UNIDAD 4:Campo eléctrico

CUESTIONES INICIALES-PÁG. 101

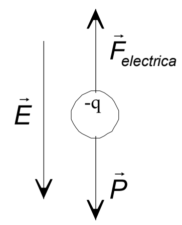
¿Por qué razón unos trocitos de papel se adhieren a un bolígrafo previamente frotado en la manga de un jersey?
La varilla electrizada crea un campo eléctrico que al actuar sobre las moléculas polares del papel, separa sus cargas y las alinea. Como la alineación se opone al campo externo, en la zona del papel próxima a la varilla aparece una carga inducida de signo contrario al de ésta. A continuación la atracción de cargas de distinto signo es la responsable de que los trozos de papel ligeros se acerquen a la varilla.

2. La carga eléctrica es una propiedad de la materia. Sin embargo, cuando interaccionan dos objetos extensos no se tiene en cuenta la interacción eléctrica, ¿por qué?
La materia considerada macroscópicamente es eléctricamente neutra. Por ello, la interacción eléctrica entre dos objetos es igual a cero.

3. ¿Cuál es la primera diferencia que se encuentra entre la interacción entre cargas eléctricas y la interacción entre masas?
La interacción entre masas es siempre atractiva. Sin embargo la interacción entre cargas eléctricas puede ser atractiva o repulsiva, dependiendo del signo de las mismas.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 126

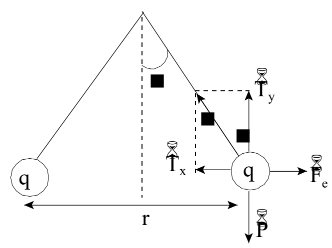
1. Una partícula que tiene una masa de 1,5 g y una carga eléctrica de – 24 µC está en equilibrio en el seno de un campo eléctrico vertical. Calcula el módulo y el sentido del campo eléctrico.
Sobre la partícula actúan su peso y la fuerza eléctrica. Como se encuentra en reposo, entonces la fuerza eléctrica tiene sentido contrario al peso. La fuerza eléctrica que actúa sobre las cargas negativas tiene sentido contrario al campo, por tanto el campo eléctrico tiene el mismo sentido que el peso.



$\Sigma\vec{F}_y = 0; \vec{F}_{eléctrica} + \vec{P} = 0$; $F_{eléctrica} = P$; $|q| \cdot E = m \cdot g$

Sustituyendo: $24 \cdot 10^{-6}$ C · E = 1,5 ·10^{-3} kg · 9,8 m/s^2 ⇒ E = 612,5 N/C

2. En los extremos de dos hilos de masa despreciable y longitud L = 1 m están sujetas dos pequeñas esferas de masa m = 10 g y carga q. Los hilos forman un ángulo de 30º con la vertical. Dibuja el diagrama de las fuerzas que actúan sobre las esferas y determine el valor de la carga q. Si se duplica el valor de las cargas, pasando a valer 2q, ¿qué valor deben tener las masas para que no se modifique el ángulo de equilibrio de 30º?
Sobre cada una de las bolas actúan su peso, la tensión del hilo y la fuerza eléctrica. Aplicando la condición de equilibrio de traslación se tiene que:



$$\Sigma\vec{F} = 0; \begin{cases} T_x = F_{eléctrica} \\ T_y = P \end{cases}; \begin{cases} T \cdot sen\varphi = \dfrac{K \cdot |q| \cdot |q|}{r^2} \\ T \cdot cos\varphi = m \cdot g \end{cases}$$

Dividiendo: $tag\,\varphi = \dfrac{K \cdot q^2}{m \cdot g \cdot r^2} \Rightarrow q = r \cdot \sqrt{\dfrac{m \cdot g \cdot tag\,\varphi}{K}}$

Si la longitud del hilo es L y como cada bola se separa de la vertical un ángulo ϕ, la distancia entre ellas es: r = 2 · L · sen ϕ. Sustituyendo:

q = 2 · 1 m · sen 30º · $\sqrt{\dfrac{10 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot tag\,30^o}{9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2}}$ = 2,5 · 10^{-6} C

Las dos cargas tienen el mismo signo, positivo o negativo.

Utilizando la ecuación de la tangente del ángulo en la situación inicial y en la modificada que se denota como prima y como la distancia entre las cargas es la misma en los dos casos, resulta que:

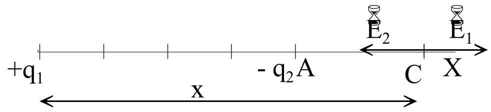
$$\left.\begin{array}{l} \text{tag}\,\varphi = \dfrac{K\cdot q^2}{m\cdot g\cdot r^2} \\ \text{tag}\,\varphi = \dfrac{K\cdot q'^2}{m'\cdot g\cdot r^2} \end{array}\right\} 1 = \frac{q^2\cdot m'}{m\cdot q'^2} \Rightarrow m'\cdot q^2 = m\cdot q'^2$$

Por tanto: $m' \cdot q^2 = m \cdot (2 \cdot q)^2$ $m' = 4 \cdot m$

Las masas de las partículas se deben multiplicar por cuatro.

3. En el origen de coordenadas hay una carga eléctrica q_1 = + 27 nC y en el punto A (4, 0) otra carga eléctrica q_2 = - 3 nC. a) ¿Hay algún punto del espacio en el que se anule el campo eléctrico? Determínalo.

De la situación de las cargas se deduce que el campo eléctrico se anulará en algún punto de la recta que las une, es decir, en el eje X.



