso, con el desplazamiento, de igual dirección que el camino elegido. Al aumentar la pendiente del camino, aumenta el esfuerzo que realizamos, pero no el trabajo, ya que el desplazamiento disminuye proporcionalmente.

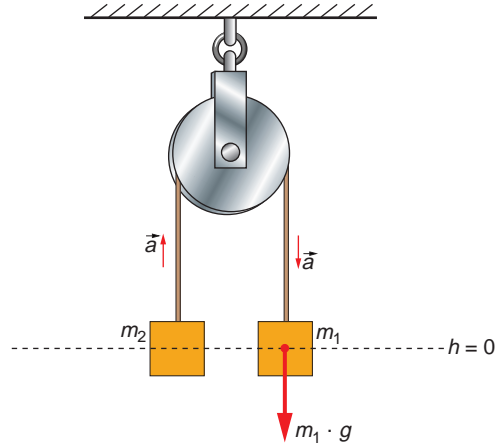
## 7.7. ENERGÍA MECÁNICA. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN

1. Dos bloques de masas diferentes penden de los extremos de un hilo (inextensible y de masa despreciable) que pasa por la garganta de una polea de masa despreciable que gira sin rozamiento.

Al sistema se le deja en libertad.

Responde y justifica:

- ¿Qué ocurrirá?
- ¿Se conserva la energía mecánica del sistema?
- ¿Se conserva la energía de cada bloque?



- El bloque de mayor masa,  $m_1$ , bajará, perdiendo energía potencial ( $\Delta E_{p1} < 0$ ) y ganando energía cinética ( $\Delta E_{c1} > 0$ ).  
El otro bloque, de masa  $m_2$ , subirá, ganando energía potencial ( $\Delta E_{p2} > 0$ ) y ganando energía cinética ( $\Delta E_{c2} > 0$ ).
- Al no existir rozamiento y encontrarnos en el seno del campo gravitatorio, se conserva la energía mecánica. Luego:

$$\Delta E_{p1} + \Delta E_{c1} + \Delta E_{p2} + \Delta E_{c2} = 0$$

- No se conserva la energía de cada bloque, ya que el bloque  $m_2$  tiene un incremento positivo de energía (aumentan tanto su energía cinética como su energía potencial) y el bloque  $m_1$  disminuirá su energía total en la misma cantidad.

## 7.8. TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE ROZAMIENTO

- En un instante dado, un objeto de 0,1 kg de masa desliza a 10 m/s por un plano horizontal. Calcula la distancia que ha recorrido cuando su velocidad se ha reducido a la mitad. Considera  $\mu = 0,15$ .

Para resolver este ejercicio hemos de tener en cuenta que la variación en la energía mecánica del cuerpo está producida por el trabajo que realizan las fuerzas de rozamiento.

$$E_1 + W_{roz} = E_2$$

En este caso, la energía potencial es constante, porque el objeto se desliza por un plano horizontal. Por tanto, solo varía su energía cinética:

$$E_{c1} + W_{roz} = E_{c2} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2$$

Sabiendo que  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  y que  $v_2 = 5 \text{ m/s}$  (la mitad de la velocidad inicial), podemos despejar la distancia recorrida y sustituir valores, obteniendo como resultado:

$$s = \frac{v_1^2 - v_2^2}{\mu \cdot g} = \frac{10^2 - 5^2}{0,15 \cdot 9,8} = 51,02 \text{ m}$$

**2. Calcula la fuerza de rozamiento que presenta un camión que se desliza por una carretera horizontal a 90 km/h si, en ese instante, el motor desarrolla una potencia de 65 kW.**

En primer lugar, expresamos los datos en unidades del Sistema Internacional:

$$v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

$$P = 65 \text{ kW} = 65 \cdot 10^3 \text{ W}$$

Sobre el camión, que circula a velocidad constante, actúan la fuerza aplicada por el motor y la fuerza de rozamiento. Aplicando la segunda ley de la dinámica, resulta:

$$F - F_r = m \cdot a \rightarrow F - F_r = 0$$

$$F = F_r$$

Por tanto, el valor de la fuerza de rozamiento es igual al de la fuerza que ejerce el motor. Esta última la podemos obtener a partir de la expresión de la potencia:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = F \cdot v$$

Despejando, obtenemos la fuerza de rozamiento:

$$F_r = F = \frac{P}{v} = \frac{65 \cdot 10^3}{25} = 2600 \text{ N}$$

## 7.9. SISTEMAS Y VARIABLES TERMODINÁMICAS

**1. Cita un ejemplo de cada uno de los cuatro tipos de sistema termodinámico.**

- Aislado: Este sistema difícilmente podemos encontrarlo en la realidad, ya que de alguna forma llega a los sistemas termodinámicos o se escapa de ellos materia o energía, ya sea en forma de calor o de trabajo.
- Adiabático: Un cilindro neumático. El fluido que se encuentra en el interior se comprime, debido a la acción de fuerzas exteriores y puede realizar trabajo. Si está térmicamente aislado, no transfiere calor y si es impermeable, no transfiere energía.
- Cerrado: El cilindro neumático del ejemplo anterior si no está térmicamente aislado del exterior y existe un intercambio de calor, además del intercambio de trabajo.
- Abierto: Un motor de combustión interna: intercambia trabajo (mueve el coche), calor, (calienta el agua y el aceite que lo refrigeran) y materia, ya que existe una entrada de la mezcla combustible-aire y una salida de los gases provenientes de la combustión.

**2. Explica la siguiente frase: “Los sistemas adiabáticos son sistemas térmicamente aislados”.**

Lo que quiere decir es que los sistemas adiabáticos no intercambian calor con el exterior. El calor recibido o cedido por el sistema es nulo. Lo único que intercambia con el exterior es trabajo. Ningún sistema es puramente adiabático; sin embargo, cuando las evoluciones termodinámicas son extremadamente rápidas podemos considerar que el sistema no ha tenido tiempo de reaccionar y, por tanto, no se produce una transmisión de energía en forma de calor.

**3. Cita cinco ejemplos de magnitudes extensivas y otros cinco de magnitudes intensivas.**

Magnitudes extensivas: masa, número de moles, volumen, peso, carga eléctrica total.

Magnitudes intensivas: presión, temperatura, calor específico, densidad, permitividad eléctrica.

**4. Los seres vivos, ¿son sistemas termodinámicos? Si lo son, ¿son abiertos o cerrados? Justifica la respuesta.**

Los seres vivos intercambian calor con el exterior. La temperatura de los seres humanos oscila alrededor de los 36 °C y, normalmente, el ambiente se encuentra más frío. Esto hace que se genere un flujo de calor entre nuestro cuerpo y el medio ambiente.

Una prueba de ello es que, si estamos sentados sobre una silla cierto tiempo y nos levantamos, observamos, al poner la mano sobre la silla, que la temperatura de esta ha aumentado. Ello indica que existe un intercambio de calor entre nuestro cuerpo y la silla, intercambio que dura hasta que se alcanza la temperatura de equilibrio.

Los seres vivos son sistemas abiertos, que interaccionan con el medio que les rodea. Ya hemos indicado que se genera un flujo de calor entre nuestro cuerpo y el medio ambiente, así como de materia y trabajo.

## 7.10. TEMPERATURA

**1. Encuentra la expresión que permite convertir una temperatura de la escala Fahrenheit en una temperatura de la escala centígrada. A continuación, repite el ejercicio a la inversa, y utiliza los resultados para resolver los dos ejercicios siguientes.**

Para obtener la expresión que relaciona ambas escalas, debemos recordar las correspondencias entre ellas: en la escala centígrada, el agua se congela a 0 °C, y pasa a estado gaseoso a 100 °C, siendo el intervalo entre estos dos puntos de 100 °C. En la escala Fahrenheit, estos dos puntos se corresponden con temperaturas de 32 °F y 212 °F, respectivamente, con un intervalo entre ellos de 180 °F.

Teniendo en cuenta estos intervalos, un grado centígrado corresponde con 1,8 °F. Por tanto, podemos escribir:

$$T_F = 1,8 \cdot T_C + 32$$



**2. En Florida la temperatura máxima ha sido hoy 105 °F. ¿Ha sido un día caluroso?**

Esta temperatura, en grados centígrados, es:

$$T_F = 1,8 \cdot T_C + 32 \rightarrow T_C = \frac{T_F - 32}{1,8}$$

$$T_C = \frac{105 - 32}{1,8} = 40,6 \text{ °C}$$

Por tanto, basándonos en nuestra propia experiencia, podemos decir que se trata de un día bastante caluroso.

**3. Calcula a qué temperatura Fahrenheit equivale la temperatura media del cuerpo humano.**

Si consideramos la temperatura media del cuerpo humano de 36,5 °C, la temperatura Fahrenheit correspondiente es:

$$T_F = 1,8 \cdot T_C + 32 \rightarrow T_F = 1,8 \cdot 36,5 + 32 = 97,7 \text{ °F}$$

## 7.11. CONCEPTO DE CALOR

**1. Comenta las dificultades que presenta interpretar el proceso de calentamiento del taladro de los cañones al considerar que el calor es una sustancia que fluye de los cuerpos calientes a los cuerpos fríos.**

Como se indica en el libro del alumnado (página 172), las primeras ideas acerca de la naturaleza del calor sugerían que se trataba de un fluido invisible y sin masa, llamado “calórico”, que se conservaba y pasaba de los cuerpos calientes a los cuerpos fríos. Al estudiar el proceso del calentamiento del taladro de los cañones utilizando estas ideas, nos encontramos con una contradicción: tanto el taladro como el cañón y las virutas se calientan, por tanto, todas ganan “calórico”, es decir, el “calórico” se ha creado, lo cual no es compatible con la premisa inicial de que el calórico se conserva.

**2. Trata de explicar mediante la hipótesis del calórico cómo ocurren los siguientes procesos:**

- a) Al calentarlos, los cuerpos se dilatan.
- b) Al hacer que rocen entre ellos o al golpearlos, los cuerpos se calientan.
- c) Al poner en contacto dos cuerpos, uno frío y otro caliente, se alcanza un equilibrio térmico.
- d) Al calentarlos, los cuerpos sufren cambios de estado.

Teniendo en cuenta los razonamientos que hacían los científicos del siglo XVIII, época en la que se sostenía la hipótesis del calórico, podemos interpretar los procesos del enunciado como se indica a continuación.

- a) En la época en que la teoría del calórico era aceptada se consideraba que sus partículas presentaban dos propiedades fundamentales:
  - Se repelen unas a otras.
  - Son atraídas por las partículas de la materia ordinaria.

