5 FUERZA Y MOVIMIENTO

5.1. FUERZA

1. ¿Es posible que la resultante de dos fuerzas de 30 N y 50 N tenga un valor de 20 N? ¿Puede ser la resultante igual a 90 N? ¿Por qué?

El valor mínimo de la resultante de dos fuerzas se obtiene cuando estas se aplican en la misma dirección y en sentidos opuestos. En ese caso, de acuerdo con los datos del enunciado, su valor es:

$$F = F_1 - F_2 = 50 - 30 = 20 \text{ N}$$

Si las fuerzas están aplicadas en la misma dirección y sentido, se obtiene el valor máximo de la resultante:

$$F = F_1 + F_2 = 50 + 30 = 80 \text{ N}$$

Por tanto, el valor de la resultante de dos fuerzas de 30 N y 50 N puede encontrarse entre 20 N y 80 N, dependiendo del ángulo que formen sus direcciones entre sí.

2. Al tirar de un resorte con una fuerza de 100 N, este se deforma 4 cm. Calcula la fuerza que debemos aplicar sobre dicho resorte para comprimirlo 25 mm.

A partir de los datos que proporciona el enunciado, y aplicando la ley de Hooke, podemos calcular el valor de la constante elástica, *k*, del muelle:

$$F = k \cdot \Delta l \rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{100}{4 \cdot 10^{-2}} = 2\,500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Aplicando de nuevo la ley de Hooke, obtenemos el valor de la incógnita que solicita el enunciado:

$$F = k \cdot \Delta l \rightarrow F = 2\,500 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 62{,}5 \text{ N}$$

5.2. EQUILIBRIO, REPOSO Y MOVIMIENTO

1. Demuestra que una balanza en la que ambos platillos se encuentran a la misma distancia del eje de giro permite medir directamente la masa de un cuerpo.

Para que los brazos de la balanza no giren; es decir, para que la balanza esté en equilibrio, los momentos de las fuerzas peso del cuerpo y de las pesas han de ser iguales, ya que uno de los dos momentos es horario, y el otro, antihorario. Por tanto:

$$r \cdot P \cdot sen\ \frac{\pi}{2} = r \cdot F_P \cdot sen\ \frac{\pi}{2} \rightarrow P = F_P$$

Teniendo en cuenta que el peso de un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración de la gravedad, resulta:

$$m \cdot g = m_P \cdot g \rightarrow m = m_P$$

Como vemos, la masa del cuerpo es igual a la masa de las pesas que equilibran la balanza.

2. ¿Es fiable una balanza en la que los dos platillos no se encuentran a la misma distancia del eje de giro? ¿Por qué?

Si ocurre lo que indica el enunciado, no se cumple la igualdad de la cuestión anterior. Si las distancias de los platillos al eje de giro son r_P y r, respectivamente, resulta:

$$r \cdot P = r_P \cdot F_P \rightarrow r \cdot m \cdot g = r_P \cdot m_P \cdot g \rightarrow m = \frac{r_P}{r} \cdot m_P$$

3. Por la garganta de una polea, de 15 cm de diámetro, hemos enrollado una cuerda. Colocada la polea con su eje en posición horizontal, tiramos de la cuerda con una fuerza de 5 N. Calcula el momento de la fuerza que actúa sobre la polea.

Cuando tiramos de la cuerda de una polea cuyo eje está situado en posición horizontal, el ángulo que forman $\vec{r}$ y $\vec{F}$ es de 90°. Por tanto, el módulo del momento de la fuerza $\vec{F}$ es:

$$M = r \cdot F \cdot sen\ \theta = 15 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot sen\ 90° = 0{,}75\ \text{N} \cdot \text{m}$$

Su dirección es perpendicular a $\vec{r}$ y $\vec{F}$, y su sentido, el que resulta de la aplicación de la regla del tornillo.

4. Al abrir una puerta, hemos de aplicar una fuerza de 50 N en su pomo, situado a 80 cm del eje de giro de la puerta. Calcula la fuerza que debemos realizar para abrir la puerta empujándola en un punto situado a 20 cm del eje.

Para resolver este ejercicio, supondremos que la dirección en que se aplican las fuerzas es perpendicular al plano de la puerta. De ese modo, el ángulo formado por $\vec{r}$ y $\vec{F}$ es de 90°.

El módulo del momento de la fuerza que es necesario aplicar para abrir la puerta es:

$$M = r \cdot F \cdot sen\ 90° = 80 \cdot 10^{-2} \cdot 50 \cdot 1 = 40\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Si empujamos la puerta aplicando una fuerza a 20 cm del eje de giro, el valor de esta debe ser mayor, como se calcula a continuación:

$$M = r \cdot F \cdot sen\ 90° \rightarrow F = \frac{M}{r \cdot sen\ 90°} = \frac{40}{20 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 200\ \text{N}$$

Observa que, al reducir el valor de $\vec{r}$ en un factor cuatro, ha sido necesario multiplicar la fuerza que hay que aplicar por ese mismo factor.

5.3. MOMENTO LINEAL E IMPULSO MECÁNICO

1. Calcula la cantidad de movimiento que posee un coche de 1200 kg de masa si la velocidad con que se desplaza es:

$$\vec{v} = (65 \cdot \vec{i} + 55 \cdot \vec{j})\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$$

La velocidad del coche, expresada en unidades del S.I., es:

$$\vec{v} = (18{,}06 \cdot \vec{i} + 15{,}28 \cdot \vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El vector cantidad de movimiento es, por tanto:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 1\,200 \cdot (18{,}06 \cdot \vec{i} + 15{,}28 \cdot \vec{j}) = (21\,667 \cdot \vec{i} + 18\,333 \cdot \vec{j}) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Siendo su módulo:

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{21\,667^2 + 18\,333^2} = 28\,382 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. Calcula el momento lineal que posee la Tierra, debido al movimiento de traslación alrededor del Sol, medido desde el propio Sol.

Esta cuestión se propone para que los alumnos consulten los datos que necesitan. Al resolverlo, supondremos que la trayectoria es circular. Con ello, la velocidad lineal, medida desde el Sol, es el producto de la velocidad angular por el radio de la trayectoria circular. Por tanto:

$$p = M_T \cdot v = M_T \cdot \omega \cdot r$$

La velocidad angular es:

$$\omega = \frac{1 \text{ vuelta}}{1 \text{ año}} = \frac{2 \cdot \pi}{365 \text{ días} \cdot \frac{86\,400 \text{ s}}{1 \text{ día}}} = 1{,}99 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

Teniendo en cuenta ahora que la distancia Tierra-Sol es $1{,}5 \cdot 10^8$ kilómetros, y que la masa de la Tierra es, aproximadamente, $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, resulta:

$$p = M_T \cdot \omega \cdot r = 6 \cdot 10^{24} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} = 1{,}79 \cdot 10^{29} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Sobre un objeto de 40 kg de masa actúa una fuerza de 1 000 N durante un minuto. Calcula el impulso mecánico que recibe dicho objeto.

El impulso mecánico que recibe el objeto lo calculamos aplicando directamente la expresión:

$$I = F \cdot \Delta t$$

Por tanto:

$$I = 1\,000 \cdot 60 = 60\,000 \text{ N} \cdot \text{s}$$

4. Se lanza, formando un ángulo de 37° con la horizontal, un proyectil de 5 kg a 300 m · s^{-1}. Calcula su momento lineal en el punto más alto de su trayectoria y cuando alcanza de nuevo la horizontal.

Para resolver este ejercicio, debemos saber que el proyectil efectúa un movimiento parabólico; teniendo en cuenta sus características, podemos calcular la velocidad del proyectil en los puntos que indica el enunciado, datos necesarios para calcular el momento lineal:

- Punto más alto de la trayectoria: en ese punto se anula la componente vertical de la velocidad. Como el movimiento en dirección horizontal es uniforme, el valor de la velocidad del proyectil será:

  $$\vec{v} = v_0 \cdot \cos\theta \cdot \vec{i} = 300 \cdot \cos 37° \cdot \vec{i} = 239{,}59 \cdot \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

  Y el momento lineal en ese punto:

  $$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \rightarrow \vec{p} = 5 \cdot 239{,}59 \cdot \vec{i} = 1\,197{,}95 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

• Punto de alcance máximo: en él, el valor de la componente vertical de la velocidad es el mismo que en el instante de lanzamiento, aunque su sentido es opuesto, y el de la componente horizontal es el calculado en el apartado anterior. El vector velocidad es, por tanto:

$$\vec{v} = v_0 \cdot cos\ \theta \cdot \vec{i} + v_0 \cdot sen\ \theta \cdot (-\vec{j}) \rightarrow \vec{v} = 300 \cdot cos\ 37° \cdot \vec{i} + 300 \cdot sen\ 37° \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{v} = (239{,}59 \cdot \vec{i} - 180{,}54 \cdot \vec{j})\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto, el vector momento lineal será:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 5 \cdot (239{,}59 \cdot \vec{i} - 180{,}54 \cdot \vec{j}) = (1\,197{,}95 \cdot \vec{i} - 902{,}72 \cdot \vec{j})\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Siendo su módulo:

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{(1\,197{,}95)^2 + (-902{,}72)^2} = 1\,500\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

5.4. LEYES DE NEWTON

1. Al aplicar cierta fuerza a un cuerpo de masa desconocida se observa que acelera tres veces más que otro cuerpo, de 5 kg de masa, al que se aplica la misma fuerza. Calcula la masa del primer cuerpo.

