6 FUERZAS EN ACCIÓN

6.1. DINÁMICA DEL M.R.U.A.

1. Un ascensor tarda 5 s en adquirir su velocidad de régimen (la velocidad máxima con que se mueve), que resulta ser 2 m/s. Al tiempo, tarda 2 s en detener su movimiento. Calcula los pesos aparentes de una persona de 60 kg, que se encuentra en su interior, en los instantes en que el ascensor arranca y para, tanto cuando sube como cuando baja.

La aceleración del ascensor, tanto en el movimiento de subida como en el de bajada es:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{2 - 0}{5} = 0{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Y la aceleración de frenado:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 2}{2} = -1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El signo menos obtenido indica que la aceleración es de frenado; su sentido es contrario al del movimiento.

Si fijamos un sistema de referencia fuera del ascensor, como se muestra en la página 122 del libro del alumnado, y aplicamos la segunda ley de Newton a la persona, que se mueve con la misma aceleración que el ascensor, resulta:

$$\vec{P}\,' + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

donde $\vec{P}\,'$ es el peso aparente de la persona.

Al aplicar esta última ecuación, expresada en forma escalar, a cada uno de los casos que propone el enunciado, obtenemos los siguientes resultados:

- Movimiento de subida:

— Arranque:

$$P' - P = m \cdot a \rightarrow P' = P + m \cdot a = m \cdot (g + a)$$

$$P' = 60 \cdot (9{,}8 + 0{,}4) = 612 \text{ N}$$

— Frenado:

$$P' - P = m \cdot (-a) \rightarrow P' = P - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

$$P' = 60 \cdot (9{,}8 - 1) = 528 \text{ N}$$

- Movimiento de bajada:

— Arranque:

$$P' - P = m \cdot (-a\,) \rightarrow P' = P - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

$$P' = 60 \cdot (9{,}8 - 0{,}4) = 564 \text{ N}$$

— Frenado:

$$P' - P = m \cdot a \rightarrow P' = P + m \cdot a = m \cdot (g + a)$$

$$P' = 60 \cdot (9{,}8 + 1) = 698 \text{ N}$$

2. Una mujer de 55 kg viaja de pie en un autobús urbano. De pronto, este frena uniformemente, pasando su velocidad de 36 km/h a 9 km/h en 3 s.

Calcula la fuerza que ha de ejercer para mantener la posición en que se encuentra. Dibuja la dirección y el sentido en que están aplicadas las fuerzas.

Los datos que proporciona el enunciado del problema, expresados en unidades del S.I., son los siguientes:

$$m = 55 \text{ kg}$$

$$v_0 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 2{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La aceleración de frenado del autobús la podemos calcular aplicando la ecuación de la velocidad que corresponde al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

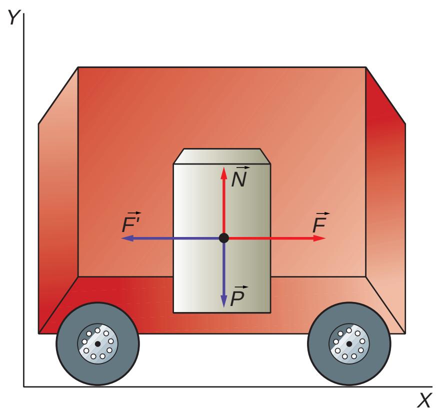
$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{2{,}5 - 10}{3} = -2{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La mujer está sometida, por tanto, a la siguiente fuerza:

$$F = m \cdot (-a) = 55 \cdot (-2{,}5) = -137{,}5 \text{ N}$$

Para permanecer en la posición en que se encuentra, debe ejercer una fuerza, F', de la misma intensidad y de sentido contrario.

Si fijamos un sistema de referencia fuera del autobús, la representación de las fuerzas que actúan sobre la mujer (a la que, por claridad, hemos representado como un bloque), es la siguiente:



3. Calcula la distancia que recorre durante 10 s un objeto de 80 g de masa que, en ausencia de rozamiento, está sometido, durante 4 s, a una fuerza de 12 N. Considera dos supuestos: a) el tiempo total (10 s) incluye el tiempo durante el cual actúa la fuerza; b) el tiempo total no incluye el tiempo durante el cual actúa la fuerza.

La aceleración que una fuerza de 12 N produce en un cuerpo de 80 g, de acuerdo con la segunda ley de la dinámica, es:

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{12}{80 \cdot 10^{-3}} = 150 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

a) En este supuesto, el tiempo total, t, es diez segundos e incluye el tiempo durante el cual actúa la fuerza. Por tanto:

$$t = t_1 + t_2 \;;\; t_1 = 4 \text{ s} \;;\; t_2 = 6 \text{ s}$$

Durante los primeros cuatro segundos, el objeto realiza un m.r.u.a.; el espacio que recorre en ese tiempo es:

$$s_1 = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow s_1 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 4^2 = 1\,200 \text{ m}$$

Siendo la velocidad que alcanza:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 0 + 150 \cdot 4 = 600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Durante los seis segundos restantes, su movimiento es uniforme.

En ausencia de rozamiento, recorrerá:

$$s_2 = v \cdot t \rightarrow s_2 = 600 \cdot 6 = 3\,600 \text{ m}$$

Por tanto, la distancia total recorrida es:

$$s = s_1 + s_2 = 1\,200 + 3\,600 = 4\,800 \text{ m}$$

b) Los cálculos necesarios para resolver este apartado son los mismos que en el apartado anterior. Tan solo hemos de tener en cuenta que, en este caso, el movimiento uniforme dura diez segundos; es decir:

$$t' = t_1 + t'_2 \;;\; t_1 = 4 \text{ s} \;;\; t'_2 = 10 \text{ s}$$

Por tanto, en este caso:

$$s_1 = 1\,200 \text{ m}$$

$$s'_2 = v \cdot t = 600 \cdot 10 = 6\,000 \text{ m}$$

$$s' = 1\,200 + 6\,000 = 7\,200 \text{ m}$$

6.2. DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

1. Un muelle de masa despreciable, 30 cm de longitud y constante elástica k = 500 N/m, gira alrededor de uno de sus extremos a 120 r.p.m., teniendo unida al otro extremo una esfera de 100 g de masa.

Calcula:

a) La aceleración a la que está sometida la esfera.

b) El alargamiento que, en estas condiciones, experimenta el muelle.

Los datos que proporciona el enunciado del problema, expresados en unidades del S.I., son los siguientes:

$$l_0 = 30 \text{ cm} = 30 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$k = 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\omega = 120 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 4 \cdot \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$m = 100 \text{ g} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

De acuerdo con la tercera ley de Newton, la masa ejerce sobre el punto al que está unido el otro extremo del muelle una fuerza de reacción, lo que explica que el muelle soporte una tensión. En este caso, la fuerza centrípeta y la tensión que soporta el muelle son iguales:

$$T = F_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

El radio de la trayectoria circular, *R*, que describe la masa, lo desconocemos, ya que será el que corresponde a la longitud natural del muelle más el alargamiento, Δx, que se produce. Para calcularlo, tendremos en cuenta la expresión de la ley de Hooke y aplicaremos la segunda ley de la dinámica. De ese modo, podemos escribir la siguiente expresión:

$$F_e = F_c \rightarrow k \cdot \Delta x = \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Y, teniendo en cuenta que:

$$\Delta x = l - l_0$$

$$R = l$$

obtenemos el valor de *l* (radio de la trayectoria circular):

$$k \cdot (l - l_0) = m \cdot \omega^2 \cdot l \rightarrow l = \frac{k \cdot l_0}{k - m \cdot \omega^2}$$

$$l = \frac{500 \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{500 - 100 \cdot 10^{-3} \cdot (4 \cdot \pi)^2} = 0{,}31 \text{ m}$$

Una vez conocido este dato, ya podemos obtener lo que solicita el enunciado:

a) Al realizar un movimiento circular uniforme, la aceleración tangencial es nula. Sin embargo, sí existe aceleración normal, que da cuenta de los cambios de dirección de la velocidad:

$$a_N = \frac{v^2}{l} = \omega^2 \cdot l \rightarrow a_N = (4 \cdot \pi)^2 \cdot 0{,}31 = 48{,}92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) El alargamiento que se produce es:

$$\Delta x = l - l_0 = 0{,}31 - 30 \cdot 10^{-2} = 0{,}01 \text{ m}$$

6.3. CHOQUES

1. Un objeto de 5 kg de masa se lanza, a 10 m/s, contra otro, de 20 kg, inicialmente en reposo. Tras el impacto, el primero rebota con una velocidad de 6 m/s, en la misma dirección y sentido opuesto al inicial. Calcula la velocidad que adquiere el otro objeto tras el impacto.

Los datos que proporciona el enunciado del problema son los siguientes:

$$m_1 = 5 \text{ kg}$$
$$\vec{v}_1 = 10 \cdot \vec{i} \text{ m} \cdot s^{-1}$$
$$m_2 = 20 \text{ kg}$$
$$\vec{v}'_1 = 6 \cdot (-\vec{i}\,) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Aplicando el teorema de conservación de la cantidad de movimiento antes y después del choque, obtenemos el valor de v_2. Como el movimiento se produce en una dimensión, podemos utilizar las expresiones escalares:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v_2 \rightarrow v_2 = \frac{m_1 \cdot (v_1 - v'_1)}{m_2}$$

$$v_2 = \frac{5 \cdot (10 + 6)}{20} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El sentido en que se mueven ambos objetos tras el choque es opuesto.

