Nombre:		2º Bachillerato B

Elegir tres problemas y dos cuestiones, el problema P1 es obligatorio. Cada problema se valorará con hasta 2,5 puntos, mientras que las cuestiones valdrán hasta 1,25 puntos cada una.

C1.- ¿Es posible que un cuerpo sobre el que actúa una única fuerza de módulo constante que forma un ángulo $\alpha \neq 0$ con su velocidad siga una trayectoria rectilínea?. Razona la respuesta.

C2.- Una granada que está en reposo, explota y se divide en dos partes. Justifica que las velocidades de las dos partes han de tener la misma dirección. ¿Cómo será el sentido de la velocidad de cada parte?

C3.- Un muelle de constante recuperadora k=50 N/m y de longitud natural l_o=2 m está ligado al techo de un ascensor. Si colgamos del extremo del muelle un cuerpo de masa m = 3 kg.

a) ¿Cuál será la longitud del muelle cuando el ascensor sube con una aceleración de 2 $m \cdot s^{-2}$ en el sentido del movimiento?
b) ¿Y cuando el ascensor suba con velocidad constante?

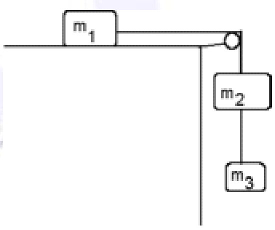
C4.- En un movimiento curvilíneo la aceleración forma, en un instante determinado, un ángulo de 60° con la velocidad, y vale 6 m/s^2. Calcula, para este instante, el módulo de la aceleración tangencial y normal.

P.1.- Un móvil que parte del reposo sigue una trayectoria circular de radio R=3 m con una aceleración angular constante $\alpha = \pi$ rad/seg^2.

a) ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa?. ¿Cuál es la longitud del arco recorrido durante la mitad de este tiempo?
b) ¿Cuál es la velocidad angular en el instante t=0,5 seg? ¿Y la aceleración normal en ese mismo instante?
c) ¿Cuánto vale la aceleración tangencial del móvil en t=0,5 seg? ¿Qué ángulo forman la aceleración tangencial y la normal en ese punto?

P.2.- El vector de posición de una partícula viene dado por: $\mathbf{r} = 200\,t\,\mathbf{i} + (100 - 5\,t^2)\,\mathbf{j}$. Calcula:

a) La ecuación de la trayectoria.
b) La velocidad en función del tiempo y su módulo.
c) La velocidad, expresada en km / h, que tendrá el móvil al cabo de 1s.
d) El vector aceleración. ¿Es constante la aceleración?
e) El módulo de la aceleración tangencial en t=3 segundos.



P3.- Sobre una mesa se halla un bloque m_1=20 kg que está unido por una cuerda a otros dos de m_2=5 kg y m_3=3 kg, como indica la figura adjunta. El coeficiente de rozamiento entre la mesa y m_1 es 0.2. Calcular la aceleración del conjunto y la tensión de cada tramo de cuerda.

P4.- Un bloque de 2.4 kg tiene una velocidad inicial de 3.8 m/seg hacia arriba a lo largo de una superficie inclinada un ángulo de 37° respecto de la horizontal. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y el plano inclinado es de 0.3.

a) ¿Qué distancia llega a recorrerse el bloque sobre el plano?
b) ¿Cuál será su velocidad cuando vuelva a pasar por el punto de partida al bajar?

C1.- ¿Es posible que un cuerpo sobre el que actúa una única fuerza de módulo constante que forma un ángulo $\alpha \neq 0$ con su velocidad siga una trayectoria rectilínea?. Razona la respuesta.

Si sobre un cuerpo actúa una única fuerza que forma un ángulo $\alpha \neq 0$ con la velocidad, no seguirá una trayectoria rectilínea, ya que la fuerza provocará una aceleración en la misma dirección sobre el cuerpo. Esta aceleración tendrá una componente en la misma dirección que la velocidad (aceleración tangencial) que variará su módulo, y una componente perpendicular a la dirección de la velocidad (aceleración normal) que variará la dirección de ésta provocando un movimiento curvilíneo, no rectilíneo.

C2.- Una granada que está en reposo, explota y se divide en dos partes. Justifica que las velocidades de las dos partes han de tener la misma dirección. ¿Cómo será el sentido de la velocidad de cada parte?

Si consideramos los estados inicial, en el que la granada está en reposo, y el estado final, en el que la granada se ha dividido en dos partes, el memento lineal antes y después permanecerá constante, por tanto antes $P=0$ y después $P=P_1+P_2$, de donde $O= P_1+P_2$, por lo tanto $P_1=-P_2$, o lo que es lo mismo $m \cdot v_1=-m' \cdot v_2$. Por tanto las velocidades de ambas partes tienen la misma dirección, pero sentido opuesto.