Teniendo en cuenta que $a_1 = 3 \cdot a_2$ y aplicando la segunda ley de la dinámica, podemos escribir las siguientes relaciones:

$$F = m_1 \cdot a_1 \rightarrow F = m_1 \cdot 3 \cdot a_2 \qquad [1]$$

$$F = m_2 \cdot a_2 \qquad [2]$$

Como la fuerza aplicada, F, es la misma en ambos casos, podemos igualar las expresiones [1] y [2], y despejar el valor de la masa del primer cuerpo:

$$m_1 \cdot 3 \cdot a_2 = m_2 \cdot a_2 \rightarrow m_1 = \frac{m_2}{3} = \frac{5}{3} = 1{,}67\ \text{kg}$$

2. La Tierra no es un sistema inercial de referencia, ya que gira sobre sí misma y en torno al Sol. Sin embargo, la consideramos como tal. ¿Es lícita dicha consideración? ¿Por qué?

Un sistema de referencia inercial es aquel que se encuentra en reposo o que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme. En él, una partícula libre de toda influencia externa se mueve con velocidad constante, o, si esta es nula, permanece en reposo.

En sentido estricto, no se puede encontrar un S.R.I., ya que es imposible comprobar, de forma experimental, que una partícula se encuentra libre de interacciones (siempre estará sometida, por ejemplo, a la fuerza de atracción gravitatoria). Tampoco podemos conocer, como demostró Galileo, si un sistema se encuentra en reposo o en movimiento.

No obstante, para la escala de tiempos y longitudes que utilizaremos este curso, podemos considerar que la Tierra y los sistemas de referencia fijos a ella son inerciales, encontrando de ese modo un marco en el que tiene plena validez la aplicación de las leyes de Newton de la dinámica; la consideración propuesta por el enunciado es lícita.

En cursos superiores de Física ampliarás estas ideas; especialmente, al estudiar la teoría de la relatividad de Einstein.

3. Un satélite describe un movimiento circular uniforme en torno a un planeta; por tanto, el módulo de la velocidad con que se mueve es constante. ¿Quiere decir esto que la resultante de las fuerzas que actúan sobre el satélite es nula?

Si no es así, dibuja la dirección y sentido en que actúa la resultante y explica cómo es posible que la velocidad permanezca constante.

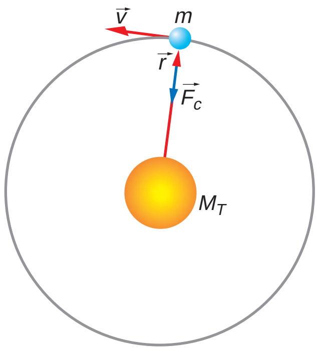
La fuerza que mantiene en movimiento un satélite en torno a la Tierra es una fuerza centrípeta, que es la fuerza de atracción gravitatoria. Por tanto:

$$F_c = F_g \rightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot m \cdot M_T}{r^2}$$

donde m es la masa del satélite; M_T, la masa de la Tierra; r, el valor de la distancia que separa el satélite del centro de la Tierra, y G, la constante de gravitación universal.

De la igualdad anterior, podemos despejar la velocidad con que se mueve el satélite:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$



Observa que, al efectuar un movimiento circular uniforme, el módulo de la velocidad del satélite no se modifica. Sin embargo, el vector velocidad sí se modifica, ya que su dirección varía constantemente a medida que el satélite orbita en torno a la Tierra.

4. ¿Cómo explicas que un pasajero de un autobús se desplace hacia la derecha cuando el autobús toma una curva hacia la izquierda?

Los pasajeros que se encuentran en el interior de un autobús están en un sistema de referencia no inercial. Para interpretar el movimiento del pasajero, es necesario introducir una fuerza ficticia, denominada fuerza de inercia, dirigida en sentido opuesto al movimiento.

NOTA: Consúltese, en la página 110 del libro del alumnado, el ejemplo relativo a las fuerzas de inercia.

5. Cuando corremos por la playa, ¿por qué lanzamos la arena hacia atrás?

Como establece la tercera ley de Newton, a toda fuerza de acción le corresponde una fuerza de reacción de igual intensidad y sentido contrario. La fuerza que ejercemos sobre el suelo al correr (acción) es la que provoca que salga la arena despedida hacia atrás, y la fuerza que ejerce el suelo sobre nosotros es la que nos permite avanzar.

6. Compara la fuerza gravitatoria que ejercen, uno sobre otro, dos cuerpos de masa *M*, situados a una distancia *R*, con la que ejercen entre sí dos cuerpos de masa 3 · *M*, situados a una distancia *R*/3. ¿Qué relación existe entre las fuerzas si los cuerpos se separan hasta 2 · *R*?

La fuerza de atracción gravitatoria, para cada uno de los casos, es la siguiente:

$$F_1 = G \cdot \frac{M \cdot M}{R^2} = \frac{G \cdot M^2}{R^2} \qquad F_2 = G \cdot \frac{3 \cdot M \cdot 3 \cdot M}{(R/3)^2} = \frac{81 \cdot G \cdot M^2}{R^2}$$

La relación entre ambas fuerzas es, por tanto:

$$F_2 = 81 \cdot F_1$$

Si los cuerpos se separan hasta $2 \cdot R$, la fuerza gravitatoria debe disminuir su intensidad:

$$F'_1 = G \cdot \frac{M \cdot M}{(2 \cdot R)^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{G \cdot M^2}{R^2} = \frac{1}{4} \cdot F_1$$

$$F'_2 = G \cdot \frac{3 \cdot M \cdot 3 \cdot M}{(2 \cdot R)^2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{G \cdot M^2}{R^2} = \frac{1}{36} \cdot F_2$$

La relación entre ambas fuerzas es ahora:

$$F'_2 = 9 \cdot F'_1$$

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

CUESTIONES

1. De las magnitudes que se indican, señala las que son vectoriales y las que son escalares:

a) Cantidad de movimiento.

b) Velocidad.

c) Fuerza.

d) Masa.

e) Tiempo.

f) Aceleración.

g) Longitud.

h) Posición.

Las magnitudes vectoriales de la relación que se propone en el enunciado son:

a) Cantidad de movimiento: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

b) Velocidad: $\vec{v}$

c) Fuerza: $\vec{F}$

f) Aceleración: $\vec{a}$

h) Posición: $\vec{r}$

Al ser magnitudes vectoriales, es necesario conocer su módulo, dirección, sentido y punto de aplicación para que queden perfectamente definidas.

El resto de las magnitudes propuestas, d), e) y g), son escalares.

2. En un catálogo de una fábrica de muelles, la constante elástica de dichos muelles viene expresada en toneladas · minuto^{-2}. ¿Es esto posible?

A partir de la expresión escalar de la ley de Hooke:

$$F = k \cdot \Delta x \rightarrow k = \frac{F}{\Delta x}$$

podemos obtener la ecuación de dimensiones de la constante elástica, k:

$$[k] = \frac{\mathrm{M \cdot L \cdot T^{-2}}}{\mathrm{L}} = \mathrm{M \cdot T^{-2}}$$

Las unidades en que viene expresada la constante elástica del enunciado concuerdan dimensionalmente con el resultado que se acaba de obtener. Por tanto, sí es posible que aparezca expresada de ese modo en un catálogo de muelles.

3. Alguna vez habrás visto caer granizo. Cuando la granizada es muy intensa, el granizo puede ocasionar cuantiosos destrozos. ¿Por qué causa tanto daño el granizo, a pesar de que su masa es relativamente pequeña?