2. Dos bolas de plastilina, que se mueven en la misma dirección y sentidos opuestos, chocan y quedan pegadas tras el impacto. Las masas de las bolas son 40 y 60 g, respectivamente, y no existen rozamientos. Inicialmente, la primera de las bolas se mueve a 6 m/s y la segunda a 4 m/s. Calcula la velocidad, en dirección y sentido, con que se moverá el conjunto tras el choque.

En este caso, los datos de que disponemos son:

$$m_1 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$
$$\vec{v}_1 = 6 \cdot \vec{i} \text{ m} \cdot s^{-1}$$
$$m_2 = 60 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$
$$\vec{v}'_1 = 4 \cdot (-\vec{i}\,) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Aplicando el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento escalarmente obtenemos, en este caso:

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 6 - 60 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{(40 + 60) \cdot 10^{-3}} = \frac{40 \cdot 6 - 60 \cdot 4}{100} = 0$$

Por tanto, la velocidad del conjunto tras el choque es cero, ya que la cantidad de movimiento inicial del sistema es nula.

3. ¿En qué dirección y sentido se movería el sistema formado por las dos bolas del ejercicio anterior si la velocidad de la primera fuese 3 m/s y no variase ningún otro dato del problema? ¿Y si dicha bola se moviese a 9 m/s? ¿Qué conclusiones extraes?

Aplicando la expresión obtenida en el apartado anterior a los dos supuestos que se plantean en esta actividad, obtenemos:

$$v_1 = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 3 - 60 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{(40 + 60) \cdot 10^{-3}} = \frac{120 - 240}{100} = -1{,}2 \text{ m } \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 9 - 60 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{(40 + 60) \cdot 10^{-3}} = \frac{360 - 240}{100} = 1{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

De ambos resultados se deduce que el sentido en que se mueve el conjunto tras el choque es el que corresponde al de la velocidad de la masa que posee mayor cantidad de movimiento.

4. Una locomotora de 75 toneladas se mueve hacia atrás por una vía recta y con una velocidad de 36 km · h^{-1} cuando choca con un vagón en reposo y se acopla a él. Calcula la masa del vagón si tras el choque el sistema se mueve con una velocidad de 7,5 m · s^{-1}.

Teniendo en cuenta el principio de conservación de la cantidad de movimiento para un instante anterior y otro posterior al choque:

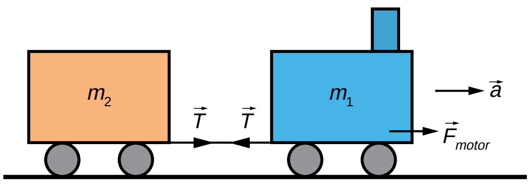
$$p_{inicial} = m_1 \cdot v_1 \quad ; \quad p_{final} = (m_1 + m_2) \cdot v$$

$$p_{inicial} = p_{final} \rightarrow m_1 + m_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{v} = \frac{75\,000 \cdot \left(-36 \cdot \frac{1\,000}{3\,600}\right)}{(-7{,}5)} = 100\,000 \text{ kg} = 100 \text{ t}$$

Esa es la masa del conjunto, a la que hay que restar la masa de la locomotora si queremos conocer la masa del vagón. Por tanto:

$$m_1 + m_2 = 100 \rightarrow m_2 = 100 - m_1 = 100 - 75 = 25 \text{ t}$$

5. Si el sistema formado por la locomotora y el vagón acelera ahora de modo uniforme hacia delante, de modo que su velocidad pasa en 20 segundos de la que inicialmente llevaba (–7,5 m · s^{-1}) a una velocidad de 72 km · h^{-1}, calcula la tensión que soporta el enganche que une la locomotora con el vagón.



La aceleración con que se moverá el tren es:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(72 \cdot \frac{1\,000}{3\,600} - (-7{,}5)\right)}{20} = 1{,}375 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Aplicando la segunda ley al conjunto formado por ambos y al sistema formado tan solo por la locomotora, obtenemos un sistema que nos permite calcular la tensión:

$$F_{motor} = (m_1 + m_2) \cdot a \qquad [1]$$

$$F_{motor} - T = m_1 \cdot a \qquad [2]$$

Sustituyendo en [1], obtenemos para la fuerza que ejerce la locomotora:

$$F_{motor} = 137\,500 \text{ N}$$

Y, sustituyendo en la ecuación [2], obtenemos para la tensión el siguiente resultado:

$$T = 137\,500 - 75\,000 \cdot 1{,}375 = 34\,375 \text{ N}$$

6. Dos autos de choque, de masas 320 y 280 kg, respectivamente, chocan perpendicularmente con la misma velocidad, 2 m · s^{-1}. Si tras el impacto permanecen juntos, calcula la velocidad del conjunto.

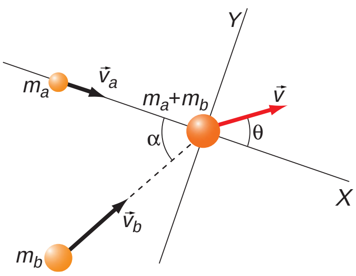
Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento al sistema, resulta:

Eje *OX*:

$$v_a \cdot m_a = v_x \cdot (m_a + m_b)$$

Eje *OY*:

$$v_b \cdot m_b = v_y \cdot (m_a + m_b)$$



Indicaremos con el subíndice *a* el coche de 320 kg de masa, y con el subíndice *b*, el de 280 kg de masa.

Observa que no importa considerar quién se desplaza en dirección *OX* y quién en dirección *OY* (tampoco se dan datos sobre ello), pues no nos piden la dirección y el sentido del vector velocidad, sino su módulo.

Sustituyendo en el sistema anterior y resolviendo las ecuaciones, resulta:

$$v_x = \frac{2 \cdot 320}{320 + 280} = 1{,}07$$

$$v_y = \frac{2 \cdot 280}{320 + 280} = 0{,}93$$

$$|v| = \sqrt{1{,}07^2 + 0{,}93^2} = 1{,}42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6.4. CUERPOS APOYADOS SOBRE SUPERFICIES

1. Comenta la frase: "Para que un cuerpo se mueva sobre un plano horizontal, la fuerza aplicada debe ser mayor que la fuerza de rozamiento dinámico".

La afirmación que propone el enunciado es cierta, ya que, de no ser así, el cuerpo permanecería en reposo, sin moverse. La fuerza de rozamiento dinámico es siempre menor que la fuerza aplicada en la dirección del plano para que el cuerpo se mueva; si no es así, el cuerpo permanece en reposo. Cumplida la exigencia anterior, el cuerpo se moverá siempre y cuando no haya ningún obstáculo que lo impida como, por ejemplo, un muro. No obstante, se debe tener en cuenta que, en el instante de iniciar el movimiento, se debe vencer la fuerza de rozamiento estática máxima.

2. El coeficiente de rozamiento de un objeto de 2 kg que desliza por una superficie es 0,15. Calcula la fuerza de rozamiento que actúa sobre el cuerpo cuando la superficie es horizontal y cuando la superficie forma un ángulo de 37° con la horizontal.

La fuerza de rozamiento que actúa en cada uno de los casos es la siguiente:

- Plano horizontal:

$$F_{roz} = \mu \cdot \mathrm{N} = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow F_{roz} = 0{,}15 \cdot 2 \cdot 9{,}8 = 2{,}94 \ \mathrm{N}$$

- Plano inclinado 37°:

$$F_{roz} = \mu \cdot \mathrm{N} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta \rightarrow F_{roz} = 0{,}15 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 37° = 2{,}35 \ \mathrm{N}$$

Observa que, en el segundo caso, la fuerza de rozamiento es menor, porque la reacción normal del plano sobre el objeto también lo es.

3. Se deja en lo alto de una guía metálica rectilínea, de un metro de longitud, una esfera de acero. Calcula el tiempo que tardará la esfera en llegar a la base de la guía sabiendo que esta forma un ángulo de 30° con la horizontal y que el rozamiento entre guía y esfera es despreciable.

Para resolver este ejercicio, aplicamos la segunda ley de la dinámica a las fuerzas que actúan sobre la esfera en la dirección del movimiento:

$$P_x = m \cdot a \rightarrow m \cdot g \cdot sen\,\theta = m \cdot a \rightarrow a = g \cdot sen\,\theta$$

De ese modo, obtenemos la aceleración de la esfera, cuyo valor es:

$$a = 9{,}8 \cdot sen\,30° = 9{,}8 \cdot \frac{1}{2} = 4{,}9 \ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

Aplicando ahora la ecuación de la posición que corresponde al movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, obtenemos el dato que solicita el problema:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{4{,}9}} = 0{,}64 \ \mathrm{s}$$

4. Un cuerpo de 5 kg comienza a deslizar sobre un plano horizontal al aplicarle una fuerza de 500 N, paralela al plano. El coeficiente de rozamiento del cuerpo con el plano es 0,4. Calcula la velocidad del cuerpo después de recorrer 10 cm y el tiempo que tarda este en recorrer 6 m.

Al aplicar la segunda ley de la dinámica a las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en la dirección del movimiento, podemos obtener el valor de la aceleración con que se mueve:

$$F - F_r = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F - F_r}{m} = \frac{F - \mu \cdot m \cdot g}{m}$$

$$a = \frac{500 - 0{,}4 \cdot 5 \cdot 9{,}8}{5} = 96{,}08 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Conocida la aceleración, podemos calcular la velocidad del cuerpo después de recorrer 10 cm como se indica:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 96{,}08 \cdot 0{,}1} = 4{,}38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Para obtener el tiempo que tarda en recorrer 6 m, aplicamos la ecuación de la posición que corresponde al m.r.u.a.:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 6}{96{,}08}} = 0{,}35 \text{ s}$$

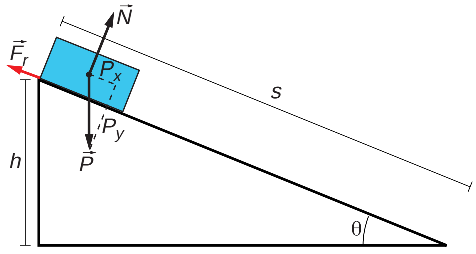
5. Se deja un objeto sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 25° con la horizontal, quedando situado a 25 cm de altura sobre dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el objeto y el plano es 0,2. Calcula la velocidad con que llega el objeto a la base del plano.