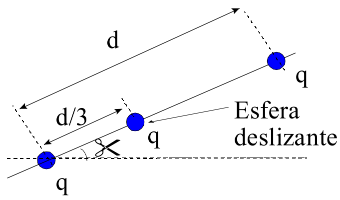
Sea x la coordenada la coordenada de un punto C en el que se anula el campo. Los módulos de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas deben ser iguales.

$$E_1 = E_2; \frac{K\cdot q_1}{r_1^2} = \frac{K\cdot q_2}{r_2^2}; \frac{27\,\text{nC}}{x^2} = \frac{3\,\text{nC}}{(x - 4)^2};$$

$9\,(x - 4)^2 = x^2$; 3 Α x - 12 = x Ψ x = 6 m

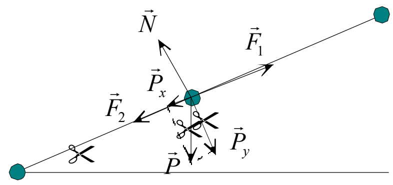
El punto C en el que se anula el campo eléctrico tiene de coordenadas C (6, 0)

4. Tres pequeñas esferas metálicas provistas de un orificio central se engarzan en un hilo de fibra aislante. Las dos esferas de los extremos se fijan a la fibra separadas una distancia d = 50 cm, mientras que la intermedia puede desplazarse libremente entre ambas a lo largo del hilo. La masa de dichas esferas es m = 30 g y se cargan con la misma carga q = 1 μC. Calcula la posición de equilibrio de la esfera intermedia en el caso de que la fibra se coloque horizontalmente. Si se coloca colocamos ahora el hilo de manera que forme un cierto ángulo α > 0 con la horizontal se observa que la esfera intermedia se coloca a una distancia d/3 de la inferior tal como indica la figura. Calcule el valor del ángulo α.



Si la fibra está horizontal la esfera intermedia está en equilibrio cuando se coloque a la misma distancia de las otras dos, es decir, cuando está situada en el punto medio del segmento que une a las dos esferas de los extremos.

Como las bolitas tienen cargas del mismo signo, se repelen unas de las otras. Sobre la bolita intermedia actúa: su peso, la fuerza normal con que actúa la fibra, la fuerza con que le repele la carga inferior y la fuerza con que lo hace la bola superior. En estas condiciones la bolita está en equilibrio.



Se elige un sistema de referencia con el eje X paralelo a la dirección del hilo y el eje Y la perpendicular a dicho hilo. Descomponiendo el peso en componentes y aplicando las condiciones de equilibrio, resulta que:

$\Sigma\vec{F}_x = 0; \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P}_x = 0$; $F_1 = F_2 + P_x$;

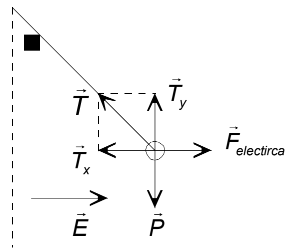
Aplicando la ley de Coulomb: $\dfrac{K\cdot|q|^2}{(d/3)^2} - \dfrac{K\cdot|q|^2}{(2d/3)^2} = m\cdot g\cdot \text{sen}\alpha$

Operando: $\frac{9\cdot K\cdot|q|^2}{d^2}\left(1-\frac{1}{4}\right)=m\cdot g\cdot \text{sen}\alpha \Rightarrow \text{sen}\alpha=\frac{27\cdot K\cdot|q|^2}{4\cdot d^2\cdot m\cdot g}$

Sustituyendo: $\alpha=\text{arc sen}\,\frac{27\cdot 9\cdot 10^9\,N\cdot m^2/C^2\cdot(1\cdot 10^{-6}\,C)^2}{4\cdot(0{,}5\,m)^2\cdot 30\cdot 10^{-3}\,kg\cdot 9{,}8\,m/s^2}=55{,}74º$

5. Una partícula, que tiene una masa de 0,5 g y una carga de 3,6 μC cuelga de un hilo en el seno de un campo eléctrico horizontal de módulo 800 N/C. Calcula el ángulo que forma el hilo con la vertical.

Sobre la bolita actúan su peso, la fuerza eléctrica y la tensión del hilo. Eligiendo un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical y aplicando la condición de equilibrio:



$\Sigma\vec{F}_x=0;\vec{T}_x+\vec{F}_{eléctrica}=0; T_x=F_{eléctrica}\Rightarrow T\,A\,\text{sen}\,\nu=|q|\,A\,E$

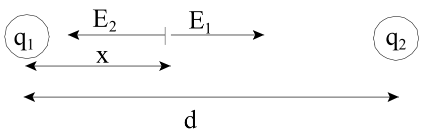
$\Sigma\vec{F}_y=0;\vec{T}_y+\vec{P}=0;0\,T_y=P\Rightarrow T\,A\cos\nu=m\,A\,g$

Dividiendo: $tg\varphi=\frac{|q|\cdot E}{m\cdot g}=\frac{3{,}6\cdot 10^{-6}\,C\cdot 800\,N/C}{0{,}5\cdot 10^{-3}\,kg\cdot 9{,}8\,m/s^2}\Rightarrow \phi=30{,}4º$

6. Dos cargas de + 1 μC y + 4 μC están fijas en sendos puntos que distan 6 cm. ¿Dónde podría dejarse libremente una carga de + 3 μC para que permaneciera en reposo? Calcula la energía potencial de esa carga. Si se desplaza la carga de + 3 μC perpendicularmente a la línea que une a las otras dos,) volverá a la posición de equilibrio? Dibuja las fuerzas que actúan.

a) La carga de + 3 μC permanece en reposo en aquellos puntos en los que el campo sea nulo. Como las dos cargas fijas tienen el mismo signo, el campo eléctrico es nulo en algún punto situado en el segmento que une las cargas.

Supongamos que este punto P está situado a una distancia x de la carga q_1 = + 1 μC. En este punto los módulos de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas fijas son iguales.