La causa por la que el granizo puede provocar muchos destrozos es su elevada cantidad de movimiento, ya que la velocidad con que cae es muy alta: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.

Esto se podrá entender mejor más adelante, cuando, en la unidad 7, se estudien el concepto de energía cinética y el teorema de las fuerzas vivas. La energía cinética se puede expresar en función de la cantidad de movimiento:

$$\left.\begin{array}{l} p = m \cdot v \\ E_c = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array}\right\} \rightarrow E_c = \frac{p^2}{2 \cdot m}$$

De acuerdo con esta expresión, cuanta más cantidad de movimiento posea un cuerpo, más energía cinética tendrá, y, por tanto, más capacidad para realizar transformaciones (trabajo).

4. El teorema de conservación de la cantidad de movimiento afirma que, si sobre un cuerpo no actúan fuerzas exteriores, la cantidad de movimiento del cuerpo es:

a) Nula.

b) Constante.

c) Variable.

d) Creciente con el tiempo.

De acuerdo con la siguiente expresión:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Si $\Sigma \vec{F}_{ext} = 0$, entonces $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{final} - \vec{p}_{inicial} = 0$. Por tanto:

$$p_{final} = p_{inicial}$$

La cantidad de movimiento permanece constante; la respuesta correcta es la **b)**.

5. Justifica la o las respuestas que son verdaderas y la o las que son falsas.

Basándonos en la primera ley de Newton, podemos afirmar que:

a) Si su masa es constante, en ausencia de fuerzas exteriores la velocidad de un cuerpo no varía.

b) Si el cuerpo está en movimiento, la resultante de las fuerzas que actúan sobre él no es nula.

c) Un cuerpo puede moverse con m.r.u. sin que actúe ninguna fuerza sobre él.

d) Cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo no es nula, el cuerpo acelera.

e) La cantidad de movimiento de un cuerpo siempre se conserva.

Para conocer si las proposiciones que se relacionan en el enunciado son verdaderas o falsas, aplicaremos la siguiente expresión:

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t}$$

Por tanto, de acuerdo con ella:

a) Verdadera.

b) Falsa; un cuerpo puede estar en movimiento aunque la resultante de las fuerzas que actúan sobre él sea nula.

c) Verdadera. Si las fuerzas exteriores que actúan sobre un cuerpo son nulas o su resultante se anula, la cantidad de movimiento permanece constante, y, por tanto, su velocidad también (suponiendo que su masa no varía), por lo que describirá un movimiento rectilíneo uniforme.

d) Verdadera.

e) Falsa; solo se conserva cuando $\Sigma\vec{F}_{ext} = 0$.

6. Si la aceleración con que se mueve un cuerpo es nula, ¿podemos asegurar que no actúan fuerzas sobre él? ¿Cómo es el movimiento que describe este cuerpo?

Si la aceleración de un cuerpo es nula, lo único que podemos asegurar es que la **resultante** de las fuerzas que actúan sobre él es nula. Ahora bien; ello no quiere decir que no actúen fuerzas sobre él; podrían estar actuando una serie de fuerzas que, sumadas vectorialmente, se anulasen, dando una resultante nula.

Si suponemos el cuerpo puntual, en ese caso el movimiento será rectílineo uniforme.

7. ¿Va en contra de la primera ley de Newton el hecho de que un objeto que se mueve sobre una superficie horizontal acaba siempre por detener su movimiento?

Si se mueve, este cuerpo lo hará con aceleración nula y, en consecuencia, con velocidad constante. Por tanto, a primera vista parece que esta experiencia va contra la primera ley de Newton, ya que es un objeto que está moviéndose con velocidad constante y que debe seguir moviéndose así, porque no actúa ninguna fuerza sobre él.

¿Ninguna? Aparentemente, ninguna, pero sí hay una fuerza que lo frena: el rozamiento, que dificulta su avance y produce una aceleración negativa, que acaba por detener el cuerpo.

Aunque todavía no lo hemos tenido en cuenta este curso, el rozamiento es una fuerza que estudiaremos con detalle en el tema siguiente.

8. Si aplicamos la misma fuerza a dos cuerpos y uno acelera el doble que el otro, ¿por qué puede ser? Señala dos situaciones, al menos, en que esto puede ocurrir.

Teniendo en cuenta la segunda ley de Newton, si:

$$a_1 = 2 \cdot a_2$$

$$F = \text{cte} = m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2 \rightarrow m_1 = m_2 \cdot \frac{a_2}{a_1} = m_2 \cdot \frac{a_2}{2 \cdot a_2} = \frac{m_2}{2}$$

uno puede acelerar el doble que el otro porque tiene una masa que es la mitad que la de aquel.

9. **Tres estudiantes van corriendo en línea. En determinado instante, el que va primero lanza un balón hacia arriba.**

En ausencia de rozamiento, lo recoge:

a) El que lo lanza.

b) Uno de los de detrás.

c) Depende de la velocidad con que corran.

d) Faltan datos para resolver el problema.

Aunque el balón se lanza verticalmente hacia arriba y los estudiantes se están desplazando, no por ello el balón cae detrás del que lo lanza.

Debemos tener en cuenta que, cuando el estudiante lanza el balón, le comunica una velocidad vertical, a la que hay que sumar la velocidad horizontal que ya posee, idéntica a la del chico.

Por tanto, cuando el balón sale de sus manos, este se desplaza vertical y horizontalmente, siendo el desplazamiento horizontal del balón y el del chico exactamente iguales. El recorrido horizontal del balón será igual que el del chico que lo lanza.

En consecuencia, quien recoge el balón al caer es la misma persona que lo ha lanzado.

El estudiante que lanza el balón observará que el movimiento del balón es un tiro vertical.

Sin embargo, visto desde fuera, el balón efectúa un movimiento parabólico.

La respuesta correcta es la **a).**

10. **Las observaciones cotidianas parecen indicar que, para que un cuerpo permanezca en movimiento, es necesario que una fuerza esté actuando sobre él, de forma que, si cesa la fuerza, el cuerpo se para.**

Estas observaciones se deben interpretar diciendo que las fuerzas son la causa:

a) Del movimiento.

b) De que se produzcan interacciones entre los cuerpos.

c) Del rozamiento.

d) De las variaciones que se producen en el movimiento.

Al aplicar una fuerza sobre un cuerpo en movimiento, producimos una variación en dicho movimiento.

En general, una fuerza produce una variación en el estado de equilibrio de un cuerpo. Si un cuerpo está en equilibrio y, a su vez, en movimiento, en ausencia de fuerzas, mantendrá ese movimiento.

Consulta de nuevo la cuestión 5 para afianzar este concepto.

La respuesta correcta es la **d).**

11. Dadas las siguientes proposiciones:

1. **El movimiento de un cuerpo siempre se produce en la dirección de la fuerza resultante.**
2. **Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o si la fuerza resultante es nula, el cuerpo deberá estar en reposo.**
3. **Si en un instante dado la velocidad con que se mueve un cuerpo es nula, la fuerza resultante en ese mismo instante también lo será.**

Indica cuáles son verdaderas.

a) 1, 2 y 3 **b) 1 y 3** **c) 3** **d) Ninguna**

La primera proposición no es cierta. Si, por ejemplo, aplicamos una fuerza sobre un cuerpo que está en movimiento, podremos modificar la dirección en que originalmente se mueve, pero el nuevo rumbo no tiene por qué ser en la dirección en que se aplica la fuerza resultante. Por ejemplo, es lo que ocurre si empujamos oblicuamente una vagoneta.

La segunda tampoco lo es, ya que no contempla el supuesto de un cuerpo moviéndose con velocidad constante, que es una situación de equilibrio en la que la fuerza resultante es nula.

Por lo que respecta a la tercera, debemos recordar que un cuerpo en reposo (velocidad nula) debe ser sometido a la acción de una fuerza para ponerlo en movimiento. Por tanto, la afirmación es falsa.

Ninguna de las afirmaciones es correcta. La respuesta que debemos elegir es, por tanto, la **d).**

12. Al entrar en un ascensor con una cartera en la mano y ponerse este en movimiento, la cartera parece más pesada cuando el ascensor:

a) Arranca.

b) Sube con velocidad constante.

c) Frena.

d) Baja con velocidad constante.

Al ponerse el ascensor en movimiento, el ocupante se ve sometido a una aceleración, y el sistema de referencia formado por el propio ascensor deja de ser inercial.