Los datos que proporciona el enunciado del problema y el esquema de la situación son los siguientes:

$$\theta = 25°$$

$$h = 25 \text{ cm} = 0{,}25 \text{ m}$$

$$\mu = 0{,}2$$



En el esquema hemos representado las fuerzas que actúan sobre el objeto. Al aplicar la segunda ley de la dinámica a las componentes de estas fuerzas que actúan en la dirección del movimiento, obtenemos el valor de la aceleración con que desciende el objeto:

$$P_x - F_r = m \cdot a_x = m \cdot a \rightarrow a = \frac{P_x - F_r}{m} =$$

$$= \frac{m \cdot g \cdot sen\ \theta - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\ \theta}{m} = g \cdot (sen\ \theta - \mu \cdot cos\ \theta)$$

$$a = 9{,}8 \cdot (sen\ 25° - 0{,}2 \cdot cos\ 25°) = 2{,}37 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El cálculo de la distancia que recorre el cuerpo, *s*, podemos hacerlo como sigue:

$$sen\ \theta = \frac{h}{s} \rightarrow s = \frac{h}{sen\ \theta}$$

$$s = \frac{0{,}25}{sen\ 25°} = 0{,}59 \text{ m}$$

El tiempo que tarda en recorrer esa distancia es:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}59}{2{,}37}} = 0{,}71 \text{ s}$$

Con estos datos podemos calcular ya el valor de la velocidad con que llega a la base del plano inclinado:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 0 + 2{,}37 \cdot 0{,}71 = 1{,}67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. Un cuerpo, situado sobre una superficie, comienza a deslizar cuando inclinamos 37° la superficie respecto a la horizontal. Si en esas condiciones el cuerpo recorre 50 cm sobre el plano en 2 segundos, calcula la distancia que recorrerá en 5 segundos si aumentamos la inclinación del plano hasta 53°.

Sabemos que el objeto empieza a deslizarse cuando la inclinación es de 37°. Ello nos indica que el coeficiente de rozamiento del cuerpo con el plano es:

$$\mu = tg\ \alpha = tg\ 37° = 0{,}7536$$

Cuando la pendiente es de 53°, aplicamos la segunda ley de Newton al cuerpo para averiguar la aceleración:

$$m \cdot g \cdot sen\ \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\ \alpha = m \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot (sen\ \alpha - \mu \cdot cos\ \alpha)}{m} = 3{,}38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Como se trata de un m.r.u.a. en el que la velocidad inicial es nula, la distancia recorrida se obtiene fácilmente a partir de la ecuación de desplazamiento:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}386 \cdot 5^2 = 42{,}28 \text{ m}$$

6.5. FUERZAS DE TENSIÓN Y FUERZAS ELÁSTICAS

1. ¿Cómo influyen las fuerzas de tensión en el movimiento de un sistema de dos cuerpos enlazados entre sí?

Cuando nos encontramos ante un sistema en que existen cuerpos enlazados entre sí mediante cuerdas o cables, aparece una fuerza denominada fuerza de tensión. En este tipo de problemas, para el nivel en que nos encontramos, debemos tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los cuerpos enlazados recorrerán la misma distancia en el mismo intervalo de tiempo.
- Se moverán, por tanto, con la misma velocidad y aceleración.
- No tendremos en cuenta la masa de la cuerda o el cable, por lo que la tensión será la misma en todos sus puntos.
- Es recomendable aplicar la segunda ley de la dinámica por separado a cada uno de los cuerpos enlazados, especialmente si queremos calcular la tensión que soporta la cuerda o el cable.

Una manera intuitiva de entender la fuerza de tensión y demostrar su existencia es pensar que esta es la fuerza que mediría un dinamómetro intercalado en la cuerda o cable que une dos cuerpos enlazados.

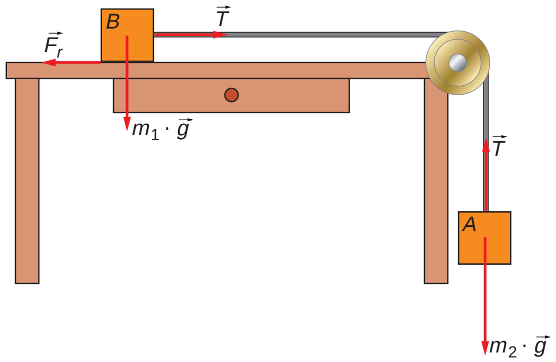
2. Un bloque de 0,5 kg de masa está situado sobre una mesa horizontal. Se une, mediante una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento, situada en el borde de la mesa, a otro bloque que cuelga vertical. Calcula el coeficiente de rozamiento entre el primer bloque y la mesa sabiendo que el sistema comienza a deslizar cuando la masa que cuelga vertical es 0,15 kg. Si colgamos ahora una masa de 0,2 kg en vez de la masa de 0,15 kg, ¿cuál será la tensión que soportará la cuerda? ¿Con qué aceleración se moverá el sistema?

Los datos que proporciona el enunciado del problema y el esquema de la situación física que se describe son los siguientes:

m_1 = 0,5 kg

m_2 = 0,15 kg

m'_2 = 0,2 kg



Al aplicar, como hemos indicado en la actividad anterior, la segunda ley de la dinámica a cada una de las masas por separado, obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\text{Masa } m_1\text{: } T - F_r = m_1 \cdot a$$

$$\text{Masa } m_2\text{: } m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a$$

Si sumamos ambas ecuaciones, obtenemos la siguiente:

$$m_2 \cdot g - F_r = (m_1 + m_2) \cdot a \qquad [1]$$

En el instante en que se inicia el movimiento, podemos considerar que $a = 0$. Por tanto:

$$m_2 \cdot g - F_r = 0 \rightarrow F_r = m_2 \cdot g \rightarrow \mu \cdot m_1 \cdot g = m_2 \cdot g \rightarrow \mu = \frac{m_2}{m_1}$$

El valor del coeficiente de rozamiento será:

$$\mu = \frac{0{,}15}{0{,}5} = 0{,}3$$

Si colgamos la masa m'_2, podemos calcular el valor de la aceleración con que se mueve el sistema a partir de la ecuación [1]:

$$a = \frac{m_2 \cdot g - F_r}{m_1 + m_2} \rightarrow a = \frac{0{,}2 \cdot 9{,}8 - 0{,}3 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8}{0{,}5 + 0{,}2} = 0{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

3. Un muelle tiene una longitud de 20 cm. Se cuelga de él un objeto de 150 g y se produce en el muelle un alargamiento de 1 cm. Cortamos ahora el muelle por la mitad. Calcula cuánto valdrá el alargamiento que experimentará una de esas mitades al colgar de ella el mismo objeto.

El alargamiento que experimenta un objeto cuando se ejerce una fuerza sobre él, no es tan solo función de esta, sino que también depende de otros factores, como el material de que está construido y de sus dimensiones.

Si comparamos dos resortes del mismo material, pero de distinta longitud, encontraremos que, al aplicar la misma fuerza a cada uno, se alargará más aquel resorte cuya longitud sea mayor.

Por tanto, en el supuesto que se indica en el enunciado, el alargamiento de cada una de las mitades será menor que 1 cm (con los conocimientos de que disponemos, tan solo podemos hacer una aproximación cualitativa del problema).

Esta consideración es meramente experimental, por lo que se recomienda la realización de esta práctica en el laboratorio y la búsqueda de información en la bibliografía recomendada.

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

CUESTIONES

1. La fuerza que hace que un coche se mueva sobre un plano horizontal es:

a) Su peso.

b) La reacción del suelo.

c) La que proporciona el motor.

d) La que le transmitimos con el volante.

e) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Un coche que se encuentra en movimiento acabará deteniéndose debido a la fuerza de rozamiento que existe entre las ruedas y el suelo. Por tanto, es necesario que el motor aplique una fuerza sobre las ruedas para que el movimiento se mantenga.

En consecuencia, la respuesta correcta es la **c).**

2. ¿Qué tipo de movimiento describe un objeto sobre el que actúa una fuerza constante en valor, dirección y sentido?

Teniendo en cuenta la expresión de la segunda ley de la dinámica:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Si la fuerza es constante, al serlo también la masa, la aceleración también lo será. El objeto efectuará, por tanto, un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

3. ¿Qué tipo de movimiento describe un objeto sobre el que actúa una fuerza constante en valor y dirigida siempre a un mismo punto?

La fuerza que describe el enunciado de la cuestión es una fuerza centrípeta:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Por tanto, el objeto describirá un movimiento circular y uniforme.

4. Si un objeto se mueve con velocidad constante:

a) Actúa una fuerza sobre él.

b) Varía su cantidad de movimiento.

c) La resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula.

d) El objeto está siendo acelerado.

Ya vimos en el tema anterior que, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, el cuerpo se mantiene en equilibrio, pudiendo estar en reposo o moviéndose con velocidad constante. Obviamente, si un cuerpo se mueve con velocidad constante, ello se debe a que no hay cambios en el movimiento de ese cuerpo, lo que se traduce en que la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula. La respuesta correcta es la **c).**

5. La tendencia que tiene un objeto a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme se denomina:

a) Aceleración.