$E_1=E_2;\ K\frac{q_1}{r_1^2}=K\frac{q_2}{r_2^2}\ ;\ \frac{1\,\mu C}{x^2}=\frac{4\,\mu C}{(6-x)^2}$

Operando: 6 - x = 2 x Ψ x = 2 m

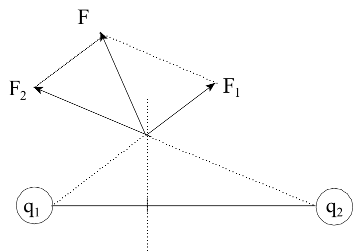
La carga permanece en reposo en el segmento que las une y a 2 m de la de 1 μC.

b) La energía potencial asociada a esa carga es, la suma de las energías potenciales asociadas a la presencia de cada una de las otras dos cargas.

$Ep=Ep_1+Ep_2==K\frac{q_1\,q_3}{r_1}+K\frac{q_2\,q_3}{r_2}=$

$=9\cdot 10^9\frac{N\,m^2}{C^2}\cdot 3\cdot 10^{-6}\,C\left[\frac{1\cdot 10^{-6}\,C}{2\,m}+\frac{4\cdot 10^{-6}\,C}{4\,m}\right]=40{,}5\cdot 10^{-3}\,J$

c) Al desplazar la carga perpendicularmente a la posición de equilibrio, actúa una fuerza sobre la carga que tiende a alejarla de la posición de las otras dos.



Para conocer su módulo, dirección y sentido, habría que calcular las componentes de cada una de las fuerzas y sumarlas vectorialmente.

El dibujo es simplemente esquemático.

7. Si el flujo de un campo eléctrico a través de una superficie cerrada es cero,) pueden existir cargas eléctricas en el interior de dicha superficie? Razone la respuesta.

Según la ley de Gauss el flujo de un campo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica total encerrada en dicha superficie: $\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{interior}}{\varepsilon}$

Por tanto, dentro de la superficie pueden existir cargas eléctricas, pero de suma de las positivas y de las negativas tiene que ser igual a cero.

8. Aplicando el teorema de Gauss obtén razonadamente el flujo del campo eléctrico sobre la superficie de un cubo de lado a en los siguientes casos: a) Una carga *q* se coloca en el centro del cubo. b) La misma carga *q* se coloca en un punto diferente del centro pero dentro del cubo. c) La misma carga *q* se coloca en un punto fuera del cubo.

La ley de Gauss dice que el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada en dicha superficie.

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{interior}}{\varepsilon}$$

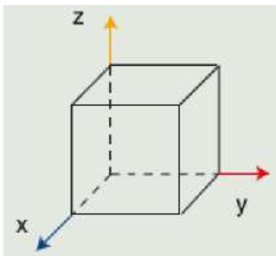
Un cubo es una superficie cerrada y el flujo del campo eléctrico a través de sus caras no depende del lugar en el que se sitúen las cargas en su interior. Por tanto, en los casos a y b el flujo del campo eléctrico que atraviesa la superficie del cubo es el mismo.

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon}$$

En el caso c el flujo del campo eléctrico que atraviesa la superficie del cubo es igual a cero, ya que la carga está situada en el exterior. Todas las mismas líneas de campo eléctrico que penetran en la superficie del cubo salen de ella.

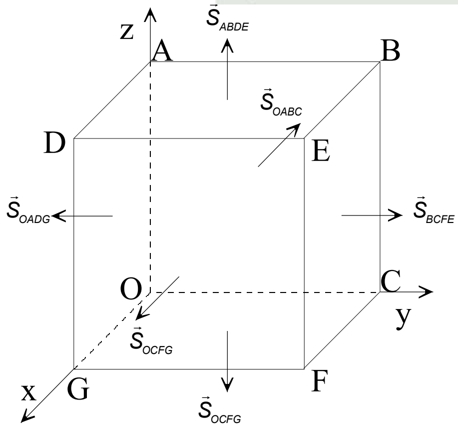
$$\Phi_E = 0$$

9. Un cubo de lado 0,3 m está colocado con un vértice en el origen de coordenadas, como se muestra la figura. Se encuentra en el seno de un campo eléctrico no uniforme, que viene dado por $\vec{E} = (-5x\,\vec{i} + 3z\,\vec{k})\,N/C$. Halla el flujo eléctrico a través de las seis caras del cubo. Determina la carga eléctrica total en el interior del cubo. Nota: ε_0 = 8,85 · 10^{-12} $C^2/N{\cdot}m^2$



a) Se define flujo de un campo eléctrico a través de una superficie como:

$$\phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_S E\cdot dS\cdot \cos\varphi$$



Las caras del cubo tienen de módulo S = 0,09 m^2 y sus expresiones vectoriales son:

$$\vec{S}_{ABDE} = S\cdot\vec{k};\ \ \vec{S}_{OCFG} = S\cdot(-\vec{k})$$

$$\vec{S}_{EBCF} = S\cdot\vec{j};\ \ \vec{S}_{OGDA} = S\cdot(-\vec{j})$$

$$\vec{S}_{DEFG} = S\cdot\vec{i};\ \ \vec{S}_{OABC} = S\cdot(-\vec{i})$$

A través de las caras OABC y DEFG solamente atraviesa el flujo del campo eléctrico debido a su componente x $(\vec{k}\cdot\vec{i} = 0)$.

$$\phi_{OABC} = (-5\cdot 0\cdot\vec{i})\frac{N}{C}\cdot 0{,}09\cdot(-\vec{i})m^2 = 0\frac{N\cdot m^2}{C};$$

$$\phi_{DEFG} = (-5\cdot 0{,}3\cdot\vec{i})\frac{N}{C}\cdot 0{,}09\cdot\vec{i}\,m^2 = -0{,}135\frac{N\cdot m^2}{C}$$