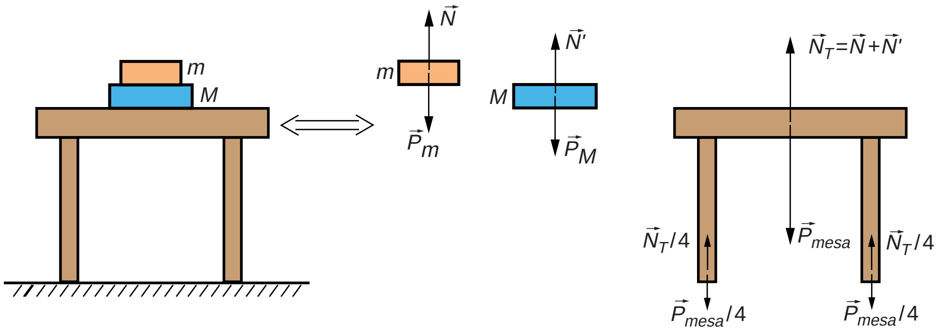
En los sistemas de referencia no inerciales no se cumplen las leyes de Newton.

En el caso que nos ocupa, si el ascensor arranca, a la fuerza peso que ejerce la cartera debemos sumar la fuerza, $m \cdot a$, producida por la aceleración del ascensor, ya que la cartera tiende a permanecer en la posición en que se encontraba, y somos nosotros los que la arrastramos, al igual que el ascensor nos arrastra a nosotros.

Por tanto, la cartera parecerá más pesada cuando el ascensor arranca y asciende, o frena descendiendo, y más ligera si arranca, pero descendiendo, o frena ascendiendo.

13. Coloca dos libros sobre una mesa horizontal, uno encima del otro. Si sus masas son *M* y *m*, respectivamente, señala en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos y sobre la mesa. Ten en cuenta que nos encontramos en la superficie de la Tierra.

La fuerza que actúa sobre cada uno de los objetos del sistema es la que se indica en el esquema adjunto:



14. Cuando un objeto cae hacia la Tierra, atraído por esta, la Tierra también se ve atraída por el objeto con una fuerza igual a la primera, pero de sentido opuesto. ¿Por qué parece que es el objeto el que cae hacia la Tierra, y no al revés?

De acuerdo con la ley de acción-reacción, la Tierra sí se ve atraída por este objeto, pero el movimiento que realiza es despreciable comparado con el del otro objeto, debido a la diferencia de masa que existe entre la Tierra y un objeto:

$$\vec{F}_{atracción} = m_{Tierra} \cdot a = m_{objeto} \cdot g$$

$$a = \frac{m_{objeto}}{m_{Tierra}} \cdot g << g, \text{ ya que } m_{objeto} << m_{Tierra}$$

15. Colocamos una jaula con un pájaro sobre una balanza. El peso del conjunto, ¿cambia dependiendo de si el pájaro está apoyado en la jaula o volando?

Contesta a la pregunta suponiendo que la jaula es hermética y considera después que se trata de una jaula normal.

Antes de contestar a la cuestión, debemos plantearnos cómo detectamos el peso de un objeto en una balanza. El funcionamiento de la balanza hace uso de la ley de acción y reacción, de forma que la balanza ejerce sobre el objeto una fuerza opuesta a la que este ejerce sobre su plataforma, y que resulta ser el peso.

Volviendo al problema, debemos concluir que, si el pájaro no se apoya sobre la superficie de la jaula, que es la que está en contacto con la balanza, esta no podrá medir su peso, ya que no podrá ejercer una reacción al peso del pájaro. En consecuencia, si el pájaro está volando, el peso que medirá la balanza será menor.

Si la jaula es hermética (lo cual no debemos consentir, para que el animal no sufra), el pájaro ejercerá una fuerza sobre el aire (para sustentarse en vuelo), y el aire la ejercerá, a su vez, sobre la jaula. Por tanto, en ese caso sí mediremos el peso del pájaro.

16. ¿Cómo puede salir de un estanque helado una persona situada sobre su superficie?

Considera nulo el rozamiento con el hielo.

Suponiendo que no puede ejercer fuerza contra el suelo (no existe rozamiento), deberá lanzar algún objeto para, de ese modo, desplazarse por reacción en sentido opuesto. Como no existe rozamiento, tarde o temprano llegará al borde del estanque.

17. La fuerza que ejerce un caballo sobre el carro del que tira es igual y de sentido opuesto a la que este hace sobre él.

"Por tanto, el sistema está en equilibrio y nunca se moverá".

¿Puedes demostrar que esto no es así?

La primera parte de la frase es cierta; "el caballo tira de la carreta con la misma fuerza con que la carreta tira de él". Esto se cumple, ya que entre la carreta y el caballo no existe un movimiento relativo, señal inequívoca de que la resultante de las fuerzas entre el caballo y la carreta es nula. Ello significa que el sistema caballo-carreta está en equilibrio.

La pregunta que surge entonces es inmediata. ¿Por qué se mueve el caballo? Y, más aún, ¿por qué podemos movernos? El fallo más importante del razonamiento expuesto en la pregunta es que no se ha considerado el sistema físico adecuado. Debemos considerar que el sistema móvil, caballo más carreta, se desplaza respecto al suelo. El caballo puede desplazarse no por la fuerza con que tira de la carreta, sino por la fuerza con que empuja el suelo.

Como consecuencia de la acción que realiza el sistema caballo-carreta, inicialmente en reposo, sobre el suelo, este produce una reacción sobre ellos que es, precisamente, la fuerza que los permite moverse.

EJERCICIOS

18 Cuando aplicamos una fuerza de 40 N a un muelle, este triplica su longitud y pasa a medir 15 cm, no habiéndose superado todavía el límite elástico del muelle.

Si tiramos del muelle con una fuerza de 10 N, su alargamiento, medido en centímetros, será:

a) 2,5 **b) 3,75** **c) 4** **d) 6**

De acuerdo con los datos del enunciado, al aplicar una fuerza, F, de 40 N, el muelle, de longitud l, triplica su longitud, midiendo $l_1 = 3 \cdot l = 15$ cm. Por tanto, $l = 5$ cm, y el alargamiento que experimenta es:

$$\Delta l = l_1 - l = 3 \cdot l - l = 3 \cdot 5 - 5 = 10 \text{ cm}$$

Con estos datos, podemos calcular el valor de la constante elástica del muelle:

$$k = \frac{F}{\Delta l} \rightarrow k = \frac{40}{10} = 4 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-1}$$

Al aplicar una fuerza de 10 N, su alargamiento, medido en centímetros, será:

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{10}{4} = 2{,}5 \text{ cm}$$

La respuesta correcta es, por tanto, la **a).**

19. Lanzamos una pelota de tenis contra una pared, en la que golpea y rebota, saliendo despedida en la misma dirección con que llega a la pared, pero en sentido opuesto. La velocidad de llegada es v, en módulo, y la de salida, v', también en módulo, siendo la masa de la pelota m:

a) ¿Qué ángulo forma la dirección de la pelota con la pared en el instante en que golpea?

b) ¿Qué ángulo forma la dirección de la pelota con la pared cuando sale tras el impacto?

c) ¿Cuánto vale la variación que se produce en la cantidad de movimiento de la pelota?

d) Si el impacto se produce en un tiempo t, ¿cuánto vale la fuerza con que golpea la pelota en la pared?

e) ¿Podemos suponer que esa fuerza es constante? ¿Por qué?

a) y b) El ángulo que forma la pelota con la pared solo puede ser de 90°. El vector velocidad está dirigido perpendicularmente a la pared. De lo contrario, los ángulos de salida y de entrada no podrían ser iguales y, por tanto, la dirección de entrada y de salida no sería la misma.

c) Calculemos ahora la diferencia que existe entre la cantidad de movimiento antes y después del choque:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{final} - \vec{p}_{inicial} = m \cdot \vec{v}' \cdot - m \cdot \vec{v} = m \cdot (\vec{v}' - \vec{v})$$

d) Para calcular lo que nos piden en este apartado, lo primero que haremos es calcular la aceleración de frenado que se produce durante el impacto:

$$a = \frac{v' - v}{t} < 0$$

y, sustituyendo:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v' - v}{t}$$

e) Lo que estamos calculando es el valor medio de la fuerza durante el tiempo del impacto, pero no podemos asegurar nada acerca del valor concreto de dicha fuerza en cada instante.

20. Dos fuerzas de 5 y 12 N, respectivamente, actúan sobre un cuerpo, formando sus direcciones un ángulo de 120°.

El valor de la resultante, expresado en N, es:

a) 7

b) Mayor que 7 y menor que 17

c) 17

d) Mayor que 17

Razonemos, sin utilizar calculadora, cuál es el valor máximo y el valor mínimo que podemos obtener de la suma de estas dos fuerzas.