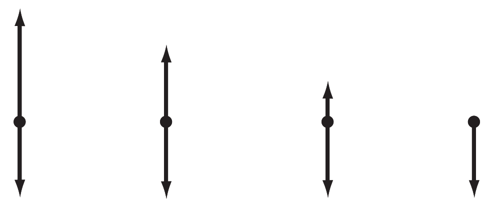
b) Primer principio.

c) Inercia.

d) Cantidad de movimiento.

Esa tendencia se denomina inercia. La respuesta correcta es la **c).**

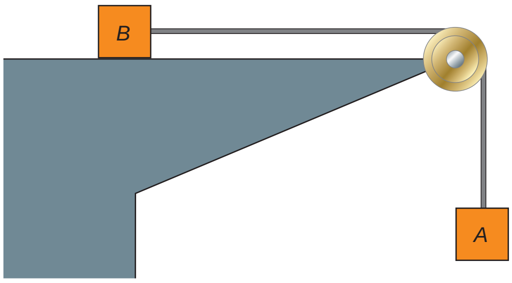
6. Se lanza una piedra verticalmente desde el suelo hacia arriba. Suponiendo que no existe rozamiento, señala cuál de los cuatro esquemas representa correctamente las fuerzas que actúan sobre la piedra que sube, poco antes de que esta llegue al punto más alto.



Al contestar a esta cuestión, no debe confundirnos el hecho de que la piedra esté subiendo. Cuando lanzamos la piedra, lo hacemos dándole una aceleración mientras la tenemos en la mano; pero, en el instante que la soltamos, la piedra tan solo se mueve con cierta velocidad, aquella que le hemos comunicado mientras la acelerábamos. Por tanto, la piedra únicamente está sometida a la acción de su peso.

El esquema correcto es el de la derecha, en el que solo está representada esta última fuerza.

7. En la figura que sigue, ambos cuerpos se encuentran en reposo en el instante inicial. Si el rozamiento es nulo y la masa de la cuerda y de la polea son despreciables, señala la proposición correcta:



a) El cuerpo *B* se mueve solo si la masa de *A* es mayor que la de *B*.

b) Para que *B* se mueva, basta con que las dos masas sean iguales.

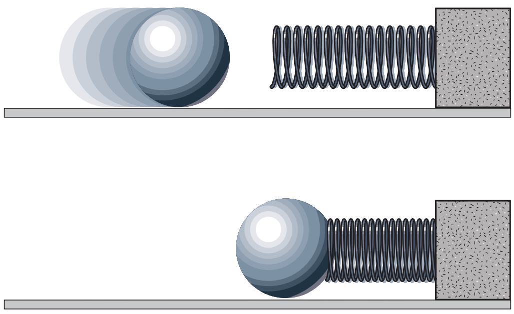
c) El cuerpo *B* se mueve independientemente de la masa de *A*.

d) Sin conocer las masas de *A* y *B* no se puede resolver esta cuestión.

Analicemos el sistema: el cuerpo *B* no se moverá por sí solo, ya que se encuentra en reposo, al ser su peso igual a la fuerza normal de reacción que ejerce la mesa sobre él.

Sin embargo, el cuerpo *A* no está en equilibrio, porque no existe ninguna fuerza que contrarreste su peso, por muy pequeño que este sea. Por tanto, *A*, independientemente de su masa (siempre que esta no sea nula) comenzará a acelerarse, ya que la fuerza resultante sobre *A* (su peso) no es nula. A consecuencia de ello, y como ambos objetos están unidos, empezarán a moverse sea cual sea la masa de *B*. La respuesta correcta es, por tanto, la **c).**

8. Se lanza una pelota hacia la derecha por una superficie horizontal sin rozamiento y choca con un resorte elástico, como se indica en el esquema.



Al chocar, sigue moviéndose hacia la derecha, comprimiendo el resorte. Mientras esto ocurre, la pelota empuja el resorte:

a) Cada vez con menos fuerza.

b) Siempre con la misma fuerza.

c) Cada vez con más fuerza.

d) Depende de la velocidad que llevase la pelota.

De acuerdo con la ley de Hooke, la fuerza elástica que ejerce un muelle al comprimirse es, en módulo:

$$F_{elástica} = k \cdot \Delta x$$

Esta fuerza varía, por tanto, de modo lineal, y aumenta a medida que aumenta la compresión del muelle. Por tanto, mientras el cuerpo comprime el muelle, debe hacer cada vez más fuerza para comprimirlo una misma distancia. La respuesta correcta es, por tanto, la **c).**

9. Se dejan caer dos bolas de distinta masa desde la misma altura y al mismo tiempo. Cuando han recorrido un metro, tienen el mismo:

a) Peso.

b) Cantidad de movimiento.

c) Velocidad.

d) Ninguna de ellas.

Como vimos en la unidad anterior, la masa y la forma de un objeto no influyen, en principio, en el tiempo que invierte el cuerpo en una caída de esta naturaleza. Además de ello, en caída libre, la aceleración es siempre g. Por tanto, el tiempo que invierten ambos cuerpos en la caída es el mismo, al igual que la velocidad que poseen al llegar a ese punto. Sin embargo, ni el peso (que es propio de cada uno de ellos y depende de su masa) ni la cantidad de movimiento, que también depende de la masa, serán iguales, a no ser que lo sea la masa, lo que no es el caso. Por tanto, la respuesta correcta es la **c).**

10. De acuerdo con la ley de la inercia (primera ley de Newton), si un cuerpo se mueve con velocidad constante y la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre él es nula, dicho cuerpo seguirá moviéndose con velocidad constante.

Sin embargo, si dejamos correr una pelota de tenis por una pista, acaba parándose. ¿Contradice el hecho que acabamos de exponer la ley de la inercia? ¿Por qué? Señala cuál es la proposición correcta:

a) Sí, porque esta ley solo se cumple en el espacio exterior.

b) Sí, porque la ley de la inercia solo se cumple en determinadas condiciones.

c) No, porque en este caso la resultante de las fuerzas que actúan sobre la pelota no es nula.

d) No, porque la pelota no se detendrá.

e) Esta pregunta está mal formulada.

Este hecho no contradice la ley de la inercia, ya que sobre la pelota actúan las fuerzas de rozamiento, de sentido opuesto al desplazamiento, que producen sobre ella una aceleración de frenado.

La respuesta correcta es, por tanto, la **c).**

11. El coeficiente de rozamiento estático (relación entre la fuerza de rozamiento estática máxima y la fuerza normal, $\vec{N}$) es, con relación al coeficiente de rozamiento dinámico:

a) Mayor. **c) Igual.** **e) Menor o igual.**

b) Menor. **d) Mayor o igual.**

Para resolver esta cuestión conviene consultar, en primer lugar, la segunda gráfica de la página 128 del libro del alumnado. En ella se puede observar que la fuerza de rozamiento estática es menor que la fuerza de rozamiento dinámica, excepto en el instante en que se inicia el movimiento, en que es mayor.

Como el coeficiente de rozamiento estático, μ_e, lo calculamos en ese instante como coeficiente entre la fuerza de rozamiento estática máxima y la normal, podemos deducir lo siguiente:

$$\mu_e = \frac{F_{r.e.\ máx}}{N} \rightarrow \vec{F}_{r.e.} \geq \vec{F}_r \rightarrow \mu_e \geq \mu$$

El coeficiente de rozamiento estático es mayor o, al menos, igual, que el coeficiente de rozamiento dinámico.

Por tanto, la respuesta correcta es la **d).**

12. De los extremos de una cuerda que pasa por una polea cuelgan sendas masas, ambas iguales, de modo que el sistema permanece en reposo. De acuerdo con ello:

a) La cuerda no está sometida a tensión.

b) La cuerda está sometida a tensión.

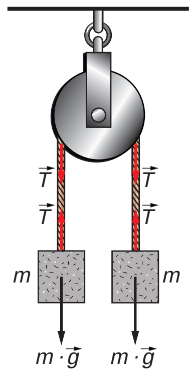
c) Tan solo los extremos de la cuerda están sometidos a tensión.

Dibuja un esquema aclaratorio.

En la figura hemos representado las fuerzas que actúan sobre el sistema.

La fuerza de tensión es la fuerza de “reacción” de la cuerda.

La respuesta correcta es la **b).**



13. Un cuerpo desliza por un plano inclinado cuya inclinación puedes modificar. ¿Cómo determinarías el coeficiente de rozamiento dinámico entre las superficies del cuerpo y del plano?

Como se indica en el libro del alumnado (pág. 131), para medir el coeficiente de rozamiento dinámico, basta medir el ángulo que forma el plano inclinado por el que se desliza el cuerpo con la horizontal cuando el cuerpo desciende con movimiento uniforme.

EJERCICIOS

14. Un ciclista y su bicicleta tienen una masa total de 80 kg. Si su velocidad es de 6 m/s, determina la fuerza que se necesita aplicar para:

a) En ausencia de rozamiento, mantener esta velocidad cuando circula por una superficie horizontal.

b) Detener en cuatro segundos su movimiento, sabiendo que su movimiento de frenado es uniformemente acelerado.

a) En ausencia de rozamiento, la resultante de las fuerzas aplicadas sobre el sistema ciclista-bicicleta es nula. Por tanto, no es necesario aplicar ninguna fuerza para que se mantenga la velocidad.

b) La aceleración que es necesario comunicar para que el movimiento se detenga en cuatro segundos, la podemos obtener a partir de la ecuación de la velocidad en el m.r.u.a.:

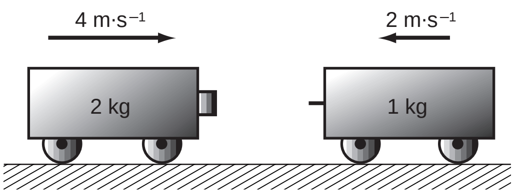
$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 6}{4} = -1{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por tanto, la fuerza que es necesario aplicar es:

$$F = m \cdot a \rightarrow F = 80 \cdot (-1{,}5) = -120 \text{ N}$$

El signo negativo obtenido indica que se trata de una fuerza de frenado, que se opone al movimiento.