Muchos científicos del siglo XVIII pensaban que, si se comunicaba calórico a un cuerpo, las partículas de calórico se difundirían por su interior y rodearían a las partículas ordinarias del cuerpo. Por tanto, al calentar un sólido o un líquido las partículas de calórico que rodean a cada partícula de materia ordinaria aumentan y, teniendo en cuenta la primera propiedad citada de las partículas de calórico (se repelen unas a otras), debe aumentar la repulsión entre ellas. Esa repulsión es la que justifica el aumento de volumen (dilatación) de un cuerpo al ser calentado. Para justificar que no se produce un cambio de estado, se suponía que dicha fuerza de repulsión era de menor magnitud que las fuerzas de atracción existentes entre las partículas ordinarias del material calentado.

- b) Si el calórico se mantiene constante, en un proceso de fricción ocurre lo mismo que en un proceso de torneado, es decir, se debería “crear” calórico. Por tanto, este proceso físico no tiene una interpretación válida de acuerdo con la hipótesis del calórico (consúltese la actividad anterior), como demostró Humphry Davy al frotar dos trozos de hielo entre sí (página 172 del libro del alumnado).
- c) Al poner en contacto un cuerpo caliente con uno frío, el primero, en comparación con el segundo, tiene un exceso de calórico, que cede al cuerpo frío.
- d) Este apartado está directamente relacionado con la explicación dada en el apartado a). Si se comunica mucho calórico a un sólido o a un líquido, la repulsión entre las partículas de calórico que rodean a cada partícula llegaría a ser superior a la fuerza de atracción entre las partículas ordinarias del cuerpo, produciéndose entonces un cambio de estado.

### **3. ¿Qué limitaciones tiene la hipótesis del calórico?**

Las dos limitaciones fundamentales que presenta la hipótesis del calórico son las siguientes:

- Que se ha imaginado como un fluido material sin masa.
- Que se deba conservar.

### **4. Cita un ejemplo de proceso en que haya transferencia de calor y se mantenga constante la temperatura.**

Un ejemplo es el proceso de congelación del agua, durante el cual el agua cede energía en forma de calor al entorno pero mantiene su temperatura en 0 °C.

### **5. Teniendo en cuenta ahora la hipótesis del calor como variación en la energía cinética de las partículas que forman el cuerpo, trata de explicar cómo tienen lugar los siguientes procesos:**

- a) El calentamiento por fricción.**
- b) La dilatación de los cuerpos.**
- c) Los cambios de estado a temperatura constante.**
- d) La tendencia de los cuerpos, puestos en contacto, a alcanzar el equilibrio térmico.**
  - a) Para vencer el rozamiento que se presenta, por ejemplo, cuando se intenta desplazar un cuerpo por una superficie rugosa, se debe realizar trabajo, que aumenta la energía cinética de las partículas de la superficie de contacto y, en consecuencia, su temperatura.

- b) Al calentar un sólido, un líquido o un gas que se encuentra contenido en un recipiente dotado de un émbolo que se puede desplazar, aumenta su temperatura y, en consecuencia, la energía cinética promedio de sus moléculas.

En el caso de los sólidos, este aumento implica un incremento de la amplitud de vibración de sus partículas constituyentes; aumenta, por tanto, la distancia media entre ellas, lo que se traduce en un aumento de volumen.

Al calentar un líquido, aumenta la energía cinética de traslación de sus partículas y sus desplazamientos, con el consiguiente aumento de volumen (se considera en este caso que las fuerzas de cohesión mantienen la intensidad suficiente para que la materia permanezca en estado líquido).

Finalmente, cuando se calienta un gas, el aumento de energía de sus partículas implica un incremento de los choques de estas con las paredes del recipiente que lo contiene; su volumen y/o presión aumentan. En el caso que hemos supuesto, el émbolo se desplazaría, aumentando de ese modo el volumen de la cavidad que contiene el gas.

- c) Cuando se produce un cambio de estado a temperatura constante, la energía que se aporta al sistema se utiliza para romper los enlaces entre las moléculas. Para que se produzca dicho cambio, es necesario que la energía suministrada sea mayor que la energía de interacción entre las moléculas.
- d) Al poner en contacto térmico dos cuerpos que se encuentran a distinta temperatura, estos intercambian energía como consecuencia de los choques entre sus partículas (lo que depende de la superficie de contacto) hasta que alcanzan el equilibrio térmico. Esto significa que no hay intercambios de energía a nivel macroscópico, aunque sí los hay a nivel microscópico, pero sin existir, en promedio, intercambio de energía neto entre ambos cuerpos. La temperatura final a la que se produce el equilibrio térmico no es fija, sino que fluctúa alrededor de la temperatura de equilibrio. No obstante, para el nivel en que nos encontramos, supondremos que sí lo es.

## 7.12. TRANSFERENCIAS DE ENERGÍA EN FORMA DE CALOR

1. A partir de los datos de la tabla de calores específicos contesta a las cuestiones siguientes:

- a) **Para una misma masa de sustancia, ¿qué tarda más tiempo en calentarse o enfriarse, el agua o el aire?**
- b) **¿Qué relación tiene la respuesta al apartado anterior con las características de los climas marítimos y continentales?**
- a) Tarda más tiempo el agua, porque tiene mayor calor específico que el aire y requiere mayor aporte de calor (o pérdida de calor) para alcanzar la misma variación de temperatura que una masa equivalente de aire.
- b) El mar, debido a la gran cantidad de agua que lo forma, y al elevado calor específico de esta, posee una gran capacidad calorífica, actuando como una reserva de energía que evita temperaturas extremas (altas y bajas), gracias al intercambio de calor que se produce entre el agua del mar y el aire. De este modo se suavizan las bruscas oscilaciones de temperatura de la atmósfera en las localidades cercanas al mar.

No ocurre lo mismo en el interior, ya que los materiales del suelo tienen un calor específico mucho menor y no pueden actuar como “acumuladores” del calor en la forma en que lo hace el mar.

**2. Calcula el calor transferido por una resistencia de cobre de 150 g al medio en que se encuentra, si se enfría de 75 °C hasta 20 °C.**

El calor transferido lo calculamos por medio de la expresión:

$$Q = m \cdot c_{esp} \cdot (T_{final} - T_{inicial})$$

donde  $c_{esp}$  es el calor específico del cobre, que según la tabla de calores específicos vale:

$$c_{esp} = 386 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Por tanto:

$$Q = 0,15 \cdot 386 \cdot (20 - 75) = -3\,184,5 \text{ J}$$

Fíjate en que hemos expresado las temperaturas inicial y final en grados centígrados y no en Kelvin. Esto es aceptable, en esta ocasión, porque el intervalo es el mismo medido en una y otra escala.

**3. Calcula la cantidad de hielo que se fundirá al mezclar 100 g de hielo, que se encuentra a -40 °C, con 100 g de agua, que se encuentra a 10 °C. ¿A qué temperatura debería encontrarse inicialmente el agua para que fundiese todo el hielo?**

Al poner en contacto el hielo y el agua, se produce una transferencia de calor desde el agua, que está a 10 °C, hacia el hielo, que se encuentra a una temperatura menor, -40 °C, hasta que sus temperaturas se equilibran. Si todo el hielo fundiese, querría decir que el calor que aporta el agua es igual o superior al que necesita el hielo para fundir.

El calor que aporta el agua es:

$$Q_1 = m_{agua} \cdot c_{agua} \cdot \Delta T$$

$$Q_1 = 0,1 \cdot 4\,180 \cdot (0 - 10) = -4\,180 \text{ J}$$

Este calor es absorbido por el hielo para elevar su temperatura y para producir el cambio de estado de hielo a agua:

$$-Q_1 = m_{hielo\ fundido} \cdot c_{hielo} \cdot \Delta T + m_{hielo\ fundido} \cdot L_f$$

Despejando y dando valores, la masa de hielo que se funde resulta:

$$m_{hielo\ fundido} = \frac{-Q_1}{c_{hielo} \cdot \Delta T + L_f}$$

$$m_{hielo\ fundido} = \frac{4\,180}{2\,090 \cdot [0 - (-40)] + 333,2 \cdot 10^3} = 0,01 \text{ kg}$$

Por tanto, solo se funden 10 gramos de hielo.

Para que fundiese todo el hielo, necesitaríamos transferirle un calor:

$$Q_2 = m_{hielo} \cdot c_{hielo} \cdot \Delta T + m_{hielo} \cdot L_f$$

$$Q_2 = 0,1 \cdot 2\,090 \cdot (0 + 40) + 0,1 \cdot 333,2 \cdot 10^3 = 41\,680 \text{ J}$$

Ese calor debería ser aportado por el agua:

$$-Q_2 = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot \Delta T = m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}})$$

Y, por tanto, el agua debería encontrarse inicialmente a una temperatura:

$$T_{\text{inicial}} = \frac{Q_2}{m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}}} + T_{\text{final}}$$

$$T_{\text{inicial}} = \frac{41\,680}{0,1 \cdot 4\,180} + 0 = 99,7 \text{ }^\circ\text{C}$$

## 7.13. EL PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

**1. Un cilindro provisto de un émbolo contiene dos mol de un gas, que supondremos ideal, que ocupa un volumen de 3 litros a 27 °C. Calcula el trabajo que se necesita para reducir su volumen a la mitad, en un proceso a presión constante.**

Los datos que proporciona el enunciado del problema son los siguientes:

- Número de mol:  $n = 2$
- Volumen inicial:  $V_1 = 3 \text{ litros} = 0,003 \text{ m}^3$
- Volumen final:  $V_2 = 1,5 \text{ litros} = 0,0015 \text{ m}^3$
- Temperatura:  $T = 27 \text{ }^\circ\text{C} = 300,15 \text{ K}$

Para resolver este ejercicio, debemos utilizar la expresión:

$$W_{1 \rightarrow 2(P=\text{cte})} = P \cdot (V_2 - V_1)$$

en la que necesitamos conocer la presión.

Para calcularla, utilizamos la ecuación de los gases ideales o ecuación de Clapeyron:

$$P \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$

Despejando la presión, obtenemos:

$$P = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1}$$

y sustituyendo el resultado obtenido en la expresión del trabajo, resulta:

$$W_{1 \rightarrow 2(P=\text{cte})} = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1} \cdot (V_2 - V_1)$$

que nos permite calcular directamente el valor solicitado.