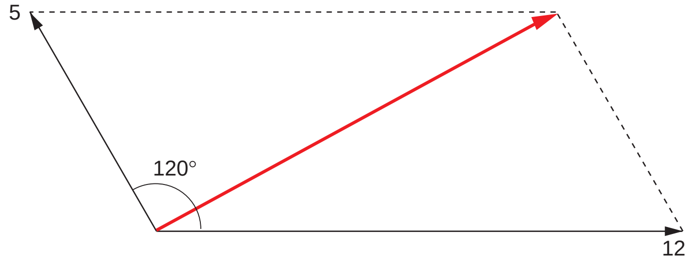
- El valor máximo corresponde al caso en que las direcciones de las dos fuerzas formen un ángulo de 0°; es decir, cuando ambas tengan la misma dirección y sentido (fuerzas alineadas). En ese caso, el módulo de la resultante es la suma de los módulos:

$$F_{máx} = 5 + 12 = 17 \text{ N}$$

- El valor mínimo corresponde al caso en que las dos fuerzas están alineadas, pero son de sentido opuesto. En ese caso, el módulo de la resultante es la diferencia de módulos:

$$F_{mín} = 12 - 5 = 7 \text{ N}$$

- Para cualquier otro ángulo, la suma de los dos vectores tendrá por módulo un valor intermedio entre el valor máximo y el valor mínimo. Por tanto, para un ángulo de 120°, la respuesta debe ser la **b).**



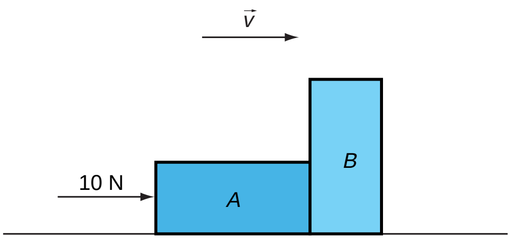
21 **Aplicamos una fuerza de 10 N sobre A. Si no existe rozamiento, la fuerza que A ejerce sobre B es:**

a) Menor que 10 N

b) 10 N

c) Mayor que 10 N

d) No podemos saberlo. Necesitamos conocer la masa de A y de B.



Al estar el sistema en movimiento, si aplicamos una fuerza sobre él se producirá una aceleración. Observa que la aceleración con que se mueven *A* y *B* es la misma (están en contacto). Por tanto, la fuerza que mueve a *B* es el producto de su masa por la aceleración del sistema, mientras que la que mueve a *A* (10 N) es el producto de la masa de *A* y *B* (la fuerza de 10 N es la que empuja el sistema) por la aceleración de dicho sistema. Por tanto, la fuerza sobre *B* es menor que sobre *A*. La respuesta correcta es la **a).**

22. Se aplica una fuerza constante a un móvil de masa *m*, inicialmente en reposo.

De entre las proposiciones siguientes, señala la correcta:

a) El movimiento es rectilíneo uniforme.

b) La cantidad de movimiento es proporcional al tiempo.

c) El espacio recorrido es proporcional al cuadrado de la velocidad.

d) Al menos dos de las afirmaciones anteriores son correctas.

Analicemos cada una de las respuestas:

a) Es falsa, porque la acción de una fuerza produce una aceleración, y el m.r.u. se caracteriza por carecer de aceleración.

b) Hemos de tener en cuenta que la aceleración se define como: $a = \Delta v/\Delta t$.

Como la cantidad de movimiento es: $p = m \cdot v = m \cdot a \cdot \Delta t$, llegamos a la conclusión de que, efectivamente, la cantidad de movimiento es proporcional al tiempo.

c) De acuerdo con la segunda ley de Newton, $F = m \cdot a$, una fuerza constante produce sobre el cuerpo en el que está aplicada una aceleración constante (si el cuerpo puede moverse).

El movimiento cuya aceleración es constante es un m.r.u.a. Por tanto:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2}\, a \cdot \left(\frac{\Delta v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\Delta v)^2}{a}$$

lo que demuestra que la proposición es correcta, teniendo en cuenta que $\Delta v = v$, pues la velocidad inicial es nula. La respuesta a la pregunta es la **d),** pues hay dos respuestas, b) y c), que son correctas.

23. Un camión de 8 000 kg de masa se desplaza a 90 km/h. Calcula su cantidad de movimiento. Expresa el resultado en la correspondiente unidad S.I.

El primer paso para resolver el problema es expresar los datos del enunciado en las correspondientes unidades del S.I.:

$$m = 8\,000 \text{ kg}$$

$$v = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Aplicando directamente la expresión de la cantidad de movimiento, obtenemos su módulo:

$$p = m \cdot v \rightarrow p = 8\,000 \cdot 25 = 2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

24 La ecuación que permite calcular la posición que ocupa un cuerpo de 6 kg de masa es:

$$\vec{r} = 4 \cdot t^2 \cdot \vec{i} - \vec{j} + t^2 \cdot \vec{k}$$

En esta expresión, la distancia se expresa en metros si el tiempo se expresa en segundos.

Calcula las componentes del vector cantidad de movimiento para este cuerpo. Expresa el resultado con su correspondiente unidad.

Para calcular el vector cantidad de movimiento, $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$, debemos obtener, en primer lugar, el vector velocidad, $\vec{v}$. Para ello, procedemos como se indica, calculando el vector velocidad media y, a partir de él, $\vec{v}$:

- Cálculo de v_{m_x}:

$$v_{m_x} = \frac{r_x(t + \Delta t) - r_x(t)}{\Delta t} = \frac{4 \cdot (t + \Delta t)^2 - 4 \cdot t^2}{\Delta t} =$$

$$= \frac{4 \cdot t^2 + 8 \cdot t \cdot \Delta t + 4 \cdot (\Delta t)^2 - 4t^2}{\Delta t} = 8 \cdot t + 4 \cdot \Delta t$$

Cuando Δt tiende a cero, obtenemos el valor de la componente, en la dirección del eje X, de la velocidad instantánea:

$$v_x = 8 \cdot t$$

- Cálculo de v_{m_y}:

$$v_{m_y} = \frac{r_y(t + \Delta t) - r_y(t)}{\Delta t} = \frac{-1 + 1}{\Delta t} = 0$$

Por tanto:

$$v_y = 0$$

- Cálculo de v_{m_z}:

$$v_{m_z} = \frac{r_z(t + \Delta t) - r_z(t)}{\Delta t} = \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{\Delta t} =$$

$$= \frac{t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 - t^2}{\Delta t} = 2 \cdot t + \Delta t$$

Cuando Δt tiende a cero, obtenemos v_z:

$$v_z = 2 \cdot t$$

El vector velocidad instantánea obtenido es:

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) \rightarrow \vec{v} = (8 \cdot t, 0, 2 \cdot t)$$

Y el vector cantidad de movimiento:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \rightarrow \vec{p} = 6 \cdot (8 \cdot t \cdot \vec{i} + 2 \cdot t \cdot \vec{k}) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{p} = (48 \cdot t \cdot \vec{i} + 12 \cdot t \cdot \vec{k}) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

25. Un cañón de 200 kg de masa dispara una bala de 1,5 kg.

Si la bala sale despedida con una velocidad de 80 m/s, ¿cuál es la dirección y el sentido de la velocidad de retroceso del cañón?

Para resolver este ejercicio, aplicamos el teorema de conservación de la cantidad de movimiento. Inicialmente, la cantidad de movimiento es cero, por lo que podemos escribir la siguiente igualdad:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = 0 \rightarrow \vec{v}_1 = -\frac{m_2 \cdot \vec{v}_2}{m_1}$$

De acuerdo con la expresión anterior, la dirección de la velocidad de retroceso del cañón es la misma que la de la velocidad de la bala, siendo sus sentidos opuestos. El valor de su módulo es:

$$v_1 = \frac{m_2 \cdot v_2}{m_1} = \frac{1{,}5 \cdot 80}{200} = 0{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

26. La ecuación de movimiento que tiene un cuerpo de 5 kg de masa es:

$$\vec{r} = -2 \cdot t^2 \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j} - \vec{k}$$

a) ¿Qué expresión proporciona la cantidad de movimiento del cuerpo en cada instante?

b) Calcula la expresión que indica cómo varía la fuerza que actúa sobre el cuerpo a lo largo del tiempo.

c) Representa cómo varían la cantidad de movimiento y la fuerza entre los instantes $t = 0$ y $t = 10$ s.