El flujo del campo eléctrico a través de las caras OADG y BCFE es igual a cero, y que el campo no tienen componente a lo largo del eje Y $(\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{k}\cdot\vec{j}=0)$

A través de las caras ABED y OCFG solamente atraviesa el flujo del campo eléctrico debido a su componente z $(\vec{i}\cdot\vec{k}=0)$.

$$\phi_{OCFG}=3\cdot 0\cdot\vec{k}\frac{N}{C}\cdot 0{,}09\cdot(-\vec{k})m^2=0\frac{N\cdot m^2}{C};\quad \phi_{BEDA}=3\cdot 0{,}3\cdot\vec{k}\frac{N}{C}\cdot 0{,}09\cdot\vec{k}\,m^2=0{,}081\frac{N\cdot m^2}{C}$$

El flujo total es igual a la suma de los flojos que pasan por todas las caras:

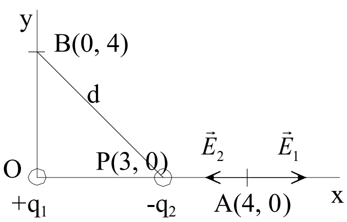
$$\phi=-0{,}135\frac{N\cdot m^2}{C}+0{,}081\frac{N\cdot m^2}{C}=-0{,}054\frac{N\cdot m^2}{C}$$

b) La ley de Gauss indica que el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica total encerrada en dicha superficie.

$$\Phi_E=\frac{Q_{int\,erior}}{\varepsilon}\Rightarrow Q_{int\,erior}=\Phi_E\cdot\varepsilon=-0{,}054\frac{N\cdot m^2}{C}\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}=-4{,}8\cdot 10^{-13}C$$

10. Una carga positiva, q_1 = 8A10^{-9} C, está fija en el origen de coordenadas, mientras que otra carga, q_2 = –10^{-9} C, se halla, también fija, en el punto (3, 0), estando todas las coordenadas expresadas en m. Determina el campo eléctrico, debido a ambas cargas, en el punto A (4, 0) y el trabajo que las fuerzas del campo realizan para desplazar una carga puntual q = - 2A10^{-9} C, desde A hasta el punto B (0, 4). Comente el resultado que obtenga.

a) Una carga puntual genera un campo eléctrico en un punto del espacio de módulo $E=K\frac{|q|}{r^2}$, de dirección la recta que une la carga con el punto y de sentido alejándose de la carga si es positiva y hacia ella si es negativa.



La expresión vectorial de los campos que crean cada una de las cargas eléctricas en el punto A son:

$$\vec{E}_1=9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\frac{8\cdot 10^{-9}C}{(4m)^2}\vec{i}=4{,}5\,\vec{i}\frac{N}{C};\ \vec{E}_2=9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\frac{10^{-9}C}{(1m)^2}(-\vec{i})=-9\,\vec{i}\frac{N}{C}$$

Aplicando el principio de superposición, el campo total es la suma vectorial de los dos campos.

$$\vec{E}_{total}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=4{,}5\cdot\vec{i}\,N/C-9\cdot\vec{i}\,N/C=-4{,}5\cdot\vec{i}\,N/C$$

b) La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, el trabajo que realizan las fuerzas del campo para trasladar una carga es igual a la variación de la energía potencial eléctrica asociadas a las dos distribuciones de las cargas cambiada de signo. Para determinar ese trabajo se calcula el potencial eléctrico en los puntos A y B en ausencia de la carga que se traslada y posteriormente la variación de la energía potencial.

$W_{A\to B}$ = - ΔE_p = - q · ΔV = - q · (V_B – V_A)

El potencial eléctrico en un punto es iguala a la suma de los potenciales eléctricos que crean cada una de las cargas.

$$V_A=V_{1A}+V_{2A}=\frac{K\cdot q_1}{r_{1A}}+\frac{K\cdot q_2}{r_{2A}}=9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\left(\frac{8\cdot 10^{-9}C}{4\,m}+\frac{-10^{-9}\,C}{1m}\right)=9\,V$$

$$V_B=V_{1B}+V_{2B}=\frac{K\cdot q_1}{r_{1B}}+\frac{K\cdot q_2}{r_{2B}}=9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\left(\frac{8\cdot 10^{-9}C}{4\,m}+\frac{-10^{-9}\,C}{\sqrt{(3\,m)^2+(4\,m)^2}}\right)=7{,}2\,V$$

El trabajo que se intercambia en el proceso es:

$W_{A\to B}$ = - q · (V_B – V_A) = - (- 2 · 10^{-9} C) · (7,2 V – 9 V) = -3,6 · 10^{-9} J

El proceso no es espontáneo, un agente externo realiza un trabajo para trasladar a la carga de signo negativo desde el punto A hasta el B que se almacena en forma de energía potencial eléctrica.

11. Una partícula que tiene una carga eléctrica de 1 µC está situada en el origen de coordenadas. Calcula el trabajo realizado al llevar otra partícula de carga eléctrica 10^{-8} C desde el infinito hasta un punto situado a 30 cm de la primera carga.

La energía potencial eléctrica asociada a las cargas separadas es igual a cero: $E_{p,\infty} = 0$

Y cuando está a 30 cm de distancia es:

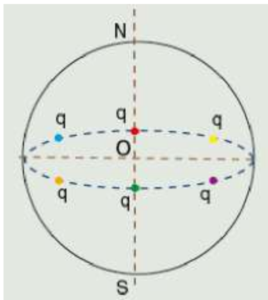
$$E_{p\,final} = \frac{K q_1 \cdot q_2}{r} = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2\ \frac{1\cdot 10^{-6}\ C\cdot 10^{-8}\ C}{0{,}3\,m} = 3\cdot 10^{-4}\ J$$

Aplicando la ley de la energía potencial:

$W_{Feléctrica} = -\Delta E_p = -(E_{p\,final} - E_{p\,inicial}) = -(3\cdot 10^{4}\ J - 0\ J) = -3\cdot 10^{-4}\ J$

El proceso no es espontáneo como corresponde a acercar cargas eléctricas del mismo signo.