De ese modo, expresando todos los valores en unidades del S.I. resulta:

$$W_{1 \rightarrow 2(P=\text{cte})} = \frac{2 \cdot 8,3149 \cdot 300,15}{0,003} \cdot (0,0015 - 0,003)$$

$$W_{1 \rightarrow 2(P=\text{cte})} = -2\,495,72 \text{ J}$$

## 2. La energía interna, ¿es una magnitud intensiva o extensiva?

Es una magnitud extensiva. Su variación en un gas ideal depende directamente del número de mol. Por ello, a igual temperatura, cuanto mayor sea el número de mol de un sistema (y, por tanto, la masa) más energía interna tendrá.

## 3. Tenemos dos mol de nitrógeno a 20 °C, que se someten a una expansión isóbara, a una atmósfera de presión, hasta que su volumen se duplica. Calcula el trabajo que debemos realizar para ello. ¿Cómo interpretas el signo que obtienes para el trabajo?

Al ser constante la presión, utilizaremos la ecuación que corresponde a un proceso isóbaro:

$$W = P \cdot (V_2 - V_1)$$

En este caso,  $V_2 = 2 \cdot V_1$ . Sin embargo, no conocemos el volumen inicial, que se ha de calcular a partir de la ecuación de los gases perfectos:

$$P_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$
$$V_1 = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{P_1} = \frac{2 \cdot 0,082 \cdot (273,15 + 20)}{1} = 48,08 \text{ l}$$

Finalmente:

$$W_{(P=\text{cte})} = P \cdot (2 \cdot V_1 - V_1) = P \cdot V_1$$
$$W_{(P=\text{cte})} = 1 \cdot 48,08 = 48,08 \text{ atm} \cdot \text{l} = 4870 \text{ J}$$

El signo positivo para el trabajo nos indica que es el sistema el que realiza trabajo hacia el exterior.

## 4. Aplica el primer principio de la termodinámica a la fusión de un cubito de hielo.

El primer principio de la termodinámica se expresa en la forma:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - W$$

Al estudiar la fusión del hielo caracterizaremos con el subíndice 1 al hielo antes de fundir (que es el estado inicial) y con el subíndice 2 al agua que se obtiene tras la fusión (estado final).

- En la fusión supondremos que se realiza un trabajo de contracción nulo (el hielo ocupa un volumen algo mayor que el agua).
- El calor que hay que aportar al hielo es positivo. El hielo toma calor del medio, que está a mayor temperatura.

De acuerdo con el criterio de signos adoptado, como se toma calor del medio, este será positivo.

Por tanto, sustituyendo en la expresión anterior, resulta:

$$U_2 - U_1 = Q - 0 \rightarrow U_2 - U_1 > 0 \rightarrow U_2 > U_1$$

Como ves, el cubito de hielo tiene menor energía interna que el agua que resulta de la fusión.

## ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

### CUESTIONES

**1. Describe los diferentes tipos de energía que se manifiestan en los procesos o en los fenómenos que se describen:**

- a) El funcionamiento de una estufa eléctrica.
- b) La escalada por un ciclista de un puerto de montaña.
- c) Un tren eléctrico de juguete en marcha.
- d) El movimiento de un automóvil.
- e) La generación de corriente eléctrica en una central hidroeléctrica, en una central térmica y en una central nuclear.
- f) La iluminación y el funcionamiento de los electrodomésticos de una casa de campo con baterías solares.

- a) Energía eléctrica y energía térmica o calorífica.
- b) Energías cinética y potencial gravitatoria.
- c) Energías eléctrica y cinética.
- d) Energías cinética y potencial gravitatoria (por la existencia de desniveles en el terreno) y energía térmica (en el motor del automóvil).
- e) En los tres casos se manifiesta la energía eléctrica y la energía cinética (en las turbinas de los generadores). Además de estas dos, en la central hidráulica intervienen la energía potencial gravitatoria y la energía cinética en la caída del agua que mueve las turbinas; en la central térmica, la energía calorífica; y en la central nuclear, la energía nuclear procedente de la fisión de los núcleos atómicos.
- f) Energía eléctrica y energía electromagnética procedente de la radiación solar.

**2. Describe tres sistemas físicos que posean energía y puedan realizar trabajo.**

La gasolina posee energía interna y puede realizar trabajo al desplazar los émbolos del motor de un automóvil cuando explota gracias a la chispa producida por una bujía; un martillo pilón posee una energía potencial que se puede utilizar para dar forma (desplazar) a diferentes utensilios; un muelle comprimido posee energía potencial elástica y proyectar objetos situados en su extremo.

**3. En el movimiento circular de un cuerpo, ¿qué trabajo realiza la fuerza centrípeta? ¿Por qué?**

El trabajo se define como:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \rightarrow W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta$$

En el caso del movimiento circular, la fuerza centrípeta siempre es perpendicular al vector desplazamiento, lo que quiere decir que  $\theta = 90^\circ$ . Por tanto:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0$$

El trabajo realizado por la fuerza centrípeta es siempre nulo.

**4. Justifica el que el trabajo realizado por una fuerza de rozamiento, cuando un objeto experimenta un desplazamiento sobre una superficie rugosa, sea siempre negativo.**

La fuerza de rozamiento,  $\vec{F}_r$ , tiene siempre la misma dirección y sentido opuesto al desplazamiento,  $\vec{r}$ . Por tanto, el trabajo resulta:

$$W = \vec{F}_r \cdot \vec{r} = F_r \cdot r \cdot \cos 180^\circ = F_r \cdot r \cdot (-1) = -F_r \cdot r < 0$$

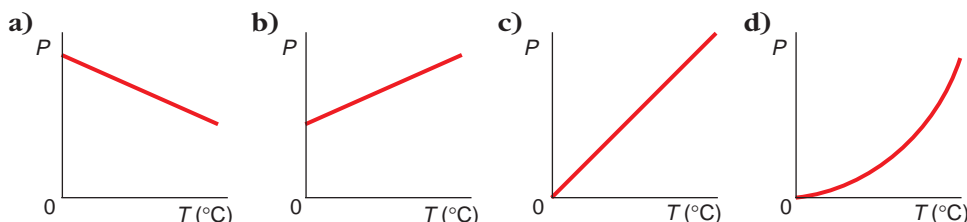
Como vemos, este resultado indica que el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento es siempre negativo.

**5. Circulando por una autovía, un conductor pisa el acelerador de su automóvil, sin usar la caja de cambios. ¿Qué magnitud del motor está aumentando, la fuerza o la potencia? Justifica tu respuesta.**

Para responder a esta cuestión supondremos que, al pisar el acelerador sin utilizar la palanca de cambio, el automóvil efectúa un m.r.u.a. Por tanto, de acuerdo con la segunda ley de la dinámica,  $F = m \cdot a$ , la fuerza aplicada debe ser constante. Como esta es, además, paralela al desplazamiento, podemos escribir la definición de potencia como se indica en la página 154 del libro del alumnado,  $P = F \cdot v$ , de donde se deduce que, al aumentar la velocidad, debe hacerlo también la potencia.

No obstante, al realizar el razonamiento anterior no hemos tenido en cuenta la resistencia que ofrece la atmósfera al avance del automóvil (el estudio aerodinámico de las carrocerías de los vehículos es uno de los campos de investigación más importantes en el mundo de la automoción), que es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad; por tanto, en este caso sería necesario aumentar la fuerza aplicada para que el automóvil mantenga el m.r.u.a.

**6. Un gas ideal, inicialmente a 0 °C, se calienta en un recipiente cuyo volumen es constante. ¿Qué gráfica muestra correctamente cómo varía la presión del gas con la temperatura?**



Como la evolución es a volumen constante, utilizando la ecuación de los gases perfectos y teniendo en cuenta que el gas no cambia su volumen, resulta:

$$\left. \begin{array}{l} P \cdot V = R \cdot T \\ P_1 \cdot V = R \cdot T_1 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{P}{P_1} = \frac{T}{T_1} \rightarrow P = P_1 \cdot \frac{T}{T_1}$$

Observa que la temperatura es absoluta y en las gráficas nos facilitan la temperatura centígrada. Por tanto, aunque parezca que la respuesta correcta es la C, la respuesta correcta es, en realidad, la **b)**, en la que la recta corta al eje de abscisas en  $-273$  °C, que equivale a 0 K.



**7. ¿Qué le sucede a la energía interna de un sistema si este realiza trabajo sobre el exterior? ¿Y si es el exterior el que realiza trabajo sobre el sistema?**

Puesto que el trabajo es transferencia de energía de un sistema (el que realiza el trabajo) a otro, al realizar trabajo sobre el exterior el sistema pierde energía interna.

Cuando es el exterior el que realiza trabajo sobre un sistema, el sistema aumenta su energía interna en la misma cantidad.

**8. Distingue entre calor y temperatura.**

El calor es energía en tránsito entre dos sistemas que se encuentran a distinta temperatura. La temperatura es una magnitud fundamental relacionada con las transferencias de energía en forma de calor.

**9. Explica por qué necesita el tubo de escape de las motocicletas una “protección térmica” que evite quemaduras al usuario. ¿En qué consiste dicha protección?**

Los gases de la combustión son expulsados a elevada temperatura. El tubo de escape, por ser metálico, es buen conductor de energía en forma de calor y está a temperatura elevada. Por ello, el usuario necesita protección frente a posibles quemaduras. La protección consiste en una rejilla metálica separada del tubo de escape y que permite una buena ventilación entre los dos elementos.

**10. Utilizando adecuadamente un termómetro clínico, una persona de Estados Unidos se toma la temperatura corporal en una axila. La lectura que obtiene al hacerlo es 98 °F. ¿Tiene fiebre? Justifica la respuesta.**

Debemos expresar la temperatura corporal en grados centígrados, que es la escala en la que habitualmente medimos la temperatura. Para ello utilizamos la expresión que relaciona ambas escalas:

$$T_C = \frac{T_F - 32}{1,8}$$

Sustituyendo el dato de que disponemos, obtenemos:

$$T_C = \frac{98 - 32}{1,8} = 36,67 \text{ °C}$$

Este valor es normal para el ser humano, por lo que esta persona no tiene fiebre.

**11. En general, se afirma que las ciudades situadas junto al mar tienen un clima más benigno que las situadas en el interior de un continente. ¿Cómo lo explicarías?**

Esta cuestión está relacionada con el calor específico de los distintos materiales de la corteza terrestre.

Como vimos en la actividad 1 del epígrafe 7.12., el elevado calor específico del agua hace que el mar tarde mucho en calentarse y en enfriarse, de modo que cuando el aire se enfría o se calienta debido a un cambio en las condiciones atmosféricas, el intercambio de calor entre el mar y el aire suaviza las variaciones de temperatura, dando lugar a un clima más benigno.