Suponemos que *r* se expresa en metros si *t* se expresa en segundos.

a) La ecuación que permite calcular la cantidad de movimiento es:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Debemos calcular, en primer lugar, la velocidad del objeto:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{-4 \cdot t \cdot \Delta t \cdot \vec{i} - 2 \cdot (\Delta t)^2 \cdot \vec{i} + \Delta t \cdot \vec{j}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_m = -4 \cdot t \cdot \vec{i} - 2 \cdot \Delta t \cdot \vec{i} + \vec{j}$$

Y, como Δt tiende a cero:

$$\vec{v} = (-4 \cdot t \cdot \vec{i} + \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

De ese modo, resulta para la cantidad de movimiento:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = (-20 \cdot t \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j}) \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

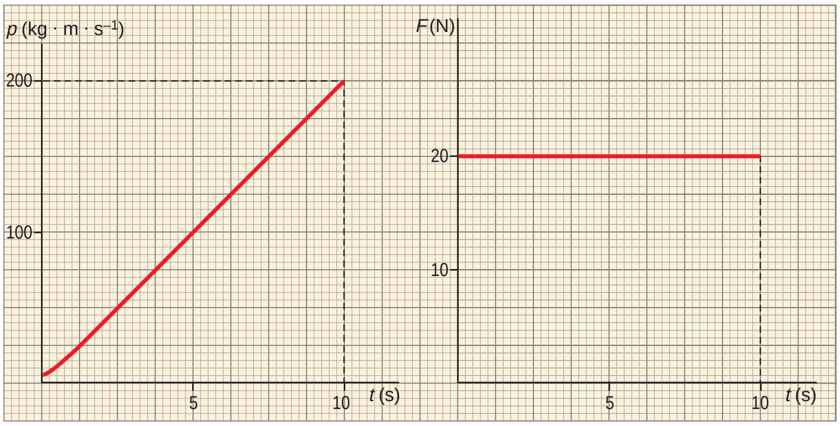
Podemos calcular ahora la aceleración a partir de la expresión de la velocidad:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{-4 \cdot (t + \Delta t) \cdot \vec{i} + \vec{j} - (-4 \cdot t \cdot \vec{i} + \vec{j})}{\Delta t} = -4 \cdot \vec{i}$$

siendo, por tanto, la expresión que proporciona la fuerza:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 5 \cdot (-4 \cdot \vec{i}) = -20 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

c) Si representamos el **módulo** de la cantidad de movimiento y de la fuerza en función del tiempo, obtenemos las siguientes gráficas:



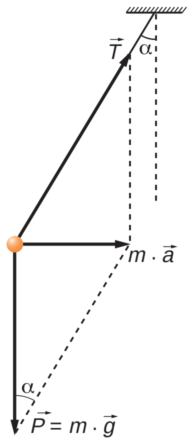
NOTA: La solución de este ejercicio se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

27. Si dispones de un péndulo, ¿cómo puedes medir con él la aceleración con que se mueve un vehículo? Describe el proceso detalladamente y señala las leyes físicas en que te apoyas al resolver el problema.

Sobre elpéndulo actúan la fuerza peso y la tensión del hilo. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

donde $\vec{a}$ coincide con la aceleración con la que se mueve el vehículo. En la siguiente figura se representa la situación descrita anteriormente:



Considerando la bola del péndulo como sistema físico, si aislamos dicho sistema y aplicamos las leyes de Newton, resulta:

$$T \cdot sen\,\alpha = m \cdot a \quad \text{(eje } X\text{)}$$

$$T \cdot cos\,\alpha = m \cdot g \quad \text{(eje } Y\text{)}$$

El sistema que obtenemos es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: T, a. Observa que el ángulo no es una incógnita, pues podemos medirlo directamente en la experiencia. Por tanto, al resolver el sistema, resulta:

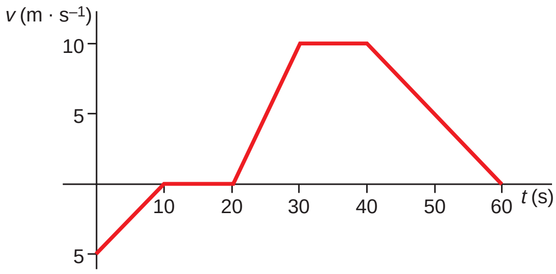
$$T = \frac{m \cdot g}{cos\alpha} \rightarrow \frac{m \cdot g}{cos\alpha} \cdot sen\alpha = m \cdot a \rightarrow a = g \cdot \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$$

28. Un objeto se mueve de modo que su velocidad, en función del tiempo, es la que se indica en el gráfico adjunto. Si el objeto tiene una masa de 5 kg y se mueve en línea recta:

a) Calcula la fuerza que actúa sobre él a lo largo del recorrido.

b) Dibuja el diagrama *s-t* y el diagrama *F-t* que corresponde al movimiento.

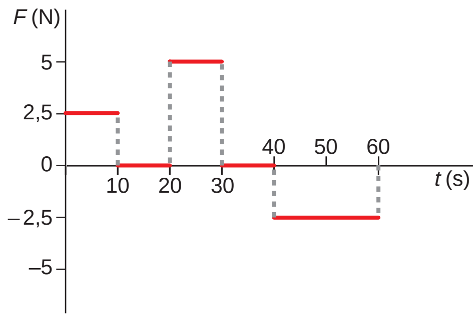
c) Calcula la distancia que recorre y la velocidad media con que lo hace.



a) Como $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, calcularemos, en primer lugar, las aceleraciones en cada tramo y después expresaremos la fuerza por tramo.

Tramo	Acel. (m · s^{-2})	Fuerza (N)
1	$a_1 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{0-(-5)}{10} = 0{,}5$	$F_1 = 5 \cdot \dfrac{1}{2} = 2{,}5$
2	$a_2 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 0$	$F_2 = 0$
3	$a_3 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{10-0}{30-20} = 1$	$F_3 = 5 \cdot 1 = 5$
4	$a_4 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 0$	$F_4 = 0$
5	$a_5 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-10}{20} = -0{,}5$	$F_5 = 5 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -2{,}5$

b) y c) De acuerdo con lo expuesto en el apartado anterior, el diagrama *F-t* es el siguiente:



Para calcular ahora la distancia recorrida y la velocidad media con que lo hace, consideraremos cada uno de los tramos que recorre por separado.

En primer lugar, debemos tener en cuenta que, en el décimo segundo, el objeto cambia el sentido del movimiento. Inicialmente, el objeto se mueve con una velocidad de $-5\ m \cdot s^{-1}$ y, debido a la fuerza de 2,5 N que se aplica, desacelera en los primeros 10 s, hasta detenerse en el décimo segundo del movimiento. Después, permanece parado durante otros diez segundos.

El cálculo de la distancia que recorre en los cinco tramos es el que se indica en la tabla:

Tramo	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
1	$s = -5 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 10^2 = -25$ m
2	$s = 0 \cdot 10 = 0$ m
3	$s = 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = 50$ m
4	$s = 10 \cdot 10 = 100$ m
5	$s = 10 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 20^2 = 100$ m
	$s_{TOTAL} = 225$ m

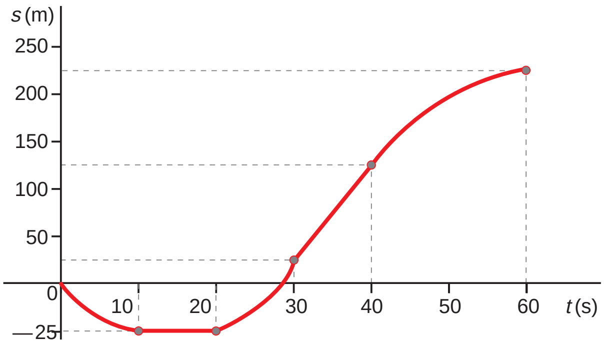
Por tanto, el valor de la velocidad media resulta:

$$v_{media} = \frac{\Delta s_{TOTAL}}{\Delta t} = \frac{225}{60} = 3{,}75\ m \cdot s^{-1}$$

Observa que, al haber cambio de sentido en el movimiento, la rapidez media no coincide con el módulo de la velocidad media. Para calcular la rapidez media, debemos tener en cuenta que en los primeros 25 segundos el objeto se mueve, pero no se desplaza, siendo la distancia que recorre 50 m, como se puede apreciar en el diagrama *s-t* (recorre 25 m en un sentido y 25 m en el contrario). Por tanto, el valor de la rapidez media es:

$$C_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25 + 50 + 100 + 100}{60} = \frac{275}{60} = 4{,}58\ m \cdot s^{-1}$$

El diagrama *s-t* que corresponde al movimiento es el siguiente:



PROBLEMAS

29. Un coche y sus pasajeros tienen una masa total de 1 400 kg. El vehículo se mueve con una velocidad de 15 m · s^{-1} cuando, debido a un accidente, choca con una pared de piedra y detiene su movimiento en 0,5 s. Calcula la cantidad de movimiento del coche antes de la colisión y la fuerza que actúa sobre el vehículo para detenerlo, así como la aceleración de frenado.