C3.- Un muelle de constante recuperadora $k=50$ N/m y de longitud natural $l_o=2$ m está ligado al techo de un ascensor. Si colgamos del extremo del muelle un cuerpo de masa m = 3 kg.

a) ¿Cuál será la longitud del muelle cuando el ascensor sube con una aceleración de 2 $m \cdot s^{-2}$ en el sentido del movimiento?

b) ¿Y cuando el ascensor suba con velocidad constante?

a) Aplicamos la segunda ley de Newton cuando el ascensor sube, el cuerpo que colgamos del muelle tiene una aceleración hacia arriba de 2 $m \cdot s^{-2}$, así que:

$\sum F = m \cdot a$ y por tanto: $k \cdot \Delta l - mg = ma$ t despejando l, obtenemos:

$$l = l_o + \frac{m(a+g)}{k}$$

En este caso como $a=2$ $m \cdot s^{-2}$ ➔ $l=2{,}71$ m

b) En este segundo caso como $a=0$ porque el ascensor sube con velocidad constante:

$$l = l_o + \frac{m(a+g)}{k} = 2{,}59 m$$

C4.- En un movimiento curvilíneo la aceleración forma, en un instante determinado, un ángulo de 60° con la velocidad, y vale 6 m/s^2. Calcula, para este instante, el módulo de la aceleración tangencial y normal.

La aceleración tangencial tiene la misma dirección que el vector velocidad en cada punto, y la aceleración normal es perpendicular a la aceleración tangencial en cada punto, por tanto:

$$a_t = a \cdot \cos\phi = 6 \cdot \cos 60° = 3\ m \cdot s^{-1}$$
$$a_n = a \cdot sen\phi = 6 \cdot sen 60° = 5{,}19\ m \cdot s^{-1}$$

P.1.- Un móvil que parte del reposo sigue una trayectoria circular de radio R=3 m con una aceleración angular constante $\alpha=\pi$ rad/seg^2.

a) ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa?. ¿Cuál es la longitud del arco recorrido durante la mitad de este tiempo?

b) ¿Cuál es la velocidad angular en el instante t=0,5 seg? ¿Y la aceleración normal en ese mismo instante?

c) ¿Cuánto vale la aceleración tangencial del móvil en t=0,5 seg? ¿Qué ángulo forman la aceleración tangencial y la normal en ese punto?

a) Se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente variado. Para calcular el tiempo que tarda en dar una vuelta, aplicaremos a la ecuación del movimiento los datos del problema:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\alpha \cdot t^2$$

De donde despejando el tiempo, obtenemos:

$$t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}} = \sqrt{\frac{4\pi}{\pi}} = 2\ seg$$

Para calcular la longitud del arco recorrido en la mitad del tiempo, calcularemos el ángulo en ese tiempo y a continuación el arco multiplicando el ángulo por el radio:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \rightarrow \varphi = \tfrac{1}{2}\pi \cdot t^2 = \frac{\pi}{2} rad$$

Luego el arco será:

$$e = \varphi \cdot R = \frac{\pi}{2} \cdot 3 = \frac{3\pi}{2} = 4{,}71\ m$$

b) Para calcular la velocidad angular del móvil en el instante t=0,5 s, aplicaremos la ecuación del movimiento para la velocidad angular:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

De donde

$$\omega = 0 + \pi \cdot 0{,}5 = \frac{\pi}{2} rad/s = 1{,}57\ rad/s$$

La aceleración normal en ese instante vendrá dada por:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = \omega^2 \cdot R = 1{,}57^2 \cdot 3 = 7{,}4\ m \cdot s^{-2}$$

c) Para calcular la aceleración tangencial en ese instante, debemos recordar la relación entre la aceleración angular y la tangencial:

$$a_t = \alpha \cdot R = \pi \cdot 3 = 9{,}42\ m \cdot s^{-2}$$

Para saber el ángulo entre la aceleración tangencial y la normal, aplicaremos la relación:

$$\gamma = Arctg \frac{a_n}{a_t} = Arctg \frac{7{,}4}{9{,}42} = 38{,}1°$$

P.2.- El vector de posición de una partícula viene dado por: r = 200 t i + (100 - 5 t^2) j . Calcula:

- ***a) La ecuación de la trayectoria.***
- ***b) La velocidad en función del tiempo y su módulo.***
- ***c) La velocidad, expresada en km / h, que tendrá el móvil al cabo de 1s.***
- ***d) El vector aceleración. ¿Es constante la aceleración?***
- ***e) El módulo de la aceleración tangencial en t=3 segundos.***

a) Para calcular la ecuación de la trayectoria, escribimos las ecuaciones cartesianas del movimiento, despejamos t de una y lo sustituimos en la otra:

$$\left.\begin{array}{l} x = 200 \cdot t \\ y = 100 - 5t^2 \end{array}\right\} t = \frac{x}{200} \text{ y de aquí: } y = 100 - 5 \cdot \left(\frac{x}{200}\right)^2 = 100 - \frac{x^2}{8000}$$

Si trabajamos con la notación científica:

$$y = \frac{8 \cdot 10^5 - x^2}{8 \cdot 10^3}$$

b) Para calcular la velocidad, derivamos en función de t.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 200\hat{i} - 10t\hat{j} \text{ m/s}$$