12. Dos sólidos, de distinto material y de la misma masa, se encuentran a la misma temperatura, 20 °C. Si se ponen en contacto, a la vez, con un foco calorífico que se encuentra a 50 °C, ¿cuál de los dos sólidos alcanzará antes esa temperatura? Justifica la respuesta.

La cantidad de calor que hay que aportar a cada sólido para que alcancen la temperatura indicada lo proporciona la expresión:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Si dividimos por el tiempo transcurrido obtenemos la potencia del foco calorífico:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{t}$$

Despejando:

$$t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{P}$$

Como vemos, tardará menos tiempo en alcanzar esa temperatura el sólido que tenga menor calor específico,  $c$ .

13. Comenta la frase: “Si no posee energía, un sistema físico no tiene capacidad para realizar ninguna transformación sobre el entorno que le rodea”.

Un sistema físico que no posea energía debe encontrarse a una temperatura en que todas sus partículas se queden sin energía cinética. Esa temperatura se corresponde con el cero absoluto (-273,15 °C). No obstante, ese sistema recuperaría la capacidad para realizar trabajo, ya que podría recibir energía del entorno.

14. La expresión  $Q = m \cdot L$  permite calcular la cantidad de energía que debemos transferir a un sistema, en forma de calor, para que cambie de estado. ¿Qué respuesta indica correctamente las unidades en que se miden  $Q$  y  $L$ ?

Respuesta	$Q$	$L$
A	J	kg
B	$J \cdot \text{kg}^{-1}$	J
C	J	$J \cdot \text{kg}$
D	J	$J \cdot \text{kg}^{-1}$

- El calor,  $Q$ , es una forma de transferir energía y se mide en joule, J.
- El calor latente de fusión,  $L$ , está relacionado con el calor transferido de acuerdo con la expresión:

$$Q = m \cdot L \rightarrow L = \frac{Q}{m} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

La respuesta correcta es la **D**).

15. La primera ley de la termodinámica se expresa en la forma:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - W$$

¿Cuál de las tres cantidades,  $Q$ ,  $W$  y  $\Delta U$ , puede ser nula cuando el sistema es un gas que sufre una transformación adiabática?

a) Solo  $W$

c) Solo  $\Delta U$

b) Solo  $Q$

d) Cualquiera de las tres

Una transformación adiabática es aquella en la que el calor transferido entre el sistema y el medio que le rodea es nulo ( $Q = 0$ ).

El calor es la única de estas tres magnitudes que puede ser nula, ya que si ha habido una transformación termodinámica, debe haberse producido una variación de  $W$  y/o de  $Q$ . Por tanto, como  $Q = 0$ , resulta:

$$Q = 0 \rightarrow \Delta U = 0 - W \rightarrow \Delta U = -W$$

Por tanto, la respuesta correcta es la b).

16. Si dejamos salir aire de un balón, la temperatura a la que sale es menor que la del aire que lo rodea. ¿Puedes explicarlo?

Aunque la experiencia nos pueda hacer creer que la evolución del sistema no es la esperada, no debemos perder de vista que la espontaneidad de un proceso no es función solamente de la forma en que se transfiere el calor, sino también del trabajo que se realiza. El primer principio de la termodinámica nos dice que un proceso es espontáneo si su energía interna disminuye:

$$\Delta U = Q - W$$

siendo  $Q > 0$  si se aporta calor al sistema y  $W > 0$  si el trabajo es aportado por el sistema (expansión). En el caso del balón,  $Q > 0$  y  $W > 0$ , ya que al salir del balón, el aire se expande. Y si el proceso se produce es porque:  $|W| > |Q|$  de modo que:

$$\Delta U = Q - W \rightarrow \Delta U < 0$$

Para un gas ideal se cumple:

$$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$$

$$\text{Si } \Delta U < 0 \rightarrow \Delta T < 0$$

lo que nos indica que la temperatura del aire que sale del balón es menor que la temperatura inicial (la del aire que le rodea).

## EJERCICIOS

17. Sobre un cuerpo se aplican dos fuerzas, de 20 N cada una, que forman entre ellas un ángulo de  $60^\circ$ . Calcula el trabajo que realizan si el cuerpo se desplaza 5 m en la dirección y el sentido de la resultante de dichas fuerzas. Considera despreciable el rozamiento.

La fuerza total que actúa sobre el cuerpo es la resultante de la suma de las dos fuerzas aplicadas.

Para calcular la fuerza resultante debemos realizar la suma vectorial de ambas fuerzas:

$$\begin{aligned}\vec{F}_1 &= 20 \cdot \vec{i} \text{ N} \\ \vec{F}_2 &= 20 \cdot \cos 60^\circ \cdot \vec{i} + 20 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ \cdot \vec{j} = \\ &= (10 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \sqrt{3} \cdot \vec{j}) \text{ N}\end{aligned}$$

La suma es:

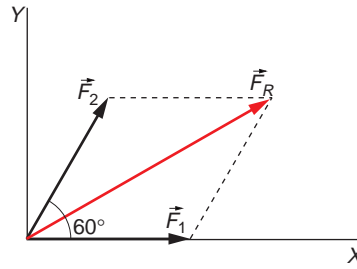
$$\begin{aligned}\vec{F}_R &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 20 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \sqrt{3} \cdot \vec{j} = \\ &= (30 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \sqrt{3} \cdot \vec{j}) \text{ N}\end{aligned}$$

Y el módulo de esta fuerza vale:

$$F_R = \sqrt{30^2 + (10 \cdot \sqrt{3})^2} = 34,64 \text{ N}$$

Como el cuerpo se desplaza en la dirección de la fuerza resultante, podemos calcular el trabajo realizado como:

$$\begin{aligned}W &= \vec{F}_R \cdot \vec{r} = F_R \cdot r \\ W &= 34,64 \cdot 5 = 173,2 \text{ J}\end{aligned}$$



- 18. Calcula el trabajo que realiza una persona de 60 kg al subir hasta un quinto piso, situado a 15 m sobre el nivel de la calle. Desprecia las fuerzas de rozamiento.**

Esta persona debe aplicar una fuerza de igual valor a la de su peso, en el sentido del desplazamiento vertical.

El trabajo que realiza es, por tanto:

$$\begin{aligned}W &= \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r = m \cdot g \cdot h \\ W &= 60 \cdot 9,8 \cdot 15 = 8820 \text{ J}\end{aligned}$$

- 19. Un hombre arrastra un bulto por el suelo, sin apenas rozamiento, mediante una cuerda que forma un ángulo de 45° con la horizontal. Calcula el trabajo que realiza el hombre si la tensión de la cuerda vale 75 N y arrastra el bulto una distancia horizontal de 12 m.**

Según dice el enunciado, la fuerza que aplica el hombre para arrastrar el bulto forma un ángulo de 45° con la dirección del desplazamiento.

El trabajo que realiza es, por tanto:

$$\begin{aligned}W &= \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r \cdot \cos 45^\circ \\ W &= 75 \cdot 12 \cdot \cos 45^\circ = 636,4 \text{ J}\end{aligned}$$

- 20. Indica en qué casos se produce trabajo y calcula su valor:**

- Quando sostienes un paquete de 4 kg durante 15 s.
- Quando levantas el mismo paquete desde el suelo y lo dejas en una mesa a 1,2 m de altura sobre el suelo.

c) Cuando empujas el paquete sobre una superficie sin apenas rozamiento, como una pista de hielo, y se desplaza indefinidamente.

d) Al empujar el cuerpo horizontalmente, comunicándole una aceleración de  $1,5 \text{ m/s}^2$  durante 5 s.

a) No se produce trabajo porque no hay desplazamiento.

b) En este caso sí se realiza trabajo. La fuerza aplicada es de igual valor al peso del objeto y coincide con la dirección del desplazamiento. Por tanto:

$$W = F \cdot r = m \cdot g \cdot h \rightarrow W = 4 \cdot 9,8 \cdot 1,2 = 47,04 \text{ J}$$

c) En ausencia de rozamiento, el objeto se desplaza indefinidamente a velocidad constante sin necesidad de aplicar ninguna fuerza. Al ser nula la fuerza, no se realiza trabajo.

d) Al existir aceleración, debe haber alguna fuerza que la produzca, por lo que sí se realiza trabajo. Para calcularlo, debemos obtener el valor de la distancia que recorre el objeto mientras actúa la fuerza.

$$r = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 5^2 = 18,75 \text{ m}$$

El trabajo resulta:

$$W = F \cdot r = m \cdot a \cdot r \rightarrow W = 4 \cdot 1,5 \cdot 18,75 = 112,5 \text{ J}$$

**21. Una grúa eleva ladrillos de 400 g de masa desde el suelo a una altura de 30 m a razón de 600 ladrillos cada 5 minutos. Calcula:**

a) El trabajo que realiza la fuerza peso sobre cada ladrillo.

b) La potencia total que desarrolla la grúa.

a) El trabajo que realiza la fuerza peso se calcula mediante la expresión:

$$W = \vec{F}_{\text{peso}} \cdot \vec{r}$$

En esta ocasión, los vectores fuerza y desplazamiento tienen la misma dirección, pero sentidos opuestos, ya que la fuerza peso está dirigida hacia el centro de la Tierra, y el desplazamiento, vertical hacia arriba. Por tanto, al realizar el producto escalar obtenemos:

$$W = F \cdot r \cdot \cos 180^\circ = -F \cdot r = -m \cdot g \cdot h$$

En la expresión anterior,  $m$  representa la masa de cada ladrillo, y  $h$ , la altura hasta la que son elevados. Sustituyendo valores obtenemos el trabajo que realiza la fuerza peso sobre cada ladrillo:

$$W = -m \cdot g \cdot h = -0,4 \cdot 9,8 \cdot 30 = -117,6 \text{ J}$$

b) Para calcular la potencia total que desarrolla la grúa, debemos obtener, en primer lugar, el trabajo que realiza esta sobre el total de ladrillos, teniendo en cuenta que en esta ocasión la fuerza que ejerce la grúa tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento:

$$W_T = F \cdot r = m_T \cdot g \cdot h$$

donde  $m_T$  representa la masa del total de ladrillos:

$$m_T = 600 \cdot m = 600 \cdot 0,4 = 240 \text{ kg}$$

Por tanto:

$$W_T = 240 \cdot 9,8 \cdot 30 = 70\,560 \text{ J}$$

La potencia es la relación entre el trabajo que realiza una fuerza y el tiempo durante el que actúa. En este caso, resulta:

$$P = \frac{W_T}{\Delta t}$$

$$P = \frac{70\,560 \text{ J}}{5 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 235,2 \text{ W}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece en el CD-ROM del alumnado.