Si la masa del conductor es de 70 kg, ¿qué fuerza actúa sobre él mientras el coche se detiene?

La cantidad de movimiento del coche antes de chocar es:

$$p = m \cdot v = 1\,400 \cdot 15 = 21\,000 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La fuerza que actúa sobre el vehículo para detenerlo la obtenemos directamente al aplicar la ecuación de la segunda ley:

$$F = m \cdot a \quad ; \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 15}{0,5} = -30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rightarrow F = m \cdot a = 1\,400 \cdot (-30) = -42\,000 \text{ N}$$

El sentido negativo indica que se trata de una fuerza de frenado.

La fuerza que actúa sobre el conductor, teniendo en cuenta su masa, será:

$$F = m \cdot a \rightarrow F = 70 \cdot (-30) = -2\,100 \text{ N}$$

NOTA: Se puede pedir a los alumnos que reflexionen sobre qué supone esta colisión (que, por otra parte, no es a gran velocidad; 54 km · h^{-1}). La fuerza que recibe el conductor (2 100 N) equivale a la que ejercería una masa de más de 200 kg que lo aplastase durante el tiempo del choque (0,5 s).

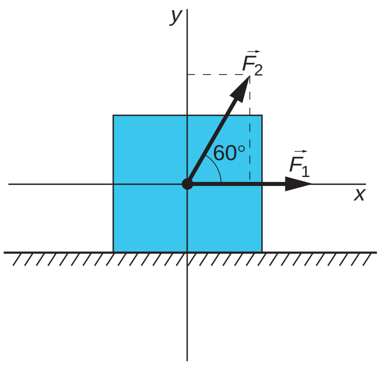
30. Sobre un cuerpo de 20 kg, apoyado en un plano horizontal, actúan dos fuerzas concurrentes y horizontales de 10 N cada una, que forman entre sí un ángulo de 60°. Si no hay rozamiento, calcula la fuerza resultante que actúa sobre él y la aceleración que adquiere.

En la figura podemos ver la representación de la situación descrita en el enunciado.

Escritas en notación vectorial, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son las siguientes:

$$\vec{F}_1 = F_1 \cdot \vec{i} = 10 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x} \cdot \vec{i} + F_{2y} \cdot \vec{j} =$$
$$= 10 \cdot cos 60° \cdot \vec{i} + 10 \cdot sen 60° \cdot \vec{j} =$$
$$= (5 \cdot \vec{i} + 8,66 \cdot \vec{j}) \text{ N}$$



La fuerza total que actúa sobre el cuerpo es la resultante de la suma de estas dos fuerzas. Por tanto:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = 10 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{i} + 8,66 \cdot \vec{j} = (15 \cdot \vec{i} + 8,66 \cdot \vec{j}) \text{ N}$$

Y el módulo de esta fuerza es:

$$F = \sqrt{15^2 + 8{,}66^2} = 17{,}32 \text{ N}$$

Para averiguar la aceleración que adquiere el cuerpo, aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow \vec{a} = \frac{15 \cdot \vec{i} + 8{,}66 \cdot \vec{j}}{20} = (0{,}75 \cdot \vec{i} + 0{,}43 \cdot \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

En módulo, el valor de esta aceleración es:

$$a = \sqrt{0{,}75^2 + 0{,}43^2} = 0{,}86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

31. Un automóvil circula a 90 km/h.

a) ¿Qué aceleración deberá tener para detenerse en 130 m?

b) Halla el tiempo que tarda en detenerse.

c) Si la masa del vehículo es de 1 600 kg, ¿cuál es el valor de la fuerza de frenado?

La velocidad del automóvil, expresada en unidades del S.I., es la siguiente:

$$v_0 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

a) Las ecuaciones del m.r.u.a., aplicadas a este caso, teniendo en cuenta que cuando el vehículo se detiene, $v = 0$, son:

$$0 = v_0 + a \cdot t \rightarrow t = -\frac{v_0}{a} \qquad [1]$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \qquad [2]$$

Si sustituimos la expresión [1] en [2], podemos despejar y calcular el valor de la aceleración:

$$s = v_0 \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 = -\frac{v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a} = -\frac{v_0^2}{2 \cdot a}$$

$$a = -\frac{v_0^2}{2 \cdot s} \rightarrow a = -\frac{25^2}{2 \cdot 130} = -2{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

El valor negativo obtenido en el resultado indica que el movimiento es de frenado.

b) Sustituyendo los datos de que disponemos en [1], obtenemos el tiempo que tarda en detenerse el vehículo:

$$t = -\frac{v_0}{a} \rightarrow t = -\frac{25}{-2{,}40} = 10{,}4 \text{ s}$$

c) El valor de la fuerza de frenado, supuesta constante, lo obtenemos aplicando directamente la segunda ley de la dinámica:

$$F = m \cdot a \rightarrow F = 1600 \cdot (-2{,}40) = -3846{,}15 \text{ N}$$

32. Por un tramo recto y horizontal de una autovía circula un camión cuya tara es de 6 t, siendo su carga de 25 t.

Cuando el velocímetro señala 72 km/h, el camión acelera y, en un minuto, alcanza una velocidad de 90 km/h.

Despreciando la acción de las fuerzas de rozamiento, ¿qué fuerza ha hecho el motor en esa variación de velocidad? Expresa el resultado en unidades S.I.

En primer lugar, expresamos la masa del camión, incluida su carga, y el resto de magnitudes que intervienen en el problema en unidades del S.I.:

$$m = m_{camión} + m_{carga} = (6 + 25) \cdot 10^3 = 31\,000 \text{ kg}$$

$$v_0 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

A partir del instante en que el camión acelera, este realiza un m.r.u.a. en el que la aceleración viene dada por la expresión:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{25 - 20}{60} = 0{,}083 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Aplicando, ahora, la segunda ley de Newton, obtenemos la fuerza que ha realizado el motor para aumentar la velocidad del camión:

$$F = m \cdot a = 31\,000 \cdot 0{,}083 = 2\,583 \text{ N}$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

33 Una pelota de 100 g de masa llega a la raqueta de una tenista con una velocidad de 25 m/s. Permanece en contacto con la raqueta 0,2 s y sale rebotada en la dirección incidente, siendo el doble el valor de la velocidad. Con estos datos, calcula:

a) La variación que experimenta la pelota en su cantidad de movimiento.

b) La fuerza media de interacción que tiene lugar entre la raqueta y la pelota.

Los datos que aporta el enunciado del problema son los siguientes:

$$m_{pelota} = 100 \text{ g} = 0{,}1 \text{ kg}$$

$$v_1 = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \; ; \; \vec{v}_1 = -v_1 \cdot \vec{i}$$

$$\Delta t = 0{,}2 \text{ s}$$

$$v_2 = 2 \cdot v_1 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \; ; \; \vec{v}_2 = v_2 \cdot \vec{i} = 2 \cdot v_1 \cdot \vec{i}$$

a) La variación de la cantidad de movimiento de la pelota es:

$$\Delta\vec{p} = m \cdot \Delta\vec{v} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

$$\Delta\vec{p} = 0{,}1 \cdot [2 \cdot v_1 \cdot \vec{i} - (-v_1 \cdot \vec{i}] = 0{,}1 \cdot 3 \cdot v_1 \cdot \vec{i} =$$

$$= 0{,}1 \cdot 3 \cdot 25 \cdot \vec{i} = 7{,}5 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) A partir de la relación entre el impulso mecánico, $\vec{F} \cdot \Delta t$, y la cantidad de movimiento, $\vec{p}$, obtenemos el valor de la fuerza media de interacción:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p} \rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{7{,}5 \cdot \vec{i}}{0{,}2} = 37{,}5 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

34. Un tronco de un árbol, de 50 kg, se desplaza flotando en un río a 10 m · s^{-1}. Un cisne de 10 kg intenta aterrizar en el tronco mientras vuela a 10 m · s^{-1} en sentido contrario al de la corriente. Sin embargo, resbala a lo largo del tronco, saliendo por el otro extremo con una velocidad de 4 m · s^{-1}. Calcula la velocidad con que se moverá el tronco en el instante en que el cisne lo abandona.