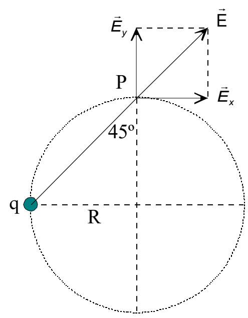
12. Sobre la circunferencia máxima de una esfera de radio R = 10 m están colocadas equidistantes entre sí seis cargas positivas iguales y de valor q = 2 µC. Calcula el campo y el potencial debidos al sistema de cargas en uno cualquiera de los polos (puntos N y S) y en el centro O de la esfera.



La distancia de cada carga a los polos es: $r = \sqrt{(10m)^2 + (10m)^2} = 10\cdot\sqrt{2}\,m$

a) Todas las cargas generan en los polos un campo del mismo módulo.

$$E = \frac{K\cdot|q|}{r^2} = 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}\ \frac{2\cdot 10^{-6}\ C}{\left(10\cdot\sqrt{2}\,m\right)^2} = 90\ \frac{N}{C}$$



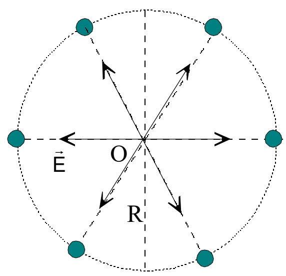
Se elige un sistema de referencia con el origen en el polo N, el eje Y la dirección de los polos y el eje X una perpendicular. Las componentes en el eje X se anulan por simetría y las componentes en Y se refuerzan.

El campo total tiene la dirección del eje que une los polos y su sentido es hacia el exterior de la esfera.

$$E_{polo} = 6\cdot E\cdot\cos 45º = 6\cdot 90\frac{N}{C}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 270\cdot\sqrt{2}\,\frac{N}{C}$$

El potencial eléctrico en el polo es igual a la suma de los potenciales eléctricos generados por cada carga.

$$V_{polo} = 6\cdot V = 6\cdot\frac{K\cdot q}{r} = 6\cdot 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}\ \frac{2\cdot 10^{-6}\ C}{10\cdot\sqrt{2}\,m} = 54\cdot 10^2\cdot\sqrt{2}\,V$$



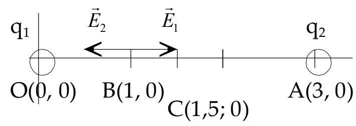
b) El campo eléctrico en el centro de la esfera es igual a cero, ya que por simetría se anulan los de cada dos cargas eléctricas opuestas.

$\vec{E}_{centro} = 0$

El potencial eléctrico en el centro es igual a la suma de los potenciales generados por cada una de las cargas eléctricas.

$$V_{centro} = 6\cdot V = 6\cdot\frac{K\cdot q}{r} = 6\cdot 9\cdot 10^9\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}\ \frac{2\cdot 10^{-6}\ C}{10\ m} = 10800\ V$$

13. Dos cargas positivas q_1 y q_2 se encuentran situadas en los puntos de coordenadas (0,0) y (3,0) respectivamente. Sabiendo que el campo eléctrico es nulo en el punto (1,0) y que el potencial electrostático en el punto intermedio entre ambas vale 9.10^4 V, determina el valor de dichas cargas. Las coordenadas están expresadas en metros.



a) Los módulos de los campos eléctricos son iguales en el punto en el que se anula el campo.

$$E_1 = E_2;\ \frac{K\cdot|q_1|}{r_1^2} = \frac{K\cdot|q_2|}{r_2^2};\ \frac{q_1}{(1m)^2} = \frac{q_2}{(2m)^2}$$

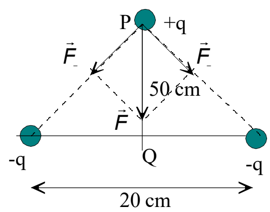
El potencial eléctrico en un punto es igual a la suma de los potenciales eléctricos generados por cada una de las cargas.

$$V_C = V_{1C} + V_{2C} = \frac{K\cdot q_1}{r_1} + \frac{K\cdot q_2}{r_2};\ 9\cdot 10^4\ V = \frac{9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2\cdot q_1}{1{,}5\,m} + \frac{9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2\cdot q_2}{1{,}5\,m}$$

Operando en las dos ecuaciones se tiene el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 4\cdot q_1 = q_2 \\ q_1 + q_2 = 1{,}5\cdot 10^{-5} \end{array}\right\} \Rightarrow q_1 = 0{,}3\cdot 10^{-5}\ C \text{ y } q_2 = 1{,}2\cdot 10^{-5}\ C$$

14. Dos cargas puntuales de -10^{-3} µC se encuentran sobre el eje de abscisas a una distancia de 20 cm. A una distancia de 50 cm de la vertical del punto medio que une las cargas anteriores se coloca una partícula de masa 1 g y con una carga de 10^{-3} µC. Calcula la velocidad de esta partícula cuando pasa por en punto medio del segmento que une las dos primeras cargas.



Sea P el punto donde está inicialmente la carga positiva y Q el punto medio del segmento que une las cargas negativas.

La fuerza resultante que actúa sobre la carga positiva tiene la dirección de la mediatriz del segmento que une las cargas y sentido hacia el punto Q.