**22. ¿Cuál es la fuerza de tracción de una locomotora que, con una potencia de 1 MW, hace que se mueva un tren a 120 km · h<sup>-1</sup>?**

A partir de la expresión de la potencia podemos calcular la fuerza de tracción de la locomotora:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta r}{\Delta t} = F \cdot v$$

Despejando y sustituyendo los datos del enunciado, obtenemos:

$$F = \frac{P}{v}$$

$$F = \frac{10^6}{120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1\,000 \text{ m}} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 30\,000 \text{ N}$$

**23. El motor de una lavadora eléctrica tiene una potencia media de 0,6 CV. ¿Qué trabajo realiza cuando se elige un programa de lavado que dura 85 minutos?**

En primer lugar, expresaremos todas las magnitudes que intervienen en el ejercicio en unidades del Sistema Internacional:

$$P = 0,6 \text{ CV} \cdot 736 \frac{\text{W}}{\text{CV}} = 442 \text{ W}$$

$$\Delta t = 85 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 5\,100 \text{ s}$$

En la expresión de la potencia, despejamos el trabajo:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow W = P \cdot \Delta t$$

Sustituyendo valores, el trabajo que realiza la lavadora resulta:

$$W = 442 \cdot 5\,100 = 2,25 \cdot 10^6 \text{ J}$$

**24. Calcula la potencia que desarrolla el motor de un automóvil que se mueve a 108 km · h<sup>-1</sup>, sabiendo que las fuerzas totales de fricción son iguales a 2 000 N.**

El motor debe ejercer una fuerza de igual valor a las fuerzas de fricción para que el automóvil se desplace a velocidad constante.

Conocida la fuerza y la velocidad del automóvil, calculamos la potencia mediante la expresión:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta r}{\Delta t} = F \cdot v$$

Antes de sustituir valores, los expresamos en unidades del S.I.:

$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto, la potencia del motor resulta:

$$P = F \cdot v \rightarrow P = 2000 \cdot 30 = 60 \text{ kW}$$

**25. Al no estar aislada, en invierno una vivienda adosada pierde 346 millones de joule diarios.**

**a) Calcula cuántos kWh hace falta aportar a la vivienda en forma de calefacción para que se mantenga constante la temperatura a lo largo del día.**

**b) Si el coste del kWh es de 0,1 €, calcula el importe total que supondrá mantener funcionando la calefacción durante el mes de enero, si funciona 8 horas al día.**

a) Para mantener la temperatura, hemos de aportar a la casa una cantidad de energía igual a la que pierde en forma de calor. Teniendo en cuenta las equivalencias siguientes:

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} \rightarrow 1 \text{ kW} = 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Con una sencilla proporción obtenemos el calor que debemos aportar a la vivienda en kWh:

$$Q \text{ (kWh)} = \frac{346 \cdot 10^6 \text{ J}}{3,6 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kWh}}} = 96,11 \text{ kWh}$$

b) Para calcular el importe resultante de mantener la calefacción funcionando durante ese tiempo, debemos calcular, en primer lugar, la energía consumida en dicho período.

La potencia de la calefacción, suponiendo que el calor calculado en el apartado anterior sea el aportado durante un día entero, es:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow P = \frac{96,11 \text{ kWh}}{24 \text{ h}} = 4005 \text{ W}$$

Durante un mes, funcionando 8 horas al día, se consume una energía:

$$E = P \cdot t$$

$$E = 4005 \text{ W} \cdot 30 \text{ días} \cdot \frac{8 \text{ h}}{1 \text{ día}} = 961,2 \text{ kWh}$$

El importe de este consumo de energía es:

$$\text{Importe} = E \cdot 0,1 \text{ €/kWh} = 961,2 \cdot 0,1 = 96,12 \text{ €}$$

- 26. Calcula la energía cinética que transfiere un martillo de 600 g de masa que golpea un clavo con una velocidad de  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  si, tras el impacto, el martillo queda en reposo.**

El que el martillo quede en reposo significa que ha cedido toda su energía cinética al clavo. Por tanto, la energía cinética que poseía el martillo es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot 3^2 = 2,7 \text{ J}$$

- 27. Un libro de 300 g se encuentra encima de un estante a 65 cm del suelo de una habitación que a su vez se encuentra en un tercer piso de un edificio a 9 m sobre el nivel de la calle. Calcula la energía potencial gravitatoria del libro respecto:**

- Al estante en que se encuentra.**
- Al suelo de la habitación en que se encuentra.**
- Al nivel de la calle en que se encuentra el edificio.**
- Calcula la energía potencial que posee el libro y la variación que experimenta si lo dejamos caer al suelo, empleando como sistema de referencia el estante, el suelo y la calle.**
- ¿Cómo explicas los resultados obtenidos en cada uno de los apartados anteriores?**

La expresión que nos permite calcular la energía potencial del libro es la siguiente:

$$E = m \cdot g \cdot h$$

donde  $h$  representa la altura a la que se encuentra el libro respecto al origen del sistema de referencia utilizado en cada caso.

- a) Respecto al propio estante, la altura a la que se encuentra el libro es cero. Por tanto:

$$E_p = 0$$

- b) El libro se encuentra a 65 cm de altura respecto al suelo de la habitación. Por tanto:

$$E_p = 0,3 \cdot 9,8 \cdot 0,65 = 1,91 \text{ J}$$

- c) Respecto al nivel de la calle, el libro se encuentra a una altura dada por la altura del suelo del tercer piso más la altura del estante sobre el suelo del tercer piso:

$$h = 9 + 0,65 = 9,65 \text{ m}$$

Por tanto, la energía potencial del libro, en este caso, es:

$$E_p = 0,3 \cdot 9,8 \cdot 9,65 = 28,37 \text{ J}$$

- d) Si el libro cae al suelo, experimenta una variación en su energía potencial dada por:

$$\Delta E_p = E_{p_{\text{suelo}}} - E_{p_{\text{estante}}}$$

En cada uno de los sistemas de referencia, la energía potencial del libro en el suelo, y la variación de la energía potencial resultan:

$$\text{Estante: } E_{p_{\text{suelo}}} = 0,3 \cdot 9,8 \cdot (-0,65) = -1,91 \text{ J}$$

$$\Delta E_p = -1,91 - 0 = -1,91 \text{ J}$$



$$\text{Suelo: } E_{p_{\text{suelo}}} = 0,3 \cdot 9,8 \cdot 0 = 0$$

$$\Delta E_p = 0 - 1,91 = -1,91 \text{ J}$$

$$\text{Calle: } E_{p_{\text{suelo}}} = 0,3 \cdot 9,8 \cdot 9 = 26,46 \text{ J}$$

$$\Delta E_p = 26,46 - 28,37 = -1,91 \text{ J}$$

- e) Vemos que en los tres casos obtenemos el mismo valor para la variación de la energía potencial del libro. Esto es debido a que dicha variación solo depende de la posición inicial y la posición final del objeto, independientemente de dónde se sitúe el origen de potenciales.

**28. Calcula el trabajo que realiza un ciclista de 75 kg de masa que se mueve por una pista horizontal cuando acelera de 25 km · h<sup>-1</sup> a 55 km · h<sup>-1</sup>.**

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad [1]$$

Expresamos la velocidad inicial y la velocidad final en unidades del S.I.:

$$v_1 = 25 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 6,94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; \quad v_2 = 55 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 15,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Sustituyendo estos valores en la expresión [1], obtenemos:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot (15,28^2 - 6,94^2) = 6\,949,3 \text{ J}$$

**29. Calcula el trabajo que realiza el peso de un cuerpo de 5 kg de masa cuando desciende 20 m en caída libre.**

La fuerza peso coincide en dirección y sentido con el desplazamiento, por lo que el trabajo que esta fuerza realiza es:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot r = m \cdot g \cdot h \rightarrow W = 5 \cdot 9,8 \cdot 20 = 980 \text{ J}$$

**30. Desde un punto de vista energético, ¿qué efectos produce el descenso sobre el objeto que se describe en el ejercicio anterior?**

Por ser el campo gravitatorio un campo conservativo, la energía del cuerpo no varía: la energía potencial gravitatoria del cuerpo disminuye en la misma cantidad en que aumenta su energía cinética.

**31. Sin tener en cuenta las pérdidas por rozamiento, calcula la potencia media que desarrolla un ciclista que sube un puerto de montaña salvando un desnivel de 500 m en 20 minutos. La masa total del conjunto formado por el ciclista y la bicicleta es de 68 kg.**

El ciclista realiza un trabajo igual a la variación de su energía potencial:

$$W = m \cdot g \cdot h \rightarrow W = 68 \cdot 9,8 \cdot 500 = 333\,200 \text{ J}$$

Si tarda 20 minutos en salvar el desnivel, desarrolla una potencia:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{333\,200 \text{ J}}{20 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 277,67 \text{ W}$$

**32. Un muelle que cumple la ley de Hooke se alarga 4 cm cuando aplicamos sobre él una fuerza de 100 N. La energía que almacena el muelle en esas condiciones es, en joule:**

- a) 0,08                      b) 2                      c) 4                      d) 400

Calculemos, en primer lugar, la constante elástica del muelle:

$$F = k \cdot x \rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{100}{0,04} = 2500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Valiéndonos de la expresión de la energía elástica:

$$E_p(x) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 2500 \cdot 0,04^2 = 2 \text{ J}$$

Por tanto, la respuesta correcta es la **b)**.

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

**33. Un saltador de pértiga, de 75 kg de masa, consigue rebasar el listón, situado a 5,80 m de altura. ¿Cuánta energía mecánica consume al realizar el salto? Considera despreciable cualquier interacción no gravitatoria.**

El saltador de pértiga debe llegar al punto donde comienza su salto con una energía cinética que le permita superar el listón. Esta energía cinética se transforma íntegramente en energía potencial en el instante en que alcanza la altura máxima (donde consideraremos que se anula la velocidad, aunque existe un pequeña componente horizontal de esta). A partir de la expresión de la energía potencial, obtenemos:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_{pot} = 75 \cdot 9,8 \cdot 5,80 = 4263 \text{ J}$$

No obstante, debemos tener en cuenta que durante el salto se producen otras transformaciones energéticas: parte de la energía cinética inicial del saltador se transfiere a la pértiga, y esta se la devuelve al saltador cuando deja de estar flexionada; cuando el atleta se separa de la pértiga, utiliza la energía almacenada en sus músculos para obtener el impulso final que le permita superar el listón (en ese momento la pértiga es un eje rígido que utiliza de apoyo); finalmente, se debe considerar la técnica empleada por el saltador.