15. Dos vagones se mueven uno hacia el otro por una superficie horizontal. Chocan y siguen juntos. Si no existe rozamiento, ¿cuánto vale la cantidad de movimiento total, en unidades del S.I., tras el choque?



La cantidad de movimiento resultante tras el choque será la misma que antes de que se produzca. Por tanto, teniendo en cuenta que se trata de una magnitud vectorial, podemos escribir la siguiente expresión:

$$\vec{p} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

$$p = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2$$

$$p = 2 \cdot 4 - 1 \cdot 2 = 6 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

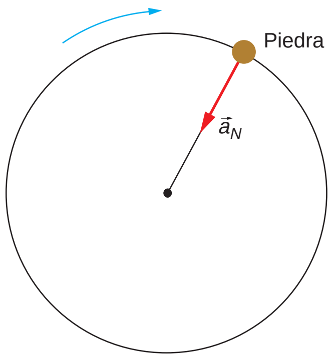
16. Una piedra, atada a una cuerda de 0,4 metros de longitud, describe un movimiento circular uniforme con una velocidad angular de π rad/s.

Calcula la aceleración normal a que está sometida la piedra y dibuja dicha aceleración sobre la correspondiente trayectoria.

Los datos que proporciona el enunciado del problema, y el esquema de la situación, en el que se ha indicado la dirección y sentido de la aceleración centrípeta, son:

$$l = R = 0{,}4 \text{ m}$$

$$\omega = \pi \text{ rad/s}$$

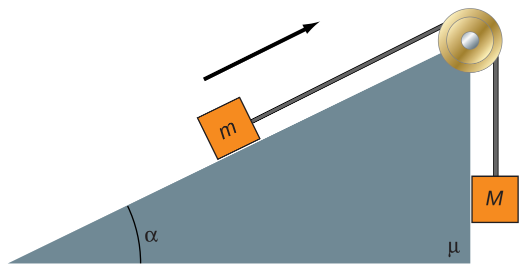


La aceleración del movimiento, que es una aceleración centrípeta, se calcula del siguiente modo:

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

$$a_N = 0{,}4 \cdot \pi^2 = 3{,}95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

17. Calcula la aceleración con que se mueve el conjunto de la figura cuando el sistema se mueve, suponiendo:



a) Que no existe rozamiento.

b) Que tan solo existe rozamiento sobre el plano inclinado.

c) Que existe rozamiento en la pendiente y en la cara vertical del plano inclinado.

Para resolver este ejercicio, aplicaremos sistemáticamente las leyes de la dinámica que ya conocemos. Como se indica en la figura, el sistema se mueve de modo que la masa *m* asciende por el plano inclinado.

a) No existe rozamiento:

$$\textit{Cuerpo } M\text{: } M \cdot g - T = M \cdot a$$

$$\textit{Cuerpo } m\text{: } T - m \cdot g \cdot sen\ \alpha = m \cdot a$$

Para eliminar la tensión y despejar la aceleración, sumamos ambas ecuaciones:

$$M \cdot g - m \cdot g \cdot sen\ \alpha = (m + M) \cdot a$$

$$a = \frac{M - m \cdot sen\ \alpha}{m + M} \cdot g$$

Hay que destacar que, si el objeto se mueve como hemos supuesto, es porque $M \cdot g > m \cdot g \cdot sen\,\alpha$, y, por tanto, su aceleración es positiva. Si el resultado obtenido fuese negativo, ello querría decir que el sistema se mueve en sentido contrario al que hemos supuesto.

b) Existe rozamiento sobre el plano inclinado:

Teniendo en cuenta, de nuevo, el sentido en que se mueve el conjunto, resulta:

$$Cuerpo\ M:\ M \cdot g - T = M \cdot a$$

$$Cuerpo\ m:\ T - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - F_{roz} = m \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow T - m \cdot g \cdot (sen\,\alpha + \mu \cdot cos\,\alpha) = m \cdot a$$

Sumando de nuevo las dos ecuaciones anteriores, eliminamos la tensión y obtenemos el valor de la aceleración:

$$M \cdot g - m \cdot g \cdot (sen\,\alpha + \mu \cdot cos\,\alpha) = (m + M) \cdot a$$

$$a = \frac{M - m \cdot (sen\,\alpha + \mu \cdot cos\,\alpha)}{m + M} \cdot g$$

c) Existe rozamiento en ambas caras:

El rozamiento se calcula a partir de la expresión: $F_{roz} = \mu \cdot N$

En la pared vertical no existe una fuerza normal aplicada sobre ella, ya que el peso es una fuerza vertical y, por tanto, su componente en una dirección perpendicular a la vertical es nula. Por tanto, la fuerza de rozamiento es nula y el caso que analizamos se reduce al caso anterior.

18. Calcula el valor de la fuerza constante que hemos de aplicar sobre un coche de 900 kg de masa, que se mueve a 40 km/h, para que alcance, en 30 s, una velocidad de 80 km/h.

Los datos que proporciona el enunciado del problema, expresados en unidades del sistema internacional, son los siguientes:

$$m = 900 \text{ kg}$$

$$v_0 = 40\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 11{,}11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$v = 80\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 22{,}22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

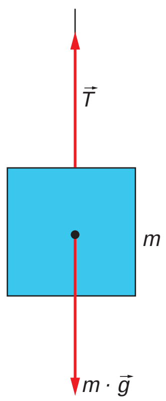
Teniendo en cuenta la ecuación de la velocidad en el m.r.u.a., podemos calcular, aplicando la ecuación fundamental de la dinámica, el valor de la fuerza constante que es necesario aplicar:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v - v_0}{t} \rightarrow F = 900 \cdot \frac{22{,}22 - 11{,}11}{30} = 333{,}3 \text{ N}$$

19. Un cable soporta una tensión máxima de 1 000 N. ¿Cómo podremos usar este cable para bajar un objeto que pesa 1 200 N?

La masa del objeto la podemos calcular a partir de su peso, dato que proporciona el enunciado del problema:

$$P = m \cdot g \rightarrow m = \frac{P}{g} = \frac{1\,200}{10} = 120 \text{ kg}$$



En la expresión, hemos considerado para g el valor 10 m · s^{-2}.

De acuerdo con el diagrama de fuerzas representado en la figura, y aplicando la ecuación fundamental de la dinámica al objeto que baja, obtenemos el valor de la aceleración con que debemos bajar el objeto sin que se supere el límite de tensión de la cuerda:

$$m \cdot g - T = m \cdot a \rightarrow a = \frac{m \cdot g - T}{m}$$

$$a = \frac{1\,200 - 1\,000}{120} = 1{,}67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

20 Calcula la velocidad con que puede tomar un vehículo una curva peraltada 10° si está lloviendo y, por tanto, podemos considerar nulo el rozamiento. El radio de la curva es igual a 250 m.

Al estudiar la unidad, hemos visto que, en ausencia de rozamiento, la velocidad máxima en una curva peraltada, viene dada por:

$$v = \sqrt{r \cdot g \cdot tg\,\theta}$$

En la expresión anterior, θ representa el ángulo del peralte.

Por tanto, sustituyendo los datos que conocemos, resulta:

$$v = \sqrt{250 \cdot 9{,}81 \cdot tg\,10°} = 20{,}80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

NOTA: La resolución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

21. En el ejercicio anterior, la velocidad máxima con que se puede tomar la curva ¿aumenta o disminuye al aumentar el radio de curvatura?

Si el radio aumenta, la velocidad máxima con que se puede tomar la curva aumenta. Basta fijarse en la expresión del ejercicio anterior para ver que es así.

PROBLEMAS

22. ¿Con qué aceleración se mueve un objeto dejado en reposo sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 10° con la horizontal si el coeficiente de rozamiento entre el plano y el objeto es 0,5?

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$P \cdot cos\,\alpha = N$$

$$P \cdot sen\,\alpha - F_{roz} = m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,\alpha = m \cdot a$$

De la segunda ecuación podemos despejar la aceleración:

$$a = \frac{m \cdot g \cdot (sen\ \alpha - \mu \cdot cos\ \alpha)}{m} = g \cdot (sen\ \alpha - \mu \cdot cos\ \alpha) = -3{,}13\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El resultado que obtenemos es absurdo. Se supone que el cuerpo acelera hacia arriba y asciende por el plano inclinado de forma espontánea. Como esto no es posible, debemos concluir que, en esas condiciones, el cuerpo no se mueve, ya que el rozamiento es demasiado elevado para que el cuerpo se deslice.

Dado ese coeficiente de rozamiento, el ángulo mínimo que debe tener el plano inclinado para que el cuerpo comience a deslizar, con velocidad constante, es:

$$\mu = tg\theta \rightarrow \theta = arctg\ \mu = arctg\ 0{,}5 = 26{,}57°$$

23 Un cuerpo de 2 kg cuelga de un dinamómetro (calibrado en newton) sujeto al techo de un ascensor. ¿Qué lectura indicará el dinamómetro en los siguientes supuestos?

a) Cuando el ascensor asciende con aceleración de 5 m/s^2.

b) Cuando el ascensor desciende con aceleración de 5 m/s^2.