Considera despreciable el rozamiento del tronco con el agua.

Para calcular la velocidad del tronco, deberemos tener en cuenta el principio de conservación de la cantidad de movimiento. En general, siempre que apliques este principio, la estrategia de resolución consiste en plantear dos situaciones, inicial y final, y evaluar la cantidad de movimiento en cada una de esas situaciones, sabiendo que ha de ser igual en ambas si el sistema físico que consideras está aislado.

En el problema que nos proponen consideraremos como situación inicial el momento en que el cisne toma contacto con el tronco, y como situación final, el instante en que lo abandona.

$$\vec{p}_{inicial} = m_{tronco} \cdot \vec{v}_{tronco} + m_{cisne} \cdot \vec{v}_{cisne}$$

$$p_{inicial} = 50 \cdot 10 - 10 \cdot 10 = 400 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{p}_{final} = m_{tronco} \cdot \vec{v}_{tronco} + m_{cisne} \cdot \vec{v}_{cisne}$$

$$p_{final} = 50 \cdot v_{tronco} - 10 \cdot 4 = -40 + 50 \cdot v_{tronco}$$

Aplicando ahora la conservación de la cantidad de movimiento, resulta:

$$p_{inicial} = p_{final} \rightarrow 400 = 50 \cdot v_{tronco} - 40$$

Por tanto:

$$v_{tronco} = \frac{440}{50} = 8{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

35 En la superficie de un vaso con agua (densidad = 1 000 kg · m^{-3}) flota un corcho de forma cúbica del que emerge un 30% de su volumen.

Calcula la masa de plomo que debemos colgar del corcho en su parte inferior si queremos que el corcho se hunda con una aceleración de 2 cm · s^{-2}, sabiendo que su masa es de 20 g.

Dato: Densidad del plomo = 16 000 kg · m^{-3}.

En este problema aparece un tipo de fuerza que viste el curso pasado; se trata del empuje. El empuje es la fuerza que realiza un fluido sobre un cuerpo sumergido en él. Es una fuerza vertical ascendente que se opone al peso del cuerpo sobre el que se aplica. Su valor es:

$$E = V \cdot d_{líq} \cdot g$$

En la expresión anterior, V es el volumen del cuerpo sumergido en el fluido; $d_{líq}$, la densidad del líquido, y g, la aceleración de la gravedad.

Para resolver el problema, necesitamos conocer el volumen del cuerpo. Podemos averiguarlo, sabiendo que antes de añadir el plomo el cuerpo flota. Ello quiere decir que en ese instante el empuje es igual al peso y, por tanto, la resultante sobre el objeto es nula. Como inicialmente se encuentra sumergido el 70% del objeto:

$$E = P \rightarrow 0{,}7 \cdot V \cdot d_{agua} \cdot g = m_{corcho} \cdot g \rightarrow$$

$$\rightarrow V = \frac{m_{corcho}}{0{,}7 \cdot d_{agua}} = \frac{0{,}02}{0{,}7 \cdot 1\,000} = 2{,}857 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$$

Al añadir el plomo, el conjunto se hunde con cierta aceleración. Aplicando la segunda ley de Newton a este caso, se tiene:

$$P - E = (m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot a$$

Ahora el peso no solo es del corcho, ya que lleva el plomo adherido. Por su parte, el empuje también cambia, pues ahora está **todo el volumen** del corcho **sumergido.**

Desarrollando la ecuación anterior, queda:

$$(m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot g - V \cdot d_{agua} \cdot g = (m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot a$$

donde V incluye tanto el volumen de agua desplazado por el corcho como el del plomo, ya que ambos se encuentran totalmente sumergidos: $V = V_{corcho} + V_{plomo}$.

Ee la ecuación anterior, sustituimos el volumen y despejamos la masa de plomo. De ese modo, resulta:

$$(m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot g - \left(V_{corcho} + \frac{m_{plomo}}{d_{plomo}}\right) \cdot d_{agua} \cdot g = (m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow m_{plomo} = \frac{d_{plomo} \cdot [V_{corcho} \cdot d_{agua} \cdot g - m_{corcho} \cdot (g - a)]}{d_{plomo} \cdot (g - a) - d_{agua} \cdot g} =$$

$$= \frac{16\,000 \cdot [2{,}857 \cdot 10^{-5} \cdot 1\,000 \cdot 9{,}81 - 0{,}02 \cdot (9{,}81 - 0{,}02)]}{16\,000 \cdot (9{,}81 - 0{,}02) - 1\,000 \cdot 9{,}81} =$$

$$= 0{,}0092 = 9{,}2 \text{ g de plomo}$$

NOTA: La resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM del alumnado.

36. Un objeto de masa *m* se acelera al aplicarle una fuerza constante de 12 N desde 10 m · s^{-1} hasta 18 m · s^{-1}. Si en el proceso se invierte un tiempo de 2 s, calcula la masa *m* y el impulso que se le comunica.

De la expresión de la segunda ley, podemos obtener la masa fácilmente:

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{18 - 10}{2} = 4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{12}{4} = 3\ \text{kg}$$

El impulso mecánico lo conoceremos sin más, al sustituir:

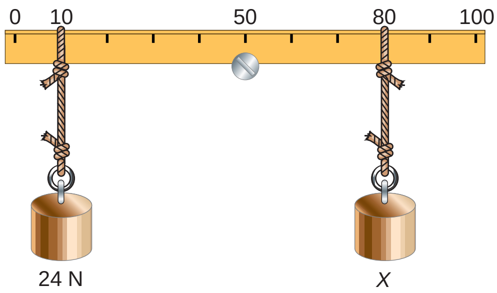
$$I = F \cdot \Delta t = 12 \cdot 2 = 24\ \text{N} \cdot \text{s}$$

37. **Una regla de madera de 100 cm de largo está equilibrada sobre un punto, como se aprecia en la figura. A 10 cm de uno de sus extremos cuelga un peso de 24 N, mientras que a 20 cm del otro extremo cuelga un peso *X*.**

Si la regla está en equilibrio, el peso *X*, expresado en newton, debe ser:

a) 12 **c) 24**

b) 18 **d) 32**



La regla está en equilibrio porque la fuerza y el momento resultantes sobre el sistema son nulos. Si nos centramos en el momento resultante, para que este sea nulo, debe ser igual el momento horario y el momento antihorario; es decir:

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot r_i \cdot sen\ \theta_i = 0$$

$$24 \cdot 0{,}4 \cdot sen\ 90° + X \cdot 0{,}3 \cdot sen\ (-90°) = 0$$

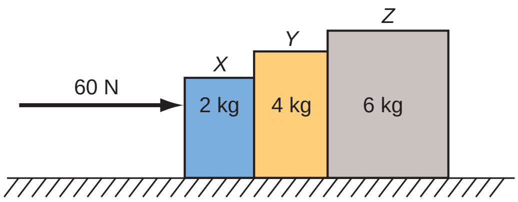
$$X = \frac{24 \cdot 0{,}4}{0{,}3} = 32\ \text{N}$$

38 **Tres bloques *X*, *Y* y *Z*, de masas 2 kg, 4 kg y 6 kg, respectivamente, son acelerados sobre una superficie horizontal por una fuerza de 60 N, como se aprecia en la figura.**

Suponiendo que no existe rozamiento, calcula la fuerza que *Y* ejerce sobre *X* y sobre *Z*:

a) Mientras aplicamos la fuerza.

b) Si nos desplazamos a velocidad constante.



a) La aceleración con la que se mueve el conjunto mientras aplicamos la fuerza es:

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{60}{2 + 4 + 6} = 5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por tanto, la fuerza que ejerce *Y* sobre *X* mientras ejercemos la fuerza es, aislando la masa *X* como sistema:

$$F - F_{YX} = m_X \cdot a \rightarrow F_{YX} = 60 - 2 \cdot 5 = 50\ \text{N}$$

Del mismo modo, aislando ahora la masa *Y* como sistema, resulta:

$$F_{XY} - F_{YZ} = m_Y \cdot a \rightarrow F_{YZ} = 50 - 4 \cdot 5 = 30\ \text{N}$$

b) Si consideramos ahora que el conjunto se mueve a velocidad constante, como no existe rozamiento, la fuerza que ejercerá cada masa sobre las otras será nula, de acuerdo con lo que establece el primer principio de la dinámica.