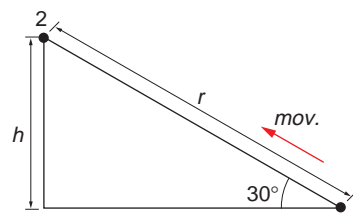
**34. Lanzamos un cuerpo de 5 kg de masa por un plano inclinado 30° respecto a la horizontal, con velocidad inicial de 10 m · s<sup>-1</sup>. Calcula la distancia que recorre el cuerpo por la pendiente si sabemos que, durante el recorrido, se disipa una energía de 30 J debido al rozamiento.**

En este ejercicio interviene la fuerza gravitatoria y la fuerza de rozamiento. Podemos describir el movimiento mediante el siguiente balance energético:

$$E(1) + W_{roz} = E(2)$$

En el punto inicial (1) el cuerpo posee energía cinética pero no energía potencial:

$$E_c(1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 250 \text{ J} ; E_p(1) = 0$$



En el punto final del movimiento (2) el cuerpo posee energía potencial pero no energía cinética, puesto que la fuerza de rozamiento, opuesta a su movimiento, ha conseguido detenerlo:

$$E_c(2) = 0$$

$$E_p(2) = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot r \cdot \text{sen}30^\circ = 24,5 \cdot r \text{ J}$$

Por tanto, el balance energético, teniendo en cuenta que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es negativo, queda en la forma:

$$E_c(1) + W_{roz} = E_p(2)$$

$$250 - 30 = 24,5 \cdot r$$

Despejando, la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano inclinado es:

$$r = \frac{250 - 30}{24,5} = 8,98 \text{ m}$$

**35. En el ejercicio anterior, una vez alcanza el cuerpo el punto más alto de su trayectoria, comienza a caer por el plano inclinado. Si en la caída se disipan de nuevo, debido al rozamiento, 30 J de energía, calcula la velocidad con que llegará el cuerpo a la base del plano inclinado.**

Aplicando el mismo razonamiento que en el ejercicio anterior, el balance energético en este caso, teniendo en cuenta las pérdidas por rozamiento en el movimiento de subida y en el de bajada, es:

$$E(1) + 2 \cdot W_{roz} = E'(1)$$

donde  $E'(1)$  representa la energía que posee el cuerpo en el punto 1 después de recorrer el camino de ida y vuelta. Por tanto:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + 2 \cdot W_{roz} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Despejando:

$$v^2 = v_0^2 + \frac{4 \cdot W_{roz}}{m} \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{4 \cdot W_{roz}}{m}}$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$v = \sqrt{10^2 + \frac{4 \cdot (-30)}{5}} = 8,72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**36. Calcula la presión que ejerce un mol de oxígeno sobre el recipiente en que se encuentra si el volumen que ocupa es de 10 l y la temperatura de 27 °C.**

Este es un ejercicio de aplicación directa de la ecuación de estado de los gases perfectos. Siempre que te encuentres ante una aplicación de la ecuación de los gases perfectos, presta atención a las unidades en que aparecen las magnitudes para elegir adecuadamente el valor de  $R$  y no olvides expresar la temperatura en Kelvin.

En este caso, la temperatura es:

$$T = 27 + 273,15 = 300,15 \text{ K}$$

Y, puesto que nos dan el volumen en litros, escogemos:

$$R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

De este modo, la presión resulta:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} = \frac{1 \cdot 0,082 \cdot 300,15}{10} = 2,46 \text{ atm}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

**37. El papel arde a 180 °C. Expresa esa temperatura en grados Fahrenheit y en Kelvin.**

Para expresar esta temperatura en grados Fahrenheit, aplicamos la ecuación que relaciona ambas escalas:

$$T_F = 32 + 1,8 \cdot T_C$$
$$T_F = 32 + 1,8 \cdot 180 = 356 \text{ °F}$$

Y para expresarlo en Kelvin:

$$T = T_C + 273,15$$
$$T = 180 + 273,15 = 453,15 \text{ K}$$

**38. La temperatura a la que hierve el etanol (alcohol que se utiliza en medicina) es, aproximadamente, 80 °C. Expresa esa temperatura en grados Fahrenheit y en Kelvin.**

Como hicimos en el ejercicio anterior:

$$T_F = 32 + 1,8 \cdot T_C \rightarrow T_F = 32 + 1,8 \cdot 80 = 176 \text{ °F}$$
$$T = T_C + 273,15 \rightarrow T = 80 + 273,15 = 353,15 \text{ K}$$

**39. Se le comunica a una muestra de 50 g de agua cierta cantidad de energía en forma de calor y, debido a ello, el agua se calienta pasando su temperatura de 40 °C a 90 °C. Calcula la cantidad de energía que se le ha suministrado al agua.**

El calor que se ha suministrado se calcula mediante la expresión:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

donde  $c = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  para el agua. Sustituyendo valores:

$$Q = 0,05 \cdot 4180 \cdot (90 - 40) = 10450 \text{ J}$$

**40. El agua del ejercicio anterior se calienta ahora hasta que se convierte en vapor de agua a 140 °C. Calcula la cantidad de calor aportado en este segundo supuesto.**

Para conseguir vapor de agua a 140 °C, debemos pasar por tres fases:

1. Elevar la temperatura del agua desde 40 °C hasta 100 °C (punto de ebullición del agua).
2. Convertir el agua líquida en vapor de agua a 100 °C.
3. Elevar la temperatura del vapor de agua hasta 140 °C.

El calor que hay que aportar es, por tanto:

$$Q = m \cdot c_{\text{agua}} \cdot (100 - 40) + m \cdot L_v + m \cdot c_{\text{vapor}} \cdot (140 - 100)$$

donde:

$$c_{\text{agua}} = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$L_v = 2245 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$c_{\text{vapor}} = 1920 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Sustituyendo valores:

$$Q = 0,05 \cdot [4180 \cdot (100 - 40) + 2245 \cdot 10^3 + 1920 \cdot (140 - 100)]$$

$$Q = 128630 \text{ J} = 128,63 \text{ kJ}$$

**41. La muestra del ejercicio 39 se enfría ahora y pasa a ser hielo a  $-10^\circ\text{C}$ . Calcula en este caso la energía que ha cedido el agua al medio que la rodea en forma de calor.**

En este caso, el agua se enfría desde  $40^\circ\text{C}$  a  $0^\circ\text{C}$ ; en ese punto se solidifica y, posteriormente, continúa enfriándose hasta  $-10^\circ\text{C}$ . El calor que cede en el proceso completo es:

$$Q = m \cdot c_{\text{agua}} \cdot (0 - 40) + m \cdot L_f + m \cdot c_{\text{hielo}} \cdot (-10 - 0)$$

Los calores específicos del agua y del hielo, y el calor latente de fusión, son:

$$c_{\text{agua}} = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$c_{\text{hielo}} = 2090 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$L_f = -333,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

El signo negativo en el calor latente de fusión indica que el sistema cede calor al exterior.

Sustituyendo valores:

$$Q = 0,05 \cdot [4180 \cdot (0 - 40) + (-333,2 \cdot 10^3) + 2090 \cdot (-10 - 0)]$$

$$Q = -26065 \text{ J} = -26,065 \text{ kJ}$$

Como vemos, el calor transferido aparece con signo negativo, como corresponde a los procesos en los que el sistema cede calor al medio que lo rodea.

**42. Calcula la temperatura de equilibrio que se obtiene al mezclar 15 litros de agua a  $20^\circ\text{C}$  con 75 litros de agua cuya temperatura es  $80^\circ\text{C}$ . El sistema está aislado.**

En este ejercicio mezclamos dos líquidos que se encuentran a distinta temperatura sin que se produzca ningún cambio de estado. Se debe cumplir que el calor cedido por el líquido que se encuentre a mayor temperatura lo absorbe el que se encuentre a temperatura menor, hasta que sus temperaturas se igualen (punto de equilibrio):

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow m_1 \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_e - T_1) + m_2 \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_e - T_2) = 0$$

$$m_1 \cdot T_e - m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_e - m_2 \cdot T_2 = 0$$

$$T_e \cdot (m_1 + m_2) = m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2$$

$$T_e = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_1 + m_2}$$

Teniendo en cuenta la densidad del agua,  $d = 1000 \text{ g} \cdot \text{l}^{-1}$ , las masas de agua que se mezclan son:

$$m_1 = d \cdot V_1 \rightarrow m_1 = 1000 \cdot 15 = 15 \text{ kg}$$

$$m_2 = d \cdot V_2 \rightarrow m_2 = 1000 \cdot 75 = 75 \text{ kg}$$

Sustituyendo valores obtenemos la temperatura de equilibrio:

$$T_e = \frac{15 \cdot 20 + 75 \cdot 80}{15 + 75} = 70 \text{ }^\circ\text{C}$$

**43. ¿Cuál sería la temperatura de equilibrio si mezclásemos 75 litros de agua a 20 °C con 15 litros de agua a 80 °C? El sistema está aislado.**

Procedemos de forma idéntica a como hicimos en el ejercicio anterior:

$$T_e = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_1 + m_2}$$

En este caso, las masas de agua son:

$$m_1 = d \cdot V_1 \rightarrow m_1 = 1000 \cdot 75 = 75 \text{ kg}$$

$$m_2 = d \cdot V_2 \rightarrow m_2 = 1000 \cdot 15 = 15 \text{ kg}$$

Por tanto, la temperatura de equilibrio, en este caso, sería:

$$T_e = \frac{75 \cdot 20 + 15 \cdot 80}{75 + 15} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$$

**44. Se hace pasar una corriente de vapor, procedente de agua hirviendo a la presión de 1 atm, por un recipiente que contiene hielo en equilibrio con agua a 0 °C, hasta que la mezcla aumenta su masa en 10 g.**

**Con estos datos, calcula la cantidad de hielo que se ha fundido. Utiliza los datos que necesites de las tablas que se incluyen dentro de la unidad.**

Los datos que tenemos son:

— Temperatura del agua hirviendo = 100 °C.

Este dato se nos da indirectamente; si el agua está hirviendo y la presión es una atmósfera, la temperatura es 100 °C.