El potencial eléctrico en los puntos P y Q en ausencia de la carga positiva es:

$$V_P = 2\cdot K\frac{q}{r_P} = 2\cdot 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2\ \frac{-10^{-3}\cdot 10^{-6}C}{\sqrt{(0{,}1m)^2 + (0{,}5m)^2}} = -35{,}3\,V$$

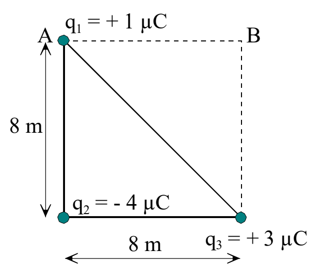
$$V_Q = 2\cdot K\frac{q}{r_P} = 2\cdot 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2\ \frac{-10^{-3}\cdot 10^{-6}C}{0{,}1m} = -180\,V$$

Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica:

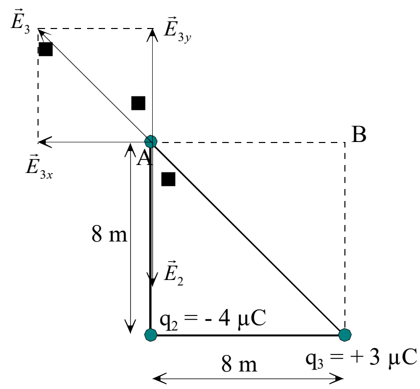
$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $\Delta E_c = -\Delta E_p$; ½ · m · v^2 = - q · (ΔV) = - q · (V_{final} – $V_{inicial}$)

½ · 10^{-3} kg · v^2 = - 10^{-3} ·10^{-6} C · (- 180 V – (-35,5 V)) ⇒ v = 0,017 m/s

15. Se tienen tres cargas situadas cada una de ellas en tres de los vértices de un cuadrado de 8 m de lado tal como indica la figura. Calcula la fuerza resultante (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la carga situada en el vértice A y el trabajo necesario para trasladar la carga situada en el vértice A hasta el punto B. Interpreta el signo obtenido.



En primer lugar se calcula el campo eléctrico que crean en el punto A las cargas q_2 y q_3, para posteriormente calcular la fuerza que actúa sobre cualquier carga colocada en ese lugar.



Se elige un sistema de referencia con el eje X conteniendo al segmento que une las cargas q_2 y q_3 y el eje Y conteniendo al segmento que une la carga q_2 con el punto A.

Cálculo del módulo del campo eléctrico que genera la carga q_2 en el punto A.

$$E_2 = \frac{K \cdot |q_2|}{r_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ C}{(8\ m)^2} = 5{,}625 \cdot 10^2\ N/C$$

Vectorialmente: $\vec{E}_2 = -5{,}625 \cdot 10^2 \cdot \vec{j}\ N/C$

Cálculo del módulo del campo eléctrico que genera la carga q_3 en el punto A.

$$E_3 = \frac{K \cdot |q_3|}{r_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\ C}{\left(\sqrt{(8m)^2 + (8m)^2}\right)^2} = 2{,}109 \cdot 10^2\ N/C$$

Las componentes de este campo eléctrico en el sistema de referencia elegido son:

$$E_{3x} = E_3 \cdot \text{sen}\ \phi = 2{,}109 \cdot 10^2\ N/C \cdot \frac{8m}{\sqrt{(8m)^2 + (8m)^2}} = 1{,}491 \cdot 10^2\ N/C$$

$$E_{3y} = E_3 \cdot \cos \phi = 2{,}109 \cdot 10^2\ N/C \cdot \frac{8m}{\sqrt{(8m)^2 + (8m)^2}} = 1{,}491 \cdot 10^2\ N/C$$

Cuyas expresiones vectoriales son: $\vec{E}_3 = \left(-1{,}491 \cdot 10^2 \cdot \vec{i} + 1{,}491 \cdot 10^2 \cdot \vec{j}\right) N/C$

Aplicando el principio de superposición el campo total es la suma vectorial de todos los campos.

$$\vec{E}_A = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = -5{,}625 \cdot 10^2 \cdot \vec{j}\ N/C + \left(-1{,}491 \cdot 10^2 \cdot \vec{i} + 1{,}491 \cdot 10^2 \cdot \vec{j}\right) N/C =$$
$$= \left(-1{,}491 \cdot 10^2 \cdot \vec{i} - 4{,}134 \cdot 10^2 \cdot \vec{j}\right) N/C$$

La fuerza que actúa sobre la carga q_1 colocada en A es:

$$\vec{F}_A = q \cdot \vec{E}_A = 1 \cdot 10^{-6}\ C \cdot \left(-1{,}491 \cdot 10^2 \cdot \vec{i} - 4{,}134 \cdot 10^2 \cdot \vec{j}\right) N/C = \left(-1{,}491 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{i} - 4{,}134 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}\right) N$$

El trabajo para trasladar la carga q_1 desde el punto A hasta el B es igual a la variación de la energía potencial eléctrica asociada a las dos distribuciones cambiada de signo. Para determinar ese trabajo se calcula al potencial eléctrico en los puntos A y B en ausencia de la carga q_1 y posteriormente la variación de la energía potencial.
El potencial eléctrico en el punto es igual a la suma de los potenciales eléctricos que crean en ese punto cada una de las vargas. Los potenciales eléctricos en los puntos A y B debidos a las cargas eléctricas q_2 y q_3 son:

$$V_A = \frac{K \cdot q_2}{r_{A2}} + \frac{K \cdot q_3}{r_{A3}} = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2 \left(\frac{(-4 \cdot 10^{-6}\ C)}{8m} + \frac{3 \cdot 10^{-6} C}{\sqrt{(8m)^2 + (8m)^2}}\right) = -2{,}113 \cdot 10^3\ V$$

$$V_B = \frac{K \cdot q_2}{r_{B2}} + \frac{K \cdot q_3}{r_{B3}} = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2 \left(\frac{(-4 \cdot 10^{-6}\ C)}{\sqrt{(8m)^2 + (8m)^2}} + \frac{3 \cdot 10^{-6} C}{8m}\right) = 1{,}930 \cdot 10^2\ V$$

Aplicando la ley de la energía potencial:
$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_B - V_A) = -1 \cdot 10^{-6}\ C \cdot (1{,}93 \cdot 10^2\ V - (-2{,}113 \cdot 10^3\ V)) = -2{,}306 \cdot 10^{-3}\ J$
El proceso no es espontáneo, un agente externo realiza un trabajo para trasladar la carga eléctrica q_1 desde el punto A hasta el B, que se emplea en aumentar la energía potencial de la distribución final respecto de la inicial.