Considera g = 10 m/s^2.

a) La aplicación de la ecuación fundamental de la dinámica nos conduce a la siguiente expresión:

$$P' - m \cdot g = m \cdot a \rightarrow P' = m \cdot (g + a) = 2 \cdot (10 + 5) = 30\ \text{N}$$

b) En este caso, obtenemos el siguiente valor de la lectura del dinamómetro:

$$m \cdot g - P' = m \cdot a \rightarrow P' = m \cdot (g - a) = 2 \cdot (10 - 5) = 10\ \text{N}$$

24. Tiramos de un objeto con una cuerda. El objeto se desliza sobre una superficie horizontal, y la cuerda con la que tiramos forma un ángulo de 37° con dicha superficie.

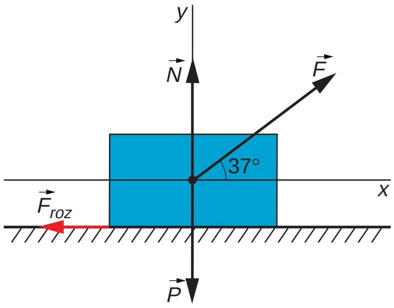
a) Dibuja un esquema en el que figuren todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.

b) ¿Cuál es la fuerza efectiva que mueve el objeto? Supón que no existe rozamiento.

c) Si el objeto tiene una masa *m*, ¿con qué velocidad se moverá cuando haya recorrido una distancia *s*, si mantenemos constante la fuerza con que tiramos de él?

d) Resuelve de nuevo el problema considerando ahora que el rozamiento del objeto con el suelo es constante y vale μ.

a) El esquema que nos piden es el que se indica en la siguiente figura:



b) Como se aprecia en la figura, la fuerza efectiva será la componente horizontal de la fuerza que aplicamos:

$$F_{efectiva} = F \cdot \cos 37°$$

c) Para calcular este apartado, hemos de recurrir a las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.).

Supondremos que la velocidad del objeto inicialmente es nula. Por tanto, las ecuaciones del m.r.u.a. quedan del siguiente modo:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad [1]$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - 0}{t} = \frac{v_f}{t} \rightarrow v_f = a \cdot t \quad [2]$$

Y la segunda ley de Newton se expresa, en este caso, como sigue:

$$F \cdot \cos 37° = m \cdot a \quad [3]$$

La estrategia para resolver el problema será:

1. Despejar la aceleración de la ecuación [3].
2. Expresar el tiempo en función de la aceleración en la ecuación [1].
3. Sustituir tiempo y aceleración en la ecuación [2].

Lo haremos paso a paso:

1. $a = \dfrac{F \cdot \cos 37°}{m}$

2. $s = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot s \cdot m}{F \cdot \cos 37°}}$

3. $v_f = \left(\dfrac{F \cdot \cos 37°}{m}\right) \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot s \cdot m}{F \cdot \cos 37°}} = \sqrt{\dfrac{(F \cdot \cos 37°) \cdot 2 \cdot s}{m}}$

d) El planteamiento ahora es idéntico. Únicamente hemos de tener en cuenta que la fuerza resultante no será la misma, pues ahora aparece otra fuerza, el rozamiento, que se opone al movimiento:

Eje X: $F \cdot \cos 37° - F_{roz} = F \cdot \cos 37° - \mu \cdot N = m \cdot a$

Eje Y: $F \cdot \operatorname{sen} 37° - m \cdot g + N = 0 \rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \operatorname{sen} 37°$

La forma de resolver el problema es idéntica al caso anterior:

$$a = \frac{F \cdot \cos 37° - \mu \cdot N}{m} = \frac{F \cdot \cos 37° - \mu \cdot (m \cdot g - F \cdot \operatorname{sen} 37°)}{m} =$$

$$= \frac{F \cdot (\cos 37° + \mu \cdot \operatorname{sen} 37°) - \mu \cdot m \cdot g}{m}$$

Por tanto:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot s \cdot m}{F \cdot (\cos 37° + \mu \cdot \operatorname{sen} 37°) - \mu \cdot m \cdot g}}$$

Finalmente, sustituimos para hallar la velocidad, como en el caso anterior:

$$v_f = a \cdot t = \sqrt{\frac{2 \cdot s \cdot [F \cdot (\cos 37° + \mu \cdot \operatorname{sen} 37°) - \mu \cdot m \cdot g]}{m}}$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

25 Un coche circula a 90 km · h^{-1}, cuando el conductor, a la vista de un obstáculo, frena bruscamente y se detiene tras recorrer 50 m.

Calcula el coeficiente de rozamiento que existe entre el portamaletas y una caja de 5 kg guardada en su interior, si la caja está a punto de deslizarse mientras frena, pero no lo hace.

La maleta, que no está solidariamente unida al coche, debería, de acuerdo con el primer principio de la dinámica, seguir su movimiento como si nada pasase. Si no lo hace, es porque la fuerza de rozamiento que existe entre ella y el suelo del vehículo impide dicho movimiento. Por tanto, la maleta, vista desde el exterior del coche, es decir, vista por un observador inercial, es un objeto que se mueve con cierta velocidad y que se detiene porque una fuerza (la de rozamiento con el coche) le obliga a hacerlo. Por tanto:

$$F_{roz} = m \cdot a$$

$$\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \rightarrow \mu = \frac{a}{g}$$

Podemos calcular la aceleración de frenado sabiendo que el movimiento del coche es un m.r.u.a., de ecuaciones:

Eliminando el tiempo entre estas dos ecuaciones llegamos a la expresión:

$$v = v_0 - a \cdot t$$

$$\Delta s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow \Delta s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot (-a)}$$

Despejando, la aceleración de frenado resulta:

$$a = \sqrt{\frac{v_0^2}{2 \cdot \Delta s}} = \sqrt{\frac{25^2}{2 \cdot 50}} = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por último, obtenemos el coeficiente de rozamiento:

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{2{,}5}{9{,}8} = 0{,}26$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

26. **Una locomotora arrastra un vagón de mercancías de 15 000 kg de masa, tirando de él con una fuerza de 9 kN. Si la vagoneta parte del reposo y alcanza una velocidad de 20 m/s en 40 s, calcula la fuerza de rozamiento que actúa sobre ella.**

Utilizando la ecuación de la velocidad que corresponde al m.r.u.a., podemos obtener el valor de la aceleración de la vagoneta:

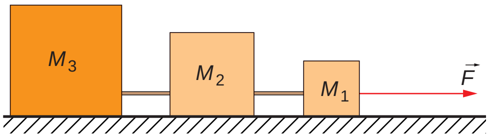
$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20 - 0}{40} = 0{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Aplicando, a continuación, la segunda ley de la dinámica, obtenemos la fuerza de rozamiento que actúa sobre la vagoneta:

$$F - F_r = m \cdot a \rightarrow F_r = F - m \cdot a$$

$$F_r = 9 \cdot 10^3 - 15\,000 \cdot 0{,}5 = 1\,500 \text{ N}$$

27. **Tres bloques, de masas M_1 = 5 kg, M_2 = 10 kg y M_3 = 20 kg, se encuentran unidos por cables de masa despreciable. Gracias a la acción de una fuerza horizontal de valor F = 100 N, el conjunto desliza sobre un plano igualmente horizontal. En ausencia de rozamiento, calcula:**



a) **La aceleración con que se mueve el sistema.**

b) **La tensión en cada cable.**

c) **Resuelve de nuevo los dos apartados anteriores, suponiendo que el coeficiente dinámico de fricción entre los bloques y la superficie horizontal es ahora 0,2.**

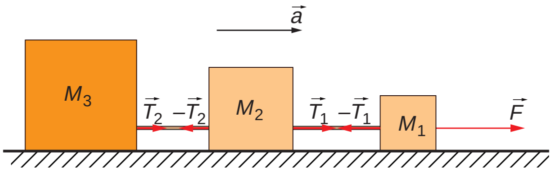
Los datos que proporciona el enunciado del problema y el esquema de las fuerzas interiores al sistema y la fuerza horizontal, son los siguientes:

M_1 = 5 kg

M_2 = 10 kg

M_3 = 20 kg

F = 100 N



a) La aceleración con que se mueve el sistema la obtenemos aplicando la ecuación fundamental de la dinámica:

$$\Sigma F_{ext} = a \cdot \Sigma M_i \rightarrow a = \frac{\Sigma F_{ext}}{\Sigma m_i}$$

Observa que, como las fuerzas de tensión son fuerzas interiores al sistema, se anulan entre sí. Por tanto:

$$a = \frac{100}{5 + 10 + 20} = 2{,}86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) Aplicando, como se recomienda en la primera actividad del epígrafe 6.5, la segunda ley de la dinámica por separado a las masas M_1 y M_2, obtenemos el valor de la tensión en cada cable:

• Para M_1:

$$F - T_1 = M_1 \cdot a \rightarrow T_1 = F - M_1 \cdot a$$

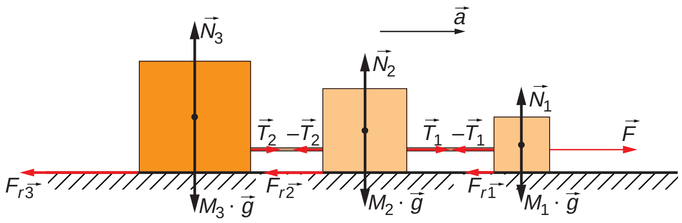
$$T_1 = 100 - 5 \cdot 2{,}86 = 85{,}71 \text{ N}$$

• Para M_2:

$$T_1 - T_2 = M_2 \cdot a \rightarrow T_2 = T_1 - M_2 \cdot a$$

$$T_2 = 85{,}71 - 10 \cdot 2{,}86 = 57{,}14 \text{ N}$$

c) Si tenemos en cuenta el rozamiento, debemos indicar en el esquema también la fuerza normal y el peso:



Con los datos de que disponemos, podemos calcular el valor de la fuerza de rozamiento que actúa sobre cada bloque:

$$F_{r_1} = \mu \cdot N_1 = \mu \cdot M_1 \cdot g \rightarrow F_{r_1} = 0{,}2 \cdot 5 \cdot 9{,}8 = 9{,}8 \text{ N}$$

$$F_{r_2} = \mu \cdot N_2 = \mu \cdot M_2 \cdot g \rightarrow F_{r_2} = 0{,}2 \cdot 10 \cdot 9{,}8 = 19{,}6 \text{ N}$$

$$F_{r_3} = \mu \cdot N_3 = \mu \cdot M_3 \cdot g \rightarrow F_{r_3} = 0{,}2 \cdot 20 \cdot 9{,}8 = 39{,}2 \text{ N}$$

Aplicando ahora la ecuación fundamental de la dinámica a cada una de las masas, por separado, obtenemos las siguientes expresiones:

$$F - F_{r_1} - T_1 = M_1 \cdot a \qquad [1]$$

$$T_1 - T_2 - F_{r_2} = M_2 \cdot a \qquad [2]$$

$$T_2 - F_{r_3} = M_3 \cdot a \qquad [3]$$

Si sumamos las tres ecuaciones, llegamos a la siguiente expresión:

$$F - F_{r_1} - F_{r_2} - F_{r_3} = (M_1 + M_2 + M_3) \cdot a$$

Por tanto:

$$a = \frac{F - F_{r1} - F_{r2} - F_{r3}}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{100 - 9{,}8 - 19{,}6 - 39{,}2}{5 + 10 + 20} = 0{,}90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El valor de T_1 lo podemos obtener, por ejemplo, a partir de la ecuación [1]:

$$T_1 = F - F_{r_1} - M_1 \cdot a \rightarrow T_1 = 100 - 9{,}8 - 5 \cdot 0{,}9 = 85{,}71 \text{ N}$$

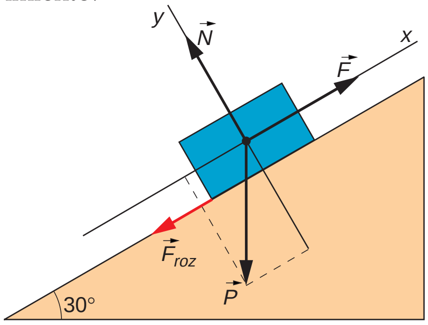
Y el valor de T_2, a partir de la ecuación [2] o la [3]. En este último caso:

$$T_2 = M_3 \cdot a + F_{r_3} \rightarrow T_2 = 20 \cdot 0{,}9 + 39{,}2 = 57{,}14 \text{ N}$$

Fíjate que las fuerzas de tensión son iguales, consideremos o no la fuerza de rozamiento. Sin embargo, la aceleración sí varía.

28. Un objeto de 100 g de masa se encuentra sobre un plano que forma un ángulo de 30° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre las superficies de deslizamiento vale 0,22. Halla la fuerza paralela al plano que se necesita aplicar al objeto para subirlo con velocidad constante.

Como se aprecia en la figura, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son su peso y la reacción normal del suelo que, debido al coeficiente de rozamiento, origina una fuerza que se opone al movimiento.



Si descomponemos estas fuerzas en una componente normal al plano y otra paralela a este, las fuerzas que se oponen al movimiento son:

$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,30°$$
$$P_x = m \cdot g \cdot sen\,30°$$

Para que el cuerpo ascienda con velocidad constante, debemos ejercer una fuerza paralela al plano que equilibre las dos anteriores. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$m \cdot a = F - F_{roz} - P_x = 0$$

$$F = F_{roz} + P_x = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,30° + m \cdot g \cdot sen\,30°$$

$$F = m \cdot g \cdot (sen\,30° + \mu \cdot cos\,30°)$$

Sustituyendo valores obtenemos el valor de la fuerza:

$$F = 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot (sen\,30° + 0{,}22 \cdot cos\,30°) = 0{,}677 \text{ N}$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

29 Disparamos una bala de 20 g sobre un saco de arena, donde penetra 15 cm. La velocidad con que se mueve la bala es de 600 m · s^{-1}, y suponemos que, hasta chocar con la arena, no existen pérdidas por rozamiento:

a) ¿Cuál es la fuerza que ejerce la bala sobre la arena, supuesta constante?

b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?

c) Si el saco de arena tiene una masa de 20 kg y cuelga libremente de una cuerda, calcula la velocidad con que se moverá el conjunto formado por la arena y la bala tras el impacto.

a) Aplicando la segunda ley de Newton, resulta:

$$F_{impacto} = m_{bala} \cdot a_{bala}$$

En esta expresión desconocemos la aceleración de la bala. Para calcularla, estudiaremos su movimiento. Supondremos que la bala, hasta detenerse, realiza un m.r.u.a. con aceleración negativa. La ecuación del desplazamiento en el m.r.u.a. es:

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

La aceleración podemos ponerla en función de la velocidad, ya que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{0 - v_0}{t} = \frac{-v_0}{t}$$

Sustituyendo la aceleración en la ecuación del movimiento, queda el tiempo como única incógnita:

$$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-v_0}{t}\right) \cdot t^2 \rightarrow \Delta s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \frac{2 \cdot \Delta s}{v_0} = \frac{2 \cdot 0{,}15}{600} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Conocido el tiempo de frenado, calculamos la aceleración y la fuerza:

$$a = \frac{-v_0}{t} = \frac{-600}{5 \cdot 10^{-4}} = -1{,}2 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$F_{impacto} = -0{,}02 \cdot 1{,}2 \cdot 10^6 = -24\,000 \text{ N}$$

b) El tiempo que tarda en detenerse ya lo hemos calculado en el apartado anterior.

c) Para calcular la velocidad tras un choque, debemos tener en cuenta la conservación de la cantidad de movimiento entre los instantes anterior y posterior a él. Esto es, precisamente, lo que haremos a continuación:

$$\vec{p}_{inicial} = m_1 \cdot \vec{v}_1$$

Como, tras el choque, la bala queda incrustada en el saco, ambas masas se moverán conjuntamente. Por tanto:

$$\vec{p}_{final} = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}$$

La velocidad con que se moverá el conjunto es:

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final} \rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}02 \cdot 600}{0{,}02 + 20} = 0{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

30. Sobre un bloque de 10 kg de masa, que se encuentra inicialmente en reposo, incide una bala de 200 g de masa a 100 m/s. La bala atraviesa el bloque y ve disminuida su velocidad a la salida en un factor 5. Calcula la velocidad con que se mueve el bloque tras la colisión.

Los datos que proporciona el enunciado del problema son los siguientes:

— $m_{bloque} = 10$ kg

— $m_{bala} = 200$ g $= 0,2$ kg

— $v_{0\ bala} = 100$ m · s^{-1}

— $v_{f\ bala} = \dfrac{v_{0\ bala}}{5} = 20$ m · s^{-1}

Como la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema es nula, podemos aplicar el teorema de conservación de la cantidad de movimiento:

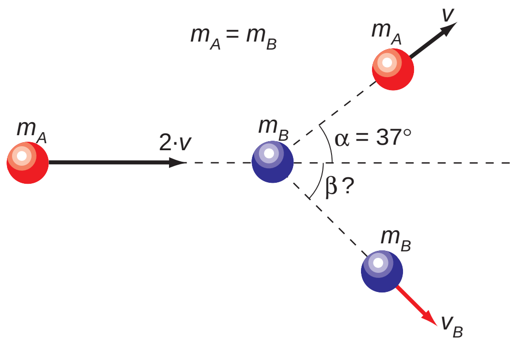
$$m_{bala} \cdot v_{0\ bala} = m_{bloque} \cdot v_{bloque} + m_{bala} \cdot v_{f\ bala}$$

$$v_{bloque} = \frac{m_{bala} \cdot (v_{0\ bala} - v_{f\ bala})}{m_{bloque}}$$

$$v_{bloque} = \frac{0,2 \cdot (100 - 20)}{10} = 1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El sentido de la velocidad obtenida es el mismo que el de las velocidades inicial y final de la bala.

31. Una bola de billar golpea a otra que se encuentra en reposo, y, tras el choque, se mueven ambas como se indica.



Sabiendo que las dos bolas tienen la misma masa y que la primera reduce su velocidad a la mitad, calcula el ángulo que forma la dirección en que sale la segunda bola con la dirección en que se movía la primera.

Para obtener el ángulo que nos piden debemos tener en cuenta que en el choque se conserva la cantidad de movimiento entre los instantes anterior y posterior a él. En el choque que analizamos en este problema no se conserva la dirección, lo que nos obliga a plantear la conservación de la cantidad de movimiento de forma vectorial.