— Temperatura del recipiente = 0 °C

— Masa de agua hirviendo que se aporta = 10 g

La cantidad de vapor de agua que se convierte en agua (a 0 °C, que es la temperatura de equilibrio agua-hielo) es 10 g. El calor que cede lo utilizará el hielo para fundir y pasar a agua a la misma temperatura (0 °C). Por tanto:

$$Q_{cedido} = Q_v + Q_{100-0^\circ\text{C}} = m \cdot L_v + m \cdot c_{\text{agua}} \cdot \Delta T$$

$$Q_{cedido} = 0,01 \cdot 2\,245\,000 + 0,01 \cdot 4\,180 \cdot 100 = 26\,630 \text{ J}$$

Con el calor que cede el vapor de agua se funde cierta masa de hielo:

$$Q_{cedido} = m \cdot L_f \rightarrow m = \frac{Q_{cedido}}{L_f} = \frac{26\,630}{333\,200} = 0,08 \text{ kg} = 80 \text{ g}$$

- 45. Calcula el calor específico de una sustancia, sabiendo que, al aportar 209 J en forma de calor a 10 g de ella, aumentamos su temperatura en 10 K.**

Utilizando la expresión que permite calcular la cantidad de calor transferido a un sistema cuando se produce en él una variación de temperatura, resulta:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \rightarrow c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{209}{0,01 \cdot 10} = 2090 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

## PROBLEMAS

- 46. Un automóvil, de 1 200 kg de masa, parte del reposo gracias a la energía que le comunica su motor, que desarrolla una potencia de 110 CV. Calcula la velocidad con que se moverá el automóvil, transcurridos 10 s, sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es 0,2.**

A partir de la expresión de la potencia del motor, podemos averiguar la velocidad con que se moverá el automóvil:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F_{motor} \cdot \Delta r}{\Delta t} = F_{motor} \cdot v$$

Por otra parte, la fuerza efectiva que consigue acelerar al automóvil es:

$$F = F_{motor} - F_{roz} = m \cdot a$$

donde:

$$F_{roz} = \mu \cdot m \cdot g$$

Despejando, la fuerza que imprime el motor es:

$$F_{motor} = F + F_{roz} = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g$$

$$F_{motor} = m \cdot \frac{v}{t} + \mu \cdot m \cdot g$$

Sustituyendo en la expresión de la potencia:

$$P = \left( m \cdot \frac{v}{t} + \mu \cdot m \cdot g \right) \cdot v$$

$$P = m \cdot \frac{v^2}{t} + \mu \cdot m \cdot g \cdot v$$

Expresando la potencia en unidades del S.I. y sustituyendo los datos conocidos en la ecuación anterior, obtenemos una ecuación de segundo grado para la velocidad:

$$P = 110 \text{ CV} = 80850 \text{ W}$$

$$80850 = 1200 \cdot \frac{v^2}{10} + 0,2 \cdot 1200 \cdot 9,8 \cdot v \rightarrow 120 \cdot v^2 + 2352 \cdot v - 80850 = 0$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado obtenemos:

$$v = \frac{-2352 \pm \sqrt{2352^2 - 4 \cdot 120 \cdot (-80850)}}{2 \cdot 120} \rightarrow v = 17,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 64,60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

La otra solución de la ecuación de segundo grado no tiene significado físico en este problema, puesto que da un valor negativo de la velocidad.

**47** Un cuerpo de 2 kg de masa, que se encuentra en reposo sobre un plano horizontal, recibe un impacto y, como consecuencia de él, se ve lanzado en dirección horizontal y hacia delante con una velocidad de  $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Si en el impacto se disipa el 40% de la energía que recibe, calcula:

a) La energía total que se le comunica al cuerpo.

b) La energía que recibe en forma de energía cinética.

a) A consecuencia del impacto, el cuerpo adquiere energía cinética, cuyo valor es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 = 400 \text{ J}$$

Esta energía representa el 60% de la energía recibida, puesto que el 40% de la energía se disipa. Por tanto, la energía total que recibe el cuerpo es:

$$E = \frac{E_c}{0,6} = \frac{400}{0,6} = 666,67 \text{ J}$$

b) Esta cuestión ya se contestó en el apartado anterior.

**48.** Un resorte se alarga 10 cm al colgar de él un objeto de 0,5 kg de masa. Colocamos el resorte horizontal sobre una mesa y lo comprimimos 5 cm; apoyamos en su extremo una esfera de 25 g y dejamos libre el conjunto. Despreciando el rozamiento y la masa del resorte, calcula la velocidad con que sale proyectada la esfera.

En primer lugar calculamos la constante elástica del resorte mediante la ley de Hooke:

$$F = k \cdot x \rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{m \cdot g}{x}$$

$$k = \frac{0,5 \cdot 9,8}{0,1} = 49 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

donde hemos tenido en cuenta que la fuerza que alarga el resorte es el peso del objeto.

Cuando comprimimos el resorte una vez colocado en posición horizontal, realizamos un trabajo que aumenta su energía potencial:

$$E_p(x) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

$$E_p(x) = \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 0,05^2 = 0,061 \text{ J}$$

Al soltar el sistema, el resorte realiza un trabajo sobre la esfera que produce una variación en su energía cinética. De acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas, esta variación en la energía cinética de la esfera coincide con la energía potencial almacenada por el resorte:

$$E_p(x) = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Despejando en la expresión anterior y sustituyendo valores, la velocidad con que sale proyectada la esfera es:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_p}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,061}{0,025}} = 2,21 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.



**49. Resuelve de nuevo el problema anterior suponiendo que el resorte se coloca en posición vertical sobre la mesa y se lanza la esfera verticalmente hacia arriba.**

Tanto la constante de elongación del resorte como la distancia que lo comprimimos son iguales que en el problema anterior. Por tanto, la energía almacenada sigue siendo la misma, ya que no depende de la posición relativa que ocupan el resorte y la esfera (suponemos que el peso de la esfera contribuye a comprimir el resorte, lo que hará que nos cueste menos comprimirlo ahora). Por tanto:

$$E_p(x) = \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 0,05^2 = 0,061 \text{ J}$$

Cuando soltemos el muelle, la energía potencial elástica se convertirá en energía cinética y en energía potencial gravitatoria, ya que el muelle está en posición vertical y la bola no gana tan solo velocidad, sino también altura. Por tanto, de acuerdo con el principio de conservación de la energía:

$$E_p(x) = E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

Por tanto, en el instante en que el muelle se ha descomprimido 5 cm (se encuentra en la que será su posición de equilibrio) la bola ha ganado energía cinética (al igual que antes) y energía potencial gravitatoria (debido a esos 5 cm que asciende). Por tanto:

$$E_p(x) = E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

Despejando la velocidad en la expresión anterior:

$$v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2 - 2 \cdot m \cdot g \cdot h}{m}}$$
$$v = \sqrt{\frac{0,1225 - 0,49}{0,5}} = \text{imaginario}$$

El resultado nos indica que no es posible lanzar una esfera de esta masa verticalmente hacia arriba con este muelle si solo lo comprimimos 5 cm. El que el resultado numérico sea un número imaginario indica que la bola, colocada sobre el muelle y comprimido este 5 cm, no puede ser lanzada por el muelle al dejarlo en libertad.

**50 Lanzamos verticalmente hacia arriba una pelota de 120 g con una velocidad de  $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Considerando despreciable el rozamiento con el aire, calcula:**

- La energía cinética que posee en el instante en que es lanzada.**
  - La altura máxima que alcanza la pelota.**
  - La energía potencial que posee al llegar al punto más alto de su trayectoria.**
- a) Despreciando el rozamiento con el aire, la energía cinética que posee la pelota en el momento de ser lanzada la calculamos mediante la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$
$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,12 \cdot 15^2 = 13,5 \text{ J}$$

- b) Teniendo en cuenta que el campo gravitatorio es conservativo, toda la energía cinética que posee la pelota inicialmente se transforma en energía potencial en el punto más alto, en el cual la velocidad es nula:

$$E_{inicial} = E_{final} \rightarrow E_{c_{inicial}} = E_{p_{final}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h$$

Despejando y sustituyendo valores, la altura máxima es:

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{15^2}{2 \cdot 9,8} = 11,48 \text{ m}$$

- c) Sustituyendo este valor de la altura en la expresión de la energía potencial obtenemos:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0,12 \cdot 9,8 \cdot 11,48 = 13,5 \text{ J}$$

Como vemos, la energía potencial en el punto más alto coincide con la energía cinética que posee la pelota en el momento de ser lanzada.

**51. Una vez alcanzado el punto más alto, el cuerpo del problema anterior comienza a caer. Calcula:**

- a) **El trabajo que efectúa la fuerza peso cuando la pelota cae.**  
 b) **La energía cinética del cuerpo en el punto más bajo. Interpreta los resultados.**
- a) Cuando la pelota cae, la fuerza peso tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento. Por tanto, el trabajo que realiza esta fuerza es:

$$W = \vec{F}_{\text{peso}} \cdot \vec{r} = F_{\text{peso}} \cdot r = m \cdot g \cdot h$$

$$W = 0,12 \cdot 9,8 \cdot 11,48 = 13,5 \text{ J}$$

- b) Al volver al punto desde el que habíamos lanzado la pelota, esta trae una energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Como vimos en el problema anterior, al ser conservativo el campo gravitatorio, esta energía cinética es igual a la energía potencial que tenía la pelota en el punto más alto:

$$E_c = E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_c = 13,5 \text{ J}$$

Este resultado coincide con el propuesto por el teorema de las fuerzas vivas, por el cual el trabajo realizado por la fuerza peso es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo.

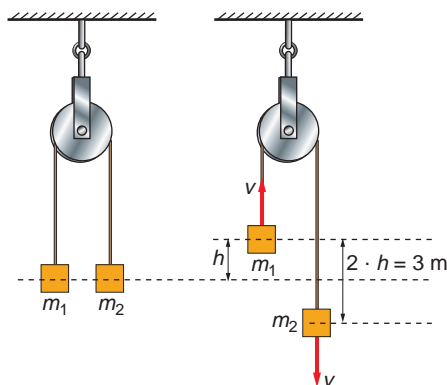
NOTA: Se pueden utilizar las ecuaciones del m.r.u.a. para calcular la altura máxima y la velocidad con que regresa la pelota. Con estos valores podemos calcular las energías correspondientes y comprobaremos que coinciden con los resultados obtenidos mediante el análisis energético del sistema.

**52. Dos cuerpos de 6 y 4 kg de masa, respectivamente, están colgados de los extremos de una cuerda que pasa por una diminuta polea. Inicialmente están al mismo nivel. Al dejarles libres se inicia el movimiento.**

Calcula la velocidad con que se mueven cuando uno se encuentra 3 m por debajo del otro. Las masas de la cuerda y de la polea son despreciables.