16. Calcula la velocidad que adquiere una partícula α después de ser acelerada por una diferencia de potencial de 100 000 V. Datos: $m_\alpha = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C

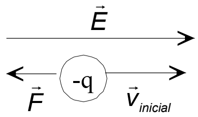
El campo eléctrico es conservativo, por lo que aplicando la ley de conservación de la energía mecánica:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $\Delta E_c = - \Delta E_p$; $½ \cdot m \cdot v^2 = - q \cdot \Delta V$

Como las partículas positivas se mueven de forma espontánea hacia potenciales decrecientes, resulta que:

$½ \cdot 6{,}64 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot v^2 = - 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot (- 100\ 000\ \text{V}) \Rightarrow v = 3{,}1 \cdot 10^6$ m/s

17. Un electrón, que lleva una velocidad de $6 \cdot 10^6$ m/s, penetra en un campo eléctrico uniforme y su velocidad se anula después de recorrer una distancia de 20 cm. Calcula el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico.



Como el electrón se frena, la fuerza eléctrica lleva la dirección de la velocidad inicial y sentido contrario. Por tanto, el campo eléctrico tiene la misma dirección y sentido que la velocidad inicial.

Como y se ha deducido la dirección y sentido del campo, se trabajará en valores absolutos. Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica: $\Delta E_c + \Delta E_p = 0$

$½ \cdot m \cdot v^2 = |q \cdot \Delta V|$; $½ \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot (6 \cdot 10^6\ \text{m/s})^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot |\Delta V| \Rightarrow |\Delta V| = 102{,}4$ V

$|\Delta V| = |E \cdot \Delta r|$; $102{,}4\ \text{V} = E \cdot 0{,}2\ \text{m} \Rightarrow E = 512$ N/C

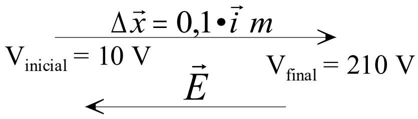
18. En una región del espacio hay un campo eléctrico uniforme dirigido a lo largo de eje X. Si trasladamos una carga q = + 0,5 C desde un punto cuyo potencial es de 10 V a otro punto situado 10 cm a su derecha, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica es W = - 100 J. Calcula el potencial en el segundo punto y el valor del vector campo eléctrico en dicha región. ¿Qué significado físico tiene el que el trabajo que realiza la fuerza eléctrica tenga signo negativo?

La fuerza eléctrica es conservativa, por lo que aplicando la ley de la energía potencial:

$W_{F\ eléctrica} = - \Delta E_p = - q \cdot \Delta V = - q \cdot (V_{final} - V_{inicial})$

Sustituyendo: $- 100\ \text{J} = - 0{,}5\ \text{C} \cdot (V_{final} - 10\ \text{V}) \Rightarrow V_{final} = 210$ V

El campo eléctrico tiene la dirección y sentido de los potenciales decrecientes. En efecto aplicando la relación entre el campo y el potencial y como el desplazamiento



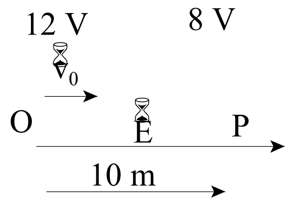
$\Delta \vec{x} = 0{,}1 \cdot \vec{i}$ m tiene la misma dirección que el campo eléctrico y como éste es uniforme ya que la variación del potencial con la distancia es constante, se tiene que:

$$\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta \vec{x}} = -\frac{210\ \text{V} - 10\ \text{V}}{0{,}1 \cdot \vec{i}\ \text{m}} = -2000 \cdot \vec{i}\ \text{V/m}$$

Las cargas positivas se trasladan de forma espontánea en el sentido del campo, por ello para trasladar una carga positiva en sentido contrario al campo un agente externo tiene que realizar un trabajo, el trabajo de la fuerza eléctrica es negativo, contra las fuerzas del campo que se emplea en aumentar la energía potencial asociada a la carga eléctrica dentro del campo.

19. En una región del espacio hay un campo eléctrico de dirección la del eje de las abscisas. Si al origen de coordenadas se le asigna un potencial de 12 V, entonces el punto P situado a 10 m del origen tiene un potencial de 8 V. Determina la expresión vectorial del campo eléctrico. Si en el origen de coordenadas se lanza un electrón con una velocidad inicial de 1,19 A 10^{6} m/s y de dirección y sentido los del citado eje, determina: la energía cinética del electrón, en el origen, expresada en eV y la velocidad con la que llega al punto P. Comenta el resultado obtenido. Datos: m_e = 9,1 A 10^{-31} kg; e^- = - 1,6 A 10^{-19} C.