Estableciendo las correspondientes igualdades para las componentes en los ejes *OX* y *OY* de la cantidad de movimiento, resulta:

$$m_A \cdot 2 \cdot \vec{v} = m_A \cdot \vec{v} + m_B \cdot \vec{v}_B$$

Para *OX*: $m_A \cdot 2 \cdot v = m_A \cdot v \cdot \cos 37° + m_B \cdot v_B \cdot \cos \beta$

Para *OY*: $m_A \cdot v \cdot \operatorname{sen} 37° - m_B \cdot v_B \cdot \operatorname{sen} \beta = 0$

Teniendo en cuenta que las dos masas son iguales, podemos despejar directamente *sen* β y *cos* β:

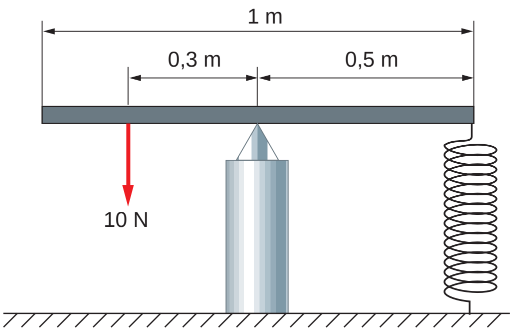
$$sen\,\beta = \frac{v \cdot sen\,37°}{v_B} \quad ; \quad cos\,\beta = \frac{2 \cdot v - v \cdot cos\,37°}{v_B}$$

Dividiendo ambas expresiones entre sí, obtenemos la tangente del ángulo y, a partir de ella, el ángulo que nos piden:

$$tg\,\beta = \frac{sen\,\beta}{cos\,\beta} = \frac{sen\,37°}{2 - cos\,37°} = 0{,}5 \rightarrow arctg\,0{,}5 = 26{,}6°$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

32 **Un resorte se alarga 2 cm al tirar de él con una fuerza de 10 N. Si unimos el resorte a una tabla que puede pivotar y aplicamos una fuerza de 10 N, como se indica en la figura, el sistema permanece en equilibrio.**



En esas condiciones, el resorte se alarga:

a) 0,6 cm **b) 2,0 cm** **c) 1,2 cm** **d) 6,0 cm**

Como sabemos lo que alarga el muelle al tirar de él con cierta fuerza, podemos calcular el valor de su constante elástica:

$$F = k \cdot \Delta l \rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{10}{0{,}02} = 500\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Conocido el comportamiento del muelle, realizamos ahora un balance de momentos respecto al punto en el que se apoya la tabla. Dicho balance ha de ser nulo, ya que, de lo contrario, el sistema giraría. Por tanto:

$$F \cdot r_1 \cdot sen\ 90° + F_{muelle} \cdot r_2 \cdot sen\ (-90°) = 0$$

$$F \cdot r_1 = F_{muelle} \cdot r_2 = k \cdot \Delta l \cdot r_2 \rightarrow \Delta l = \frac{F \cdot r_1}{k \cdot r_2}$$

$$\Delta l = \frac{10 \cdot 0{,}3}{500 \cdot 0{,}5} = 0{,}012\ \text{m} = 1{,}2\ \text{cm}$$

La respuesta correcta es, por tanto, la **c).**

33. Una granada de masa *m* desciende verticalmente con una rapidez de 10 m · s^{-1}. Inesperadamente estalla, dividiéndose en dos fragmentos, el primero de los cuales sigue moviéndose en la misma dirección y sentido que llevaba, con una velocidad de 20 m · s^{-1}, siendo su masa las tres cuartas partes del total. El otro pedazo sale en sentido opuesto al que llevaba la granada, pero en la misma dirección, con una velocidad, en m · s^{-1}:

a) 5 **b) 20** **c) 10** **d) 40**

Para resolver este problema, aplicamos de nuevo el teorema de conservación de la cantidad de movimiento, calculando la cantidad de movimiento antes y después de que estalle la granada. De este modo, resulta:

Cantidad de movimiento inicial:

$$\vec{p}_{inicial} = m \cdot \vec{v}_1 = m \cdot (-10) \cdot \vec{j} = -10 \cdot m \cdot \vec{j}$$

Cantidad de movimiento tras la explosión:

$$\vec{p}_{final} = \frac{3}{4} \cdot m \cdot \vec{v}_1 + \frac{1}{4} \cdot m \cdot \vec{v}_2 = \frac{3}{4} \cdot m \cdot (-20) \cdot \vec{j} + \frac{1}{4} \cdot m \cdot v \cdot \vec{j} =$$

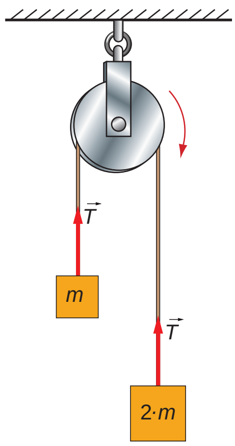
$$= -15 \cdot m \cdot \vec{j} + \frac{1}{4} \cdot m \cdot v \cdot \vec{j}$$

Igualando ahora la cantidad de movimiento antes y después de la explosión, obtenemos el resultado que nos piden:

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final} \rightarrow -10 \cdot m = -15 \cdot m + \frac{1}{4} \cdot m \cdot v \rightarrow v = \frac{(15-10) \cdot m}{\frac{1}{4} \cdot m} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La respuesta correcta es la **b).**

34. Dos cuerpos, de masa *m* y 2 · *m*, están unidos por una cuerda y cuelgan de una polea de masa despreciable, tal y como se muestra en la figura. Cuando se deja el sistema en libertad, las masas se mueven con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. En esas condiciones, la tensión que soporta la cuerda es:



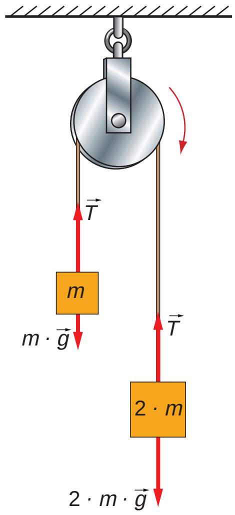
a) $m \cdot g$ **c) 1,33 · $m \cdot g$**

b) 1,5 · $m \cdot g$ **d) 2 · $m \cdot g$**

Apliquemos la segunda ley de Newton de la dinámica al conjunto formado por las dos masas y a cada una de las dos masas por separado. De este modo:

Conjunto:	$2 \cdot m \cdot g - m \cdot g = (m + 2 \cdot m) \cdot a$	[1]
Masa $2 \cdot m$:	$2 \cdot m \cdot g - T = 2 \cdot m \cdot a$	[2]
Masa m:	$T - m \cdot g = m \cdot a$	[3]

NOTA: Conviene señalar a los estudiantes que las tensiones que actúan sobre cada uno de los cuerpos tienen la misma dirección, pero sentido opuesto, debido a la existencia de la cuerda, que actúa como ligadura. Para entender esto, se puede pensar que, si se alineara la cuerda, las tensiones quedarían enfrentadas.



De la ecuación [1], despejamos la aceleración:

$$a = \frac{g}{3}$$

Si sustituimos la aceleración en cualquiera de las otras dos ecuaciones, calculamos la tensión:

$$T = m \cdot g + m \cdot \frac{g}{3} = 1{,}33 \cdot m \cdot g$$

Por tanto, la respuesta correcta es la **c).**

35 **Se deja caer una piedra desde una terraza, y desde una ventana de 1,8 m de altura se la ve pasar, tardando 0,10 s en cruzarla.**

Calcula la distancia que existe entre la terraza y la parte más alta de la ventana.

Aunque al iniciar el movimiento la piedra tenía una velocidad nula, cuando pasa por delante de nosotros la piedra sí posee cierta velocidad, ya que el movimiento ha comenzado.

Por tanto, la ecuación que utilizaremos en este caso para estudiar la caída de la piedra será la siguiente:

$$\Delta s = -v_{inicio-ventana} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Esta expresión nos permite calcular la velocidad inicial con que alcanza la ventana, ya que el resto (espacio recorrido y tiempo que tarda en recorrerlo) es información que conocemos:

$$v_{inicio-ventana} = -\frac{\Delta s - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{t} = -\frac{1{,}8 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1^2}{0{,}1} = -17{,}51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Conocida esta velocidad, podemos averiguar el tiempo transcurrido desde que fue soltada:

$$v_{inicio-ventana} = v_0 - g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_{inicio-ventana} - v_0}{g} = \frac{-17{,}51 - 0}{-9{,}8} = 1{,}787 \text{ s}$$

El espacio que ha recorrido desde que fue soltada hasta que llegó a la parte superior de la ventana es:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}787^2 = 15{,}65 \text{ m}$$

Por tanto, la cornisa de la terraza del edificio está 15,65 m por encima de la parte superior de la ventana.

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

36. Una vagoneta de 100 kg se mueve con una velocidad de 1,5 m · s^{-1}. En su interior viaja un joven de 60 kg, que salta hacia atrás, saliendo despedido con una velocidad de 1 m · s^{-1}, medida respecto a la vagoneta.

Calcula la velocidad con que se moverá la vagoneta después de que la abandone el muchacho.

El problema estudia la conservación de la cantidad de movimiento. Sin embargo, es diferente a los que hemos resuelto hasta ahora: en el instante posterior a la interacción, en vez de haber una unión, hay una separación. Ello no debe confundirnos, ya que el teorema de conservación de la cantidad de movimiento sigue siendo cierto.

Inicialmente:

$$\vec{p}_{inicial} = (m_{vagoneta} + m_{chico}) \cdot \vec{v} \rightarrow p_{inicial} = (100 + 60) \cdot 1{,}5 = 240 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cuando el chico salta, deja de estar solidariamente unido a la vagoneta y se mueve con una velocidad propia. Fíjate también en que la velocidad del chico se nos da referida a la vagoneta. Por tanto, como el sistema de referencia que utilizamos nosotros es externo a la vagoneta, en dicho sistema el chico estará moviéndose, en realidad, con una velocidad de 0,5 m · s^{-1} en la misma dirección que ella. Por tanto, en un sistema de referencia externo, resulta:

$$p_{final} = m_{vagoneta} \cdot v_{vagoneta} + m_{chico} \cdot v_{chico} = 100 \cdot v_{vagoneta} + 60 \cdot (1{,}5 - 1)$$

Como se conserva la cantidad de movimiento, resulta al igualar:

$$100 \cdot v_{vagoneta} + 30 = 240 \rightarrow v_{vagoneta} = \frac{240 - 30}{100} = 2{,}1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$