Como se ve en la figura, cuando haya 3 m de desnivel entre los cuerpos, cada uno de ellos habrá recorrido tan solo la mitad de esa distancia, puesto que inicialmente estaban a la misma altura.

Despreciando el efecto de rozamiento con la polea y con el aire, y situando el origen de potenciales en el punto en el que los cuerpos se encuentran al mismo nivel, el balance energético es el siguiente:



$$E_{inicial} = E_{final}$$

$$0 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v^2 + m_1 \cdot g \cdot h - m_2 \cdot g \cdot h$$

$$0 = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 + g \cdot h \cdot (m_1 - m_2)$$

Despejando obtenemos la velocidad con que se mueven los cuerpos:

$$v^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h \cdot (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h \cdot (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 1,5 \cdot (6 - 4)}{6 + 4}}$$

$$v = 2,42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- 53. Un automóvil de 1 000 kg de masa se encuentra parado en lo alto de una pendiente. Inicia su movimiento con el motor parado, en punto muerto y sin tocar los frenos. Cuando ha descendido 25 m, el velocímetro marca  $65 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Calcula la cantidad de energía transferida al exterior en forma de calor, debido a las fuerzas de rozamiento.**

Para resolver este problema estudiamos el balance energético entre la posición inicial y la posición del automóvil cuando ha descendido 25 m, en la que situamos el origen de potenciales:

$$E_{inicial} + W_{roz} = E_{final} \quad [1]$$

Inicialmente, el automóvil está en reposo. Por tanto, solo tiene energía potencial:

$$E_{inicial} = m \cdot g \cdot h$$

En la posición final, el automóvil ha adquirido una energía cinética, pero no tiene energía potencial:

$$E_{final} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Por tanto, sustituyendo en la expresión [1]:

$$m \cdot g \cdot h + W_{roz} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$W_{roz} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h = m \cdot \left( \frac{v^2}{2} - g \cdot h \right)$$

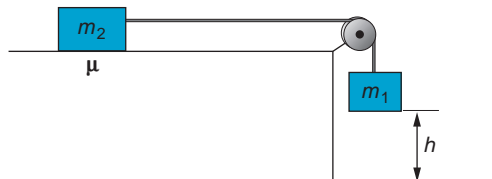
Expresamos la velocidad del automóvil en unidades del S.I.:

$$v = 65 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 18,06 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y sustituyendo los datos conocidos, el trabajo de las fuerzas de rozamiento resulta:

$$W_{roz} = 1000 \cdot \left( \frac{18,06^2}{2} - 9,8 \cdot 25 \right) = -81918,2 \text{ J}$$

**54. En el esquema de la figura el bloque 1 se encuentra inicialmente a una altura  $h$ , siendo  $\mu$  el coeficiente de rozamiento entre la superficie horizontal y el bloque 2. Calcula la velocidad máxima que alcanza el bloque 2.**



**Datos:**  $m_1 = m_2 = 10 \text{ kg}$ ;  $h = 1 \text{ m}$ ;  $\mu = 0,1$

Para resolver el problema, haremos un balance energético. En general, la estrategia de resolución consiste en evaluar la energía del sistema en el momento inicial, y ver cómo se reparte esa energía a medida que transcurre el tiempo.

Antes de iniciar el movimiento, el sistema posee tan solo energía potencial, debida a la masa que cuelga verticalmente.

Cuando esa masa llega al suelo, la energía potencial que poseía ha servido para comunicar cierta energía cinética a las dos masas del sistema, mientras que la masa que se desliza sobre la mesa ha realizado un trabajo de rozamiento.

Por tanto, teniendo en cuenta que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento siempre es negativo, el balance energético se expresa como:

$$E_p + W_{roz} = E_{cinética} \rightarrow m_1 \cdot g \cdot h - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2$$

Observa dos hechos:

- Las masas están unidas y, por tanto, se mueven con la misma velocidad en todo momento.
- La distancia que se desliza la masa que se encuentra sobre la mesa y sobre la que actúa la fuerza de rozamiento es, precisamente,  $h$ , ya que ambas masas están unidas.

Por tanto, si despejamos la velocidad y sustituimos valores, resulta:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h \cdot (m_1 - m_2 \cdot \mu)}{m_1 + m_2}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot (10 - 10 \cdot 0,1)}{10 + 10}} = 2,97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

**55. Se lanza un cuerpo por un plano horizontal con una velocidad de  $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,25, calcula:**

- La distancia que recorre el cuerpo hasta detenerse.
- La cantidad y el tipo de energía que disipa.
- ¿Qué ha ocurrido con la energía disipada?

a) Realizamos el balance energético del sistema:

$$E_{\text{inicial}} + W_{\text{roz}} = E_{\text{final}}$$

Inicialmente, el cuerpo tiene energía cinética. La energía final es nula, puesto que en ese momento el cuerpo se ha detenido.

El trabajo de la fuerza de rozamiento, por otra parte, puede calcularse a partir de la expresión:

$$W_{\text{roz}} = \vec{F}_{\text{roz}} \cdot \vec{r} = -F_{\text{roz}} \cdot r = -\mu \cdot m \cdot g \cdot r$$

Por tanto, el balance energético resulta:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \mu \cdot m \cdot g \cdot r = 0$$

Despejando y sustituyendo valores obtenemos la distancia que recorre el móvil hasta que se detiene:

$$r = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{20^2}{2 \cdot 0,25 \cdot 9,8} = 81,63 \text{ m}$$

b) Como hemos visto en el apartado anterior, el cuerpo disipa su energía cinética debido al trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento:

$$W_{\text{roz}} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = -200 \cdot \text{m J}$$

c) La energía disipada se transmite por fricción al medio que rodea al cuerpo en forma de calor.

**56** Un calorímetro contiene 176 g de agua, a una temperatura de  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ . En un momento dado, se sumerge en el agua del calorímetro un trozo de hierro de 20 g de masa, que se encuentra a una temperatura de 369 K. Sabiendo que la temperatura de equilibrio que se alcanza es de  $16 \text{ }^\circ\text{C}$ , calcula el calor específico del hierro.

La temperatura del agua y la temperatura de equilibrio, en unidades del S.I., son:

$$T_{\text{agua}} = 273,15 + 15 = 288,15 \text{ K}$$

$$T_e = 273,15 + 16 = 289,15 \text{ K}$$

Como el hierro se encuentra a mayor temperatura, este cederá calor al agua hasta que sus temperaturas se equilibren. Todo el calor cedido por el hierro es absorbido por el agua, de modo que:

$$Q_{\text{agua}} + Q_{\text{hierro}} = 0$$

$$m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_e - T_{\text{agua}}) + m_{\text{hierro}} \cdot c_{\text{hierro}} \cdot (T_e - T_{\text{hierro}}) = 0$$

Despejando:

$$c_{\text{hierro}} = \frac{m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_e - T_{\text{agua}})}{m_{\text{hierro}} \cdot (T_{\text{hierro}} - T_e)}$$

Y sustituyendo valores, el calor específico del hierro resulta:

$$c_{\text{hierro}} = \frac{0,176 \cdot 4180 \cdot (289,15 - 288,15)}{0,02 \cdot (369 - 289,15)} = 460,66 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

**57. Se mide la temperatura de 1,2 kg de agua con un termómetro de 33 g, cuyo calor específico es 1 070 U.I. El termómetro señala 23,5 °C antes de introducirlo en el agua y 57,9 °C después de alcanzar el equilibrio térmico con esta. Despreciando otros posibles intercambios de energía, calcula la temperatura a la que se encontraba el agua antes de introducir el termómetro.**

El procedimiento que hemos de seguir para resolver este problema es el mismo que realizamos en el problema anterior: expresar todos los valores de las temperaturas que aparecen en la misma escala y plantear la ecuación para el intercambio energético.

En este caso, todas las temperaturas se encuentran en grados centígrados, con lo que expresaremos la solución en esta unidad.

La ecuación que describe el intercambio de calor entre el termómetro y el agua es:

$$Q_{\text{agua}} + Q_{\text{termómetro}} = 0$$
$$m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_e - T_{\text{agua}}) = -m_{\text{termómetro}} \cdot c_{\text{termómetro}} \cdot (T_e - T_{\text{termómetro}})$$

Despejamos  $T_{\text{agua}}$ :

$$m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot T_e - m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}} \cdot T_{\text{agua}} = -m_{\text{termómetro}} \cdot c_{\text{termómetro}} \cdot (T_e - T_{\text{termómetro}})$$
$$T_{\text{agua}} = T_e + \frac{m_{\text{termómetro}} \cdot c_{\text{termómetro}} \cdot (T_e - T_{\text{termómetro}})}{m_{\text{agua}} \cdot c_{\text{agua}}}$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$T_{\text{agua}} = 57,9 + \frac{0,033 \cdot 1070 \cdot (57,9 - 23,5)}{1,2 \cdot 4180} = 58,14 \text{ °C}$$

**58. Un litro de agua, a 0 °C, se congela a una atmósfera de presión. Calcula el trabajo realizado en el proceso si la densidad del agua es de 1 000 kg · m<sup>-3</sup> y la del hielo de 900 kg · m<sup>-3</sup>.**

Como el proceso se realiza a presión constante, el trabajo realizado lo será en un proceso isóbaro. Es decir:

$$W = P \cdot (V_2 - V_1)$$

La presión es un dato del enunciado, al igual que el volumen inicial (0,001 m<sup>3</sup> de agua líquida). Cuando el agua solidifique y forme hielo, ese volumen cambiará.

Para calcular el volumen final, averiguamos primero la masa de agua que tenemos, que permanece constante en el proceso.

A partir de la definición de la densidad:

$$d_{\text{agua líq.}} = \frac{m_{\text{agua}}}{V_{\text{agua líq.}}}$$

Despejando obtenemos:

$$m_{\text{agua}} = m_{\text{hielo}} = d_{\text{agua líq.}} \cdot V_{\text{agua líq.}} = 1000 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ kg}$$

Sabiendo la masa y la densidad del hielo, podemos evaluar el volumen que ocupa el hielo:

$$d_{\text{hielo}} = \frac{m_{\text{hielo}}}{V_{\text{hielo}}} \rightarrow V_{\text{hielo}} = \frac{m_{\text{hielo}}}{d_{\text{hielo}}} = \frac{1}{900} = 1,111 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,111 \text{ l}$$

Por último, el trabajo de expansión realizado en el proceso es:

$$W = 1 \cdot (1,111 - 1) = 0,111 \text{ atm} \cdot \text{l} = 11,25 \text{ J}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.