El campo tiene el sentido de potenciales decrecientes. Al avanzar según el je de las abscisas las líneas del campo y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido. Por tanto, el módulo del campo eléctrico es:



$E \cdot \cos \varphi = - \frac{\Delta V}{\Delta r}$; $E = - \frac{8\ V - 12\ V}{10\ m} = 0,4 \frac{V}{m}$

La expresión vectorial del campo es: $\vec{E} = 0,4\ \vec{i}$ V/m

Recordando que: 1 eV = 1,6 A 10^{-19} C A 1 V = 1,6 A 10^{-19} J, se tiene la energía cinética del electrón en el origen de coordenadas es:

E_c = 2 A m A v^2 = 2 A 9,1 A 10^{-31} kg A (1,19 A 10^6 m/s$)^2$ = 6,44 A 10^{-19} J

Que expresada en eV: E_c = 6,44 A 10^{-19} J A $\frac{1\ eV}{1,6 \cdot 10^{-19}\ J}$ = 4 eV

El electrón se frena al entrar en la región dominada por el campo eléctrico. La fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón es conservativa, por lo que se aplica la ley de la conservación de la energía mecánica.

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $E_{c,\,P} - E_{c,\,O} = - \Delta E_p = - q_e$ A ΔV

Operando: $E_{c,\,P}$ - 2 m_e A v_O^2 = - q_e A ($V_p - V_O$)

La carga del electrón tiene signo negativo.

$E_{c,\,P}$ = 2 A 9,1 A 10^{-31} kg A (1,19 A 10^6 m/s$)^2$ - (- 1,6 A 10^{-19} C) A (- 4 V) = 0

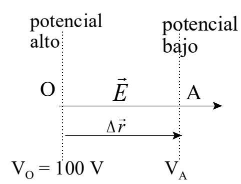
El electrón llega al punto considerado con velocidad igual a cero.

Comentario: Si el electrón sale del origen con una energía cinética de 4 eV y se frena con una diferencia de potencial de 4 V, lo lógico es que se detenga. La variación de su energía potencial ha sido de 4 eV, que se obtiene a costa de disminuir su energía cinética.

A continuación el electrón regresa por el mismo camino y pasa por el origen de coordenadas con una velocidad igual a la inicial, pero con sentido contrario. Se transforma la energía potencial en energía cinética.

20. En una región del espacio hay un campo eléctrico constante de módulo 500 N/C, de dirección paralela al eje X y sentido hacia la derecha: $\vec{E} = 500\ \vec{i}$ N/C, si al origen de coordenadas O (0, 0) le asignamos un potencial de 100 V, determina el potencial en el punto A (4 m, 0). Calcula el módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre un electrón colocado en el punto A (4 m, 0). Si se deja en libertad al electrón en el punto A (4 m, 0), calcula su velocidad cuando pase por el origen de coordenadas. Datos: $m_{electrón}$ = 9,1 A 10^{-31} kg

a) Aplicando la relación entre el campo y el potencial, resulta que:

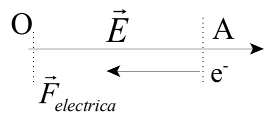


$\Delta V = V_A - V_O = - \vec{E} \cdot \Delta \vec{r}$

Sustituyendo: $V_A - 100\ V = - 500 \cdot \vec{i}\ N/C \cdot 4 \cdot \vec{i}\ m$

Despejando: V_A = - 1 900 V

b) Aplicando la definición de campo eléctrico:



$\vec{E} = q \cdot \vec{E} = - 1,6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 500 \cdot \vec{i}\ N/C = - 8 \cdot 10^{-17} \cdot \vec{i}\ N$

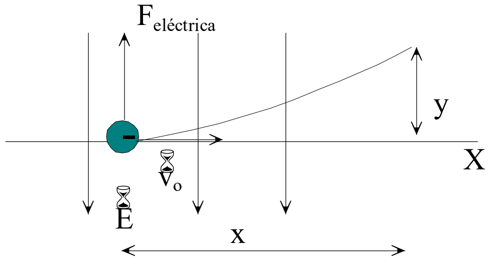
c) Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica:

2 A m A v^2 = |q| A |ΔV| Ψ

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot |q| \cdot |\Delta V|}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 2\,000\ V}{9,1 \cdot 10^{-31}\ kg}} = 2,65 \cdot 10^7\ m/s$$

21. Un electrón que lleva una velocidad de 1 · 10^6 m/s incide perpendicularmente en un campo eléctrico uniforme, $\vec{E} = -\ 1000 \cdot \vec{j}$ N/C. Representa mediante un esquema la acción de este campo eléctrico sobre los electrones y dibuja su posible trayectoria indicando si se desvían por encima o por debajo de la dirección inicial del electrón. Deduce la ecuación de la trayectoria y calcula la desviación vertical del electrón después de recorrer 15 cm horizontalmente. m_e = 9,1 · 10^{-31} kg

Sobre estos electrones actúa una fuerza perpendicular a su trayectoria y sentido opuesto al del campo eléctrico. Por tanto, los electrones están afectados de un movimiento horizontal con velocidad constante y un movimiento vertical uniformemente acelerado. La composición de estos movimientos hace que se desvíen por encima del eje X siguiendo una trayectoria parabólica.



Si se elige como origen del sistema de referencia el punto del eje X en el que comienza a actuar al campo eléctrico vertical, la posición horizontal y vertical del electrón en cualquier instante es:

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 \cdot t \\ y &= \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{aligned}\right\} ; t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = \frac{1}{2}\,\frac{F}{m}\,\frac{x^2}{v_0^2} = \frac{q \cdot E}{2 \cdot m \cdot v_0^2}\, x^2;\ y = \text{constante} \cdot x^2 \text{; Ecuación de una parábola.}$$

Sustituyendo: $y = \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 10^3\,\text{N/C}}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot (1 \cdot 10^6\,\text{m/s})^2}\,(0{,}15\,\text{m})^2 = 2\,\text{m}$