Y su módulo será:

$$v = \sqrt{200^2 + (10t)^2} = 10\sqrt{400 + t^2} \text{ m/s}$$

c) Al cabo de un segundo:

$$\vec{v} = 200\hat{i} - 10\hat{j} \text{ m/s}$$

Y su módulo

$$v = \sqrt{200^2 + (10)^2} = 10\sqrt{400 + 1^2} = 200{,}25 \text{ m/s}$$

Y en km por hora:

$$v = 720{,}89 \text{ km/h}$$

d) Para calcular el vector aceleración derivamos el vector velocidad con respecto al tiempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -10\hat{j} \text{ m/s}^2 \quad \text{en módulo:} \quad \text{a}=10 \text{ m/s}^2$$

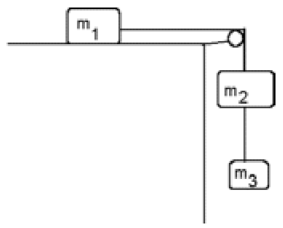
y como vemos que no depende del tiempo, podemos afirmar que es constante durante todo el movimiento.

e) Para calcular el módulo de la aceleración tangencial, derivamos el módulo del vector velocidad con respecto al tiempo:

$$a_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = \frac{d}{dt}10\sqrt{400 + t^2} = 10\left(\frac{2t}{2\sqrt{400 + t^2}}\right) = \frac{10 \cdot t}{\sqrt{400 + t^2}}$$

Y en t=3 segundos:

$$a_t = \frac{10 \cdot 3}{\sqrt{400 + 3^2}} = \frac{30}{\sqrt{409}} = 1{,}48 \ m \cdot s^{-2}$$



P3.- Sobre una mesa se halla un bloque m_1=20 kg que está unido por una cuerda a otros dos de m_2=5 kg y m_3=3 kg, como indica la figura adjunta. El coeficiente de rozamiento entre la mesa y m_1 es 0.2. Calcular la aceleración del conjunto y la tensión de cada tramo de cuerda.

- Lo primero es decir que el conjunto se moverá hacia la derecha, es decir, las masas 2 y 3 tirarán de la masa 1.

Si aplicamos la segunda ley de Newton a todo el conjunto, tenemos:

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow -F_r + T - T + T' - T' + P_2 + P_3 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

Como $F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m_1 \cdot g$

Nos queda:

$$-\mu \cdot m_1 \cdot g + m_2 \cdot g + m_3 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

De donde despejando a:

$$a = \frac{(-\mu \cdot m_1 + m_2 + m_3) \cdot g}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{g}{7} = 1{,}40 \ m \cdot s^{-2}$$

- Si ahora nos fijamos solo en la masa 1, tenemos:

$$\sum F = m_1 \cdot a \Rightarrow -F_r + T = m_1 \cdot a$$

Si despejamos la Tensión T:

$$T = m_1 \cdot a + F_r = m_1 \cdot a + \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 (a + \mu \cdot g) = m_1 \left(\frac{g}{7} + \frac{2g}{10}\right) = 67{,}27 \ N$$

- Para calcular T', ahora nos fijamos en m_3:

$$\sum F = m_3 \cdot a \Rightarrow P_3 - T' = m_3 \cdot a$$

Despejando T':

$$T' = m_3 \cdot g - m_3 \cdot a = m_3 (g - a) = m_3 \cdot \left(\frac{6g}{7}\right) = 25{,}23 \ N$$

P4.- Un bloque de 2.4 kg tiene una velocidad inicial de 3.8 m/seg hacia arriba a lo largo de una superficie inclinada un ángulo de 37º respecto de la horizontal. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y el plano inclinado es de 0.3.

a) ¿Qué distancia llega a recorrerse el bloque sobre el plano?

b) ¿Cuál será su velocidad cuando vuelva a pasar por el punto de partida al bajar?

a) Lo primero es calcular la aceleración del bloque, y para ello aplicaremos la segunda ecuación de la dinámica de Newton:

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow -F_r - P_x = m \cdot a \Rightarrow -m \cdot g \cdot sen\theta - \mu m \cdot g \cdot \cos\theta = m \cdot a$$

De donde despejando a:

$$a = g(-sen\theta - \mu \cdot \cos\theta) = -8,25 m \cdot s^{-2}$$

Ahora, para calcular la distancia, utilizo la ecuación independiente del tiempo:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

De donde despejando el tiempo, obtenemos

$$s = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2a} = \frac{-3,8^2}{-2 \cdot 8,25} = 0,875\ m$$

b) El esquema de fuerzas en este movimiento es parecido al anterior, pero ahora el peso es quien produce el movimiento y la fuerza de rozamiento se opone a él, por tanto:

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow -F_r + P_x = m \cdot a \Rightarrow -m \cdot g \cdot sen\theta + \mu m \cdot g \cdot \cos\theta = m \cdot a$$

De donde despejando a:

$$a = g(sen\theta - \mu \cdot \cos\theta) = 3,55\ m \cdot s^{-2}$$

Y volviendo a aplicar la ecuación independiente del tiempo, calculamos la velocidad en el punto más bajo del plano inclinado.

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot s$$

Despejando v_f

$$v_f^2 = 2 \cdot a \cdot s + v_o^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = 2,5\ \tfrac{m}{s}$$